

UNIVERSITA' DI PISA

Scuola di Ingegneria

Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Edile e delle

Costruzioni Civili

Curriculum Civile Strutturale

Tesi di laurea magistrale

***L'interazione fluido-struttura nella verifica
sismica di grandi dighe a gravità: applicazioni
a casi studio***

Relatore:

Prof. Ing. Anna De Falco

Candidato:

Gianluca Buttarazzi

Correlatore

Ing. Gianluca Angelini

Anno accademico 2013/2014



Indice

Indice delle Figure	v
Indice delle Tabelle	xiii
Introduzione	vi
1. CAPITOLO 1: Evoluzione delle teorie per il calcolo della pressione idrodinamica attraverso approccio acustico e fluidodinamico.....	1
1.1 Introduzione	1
1.2 Teorie classiche ante anni 90': approccio acustico	5
1.2.1 Teoria di H.K. Westergaard.....	8
1.2.2 Teoria di C. N. Zangar	14
1.2.3 Teoria A.K. Chopra.....	16
1.2.4 Metodo di calcolo semplificato A. K. Chopra.....	25
1.3 Applicazioni post anni 90'	29
1.3.1 Approccio Acustico.....	30
1.3.2 Approccio fluido-dinamico	55
1.3.3 Analisi con carichi stocastici vs deterministici.....	58
1.3.4 Metodi innovativi.....	61
1.4 Conclusioni.....	63
2. CAPITOLO 2: Comsol Multiphysics : Equazioni ed analisi.....	66
2.1 Introduzione	66
2.1.1 Modulo Pressure Acoustics.....	67
2.1.2 Le equazioni risolte dal modulo <i>Pressure Acoustics</i>	67
2.1.3 Le equazioni risolte dal modulo <i>Pressure Acoustics</i>	70
2.1.4 Indicazioni per la creazione della mesh	71
3. CAPITOLO 3 – Validazione dei metodi di analisi.....	73
3.1 Introduzione	73



3.2	Il caso pilota.....	74
3.2.1	Analisi semplificata Fenves e Chopra	74
3.2.2	Analisi modale con Masse Aggiunte	75
3.2.3	Analisi F.E.M. con elementi acustici.....	77
3.2.4	Analisi semplificata Fenves e Chopra	82
3.2.5	Analisi modale con Masse Aggiunte	84
3.2.6	Analisi modale con elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino.	97
3.2.7	Analisi parametrica con elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino	109
3.2.8	Confronti con le diverse metodologie di analisi sul primo modo di vibrare del sistema diga-bacino	117
3.2.9	Confronti con le diverse metodologie di analisi sui modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino	118
3.3	Caso Applicativo 1	121
3.3.1	Descrizione dell'opera	121
3.3.2	Il modello.....	123
3.3.3	Risultati delle analisi	126
3.4	Caso Applicativo 2	129
3.4.1	Descrizione dell'opera	129
3.4.2	Il modello.....	132
3.4.3	Risultati delle analisi	135
3.5	Analisi modale con masse aggiunte: limitazioni di utilizzo	138
3.5.1	Cardini della teoria di Westergard	139
3.5.2	Caso studio.....	146
4.	CAPITOLO 4 - Assorbimento dei sedimenti di fondo	158
4.1	Introduzione	158
4.2	Teorie classiche	159
4.2.1	Teoria di Chopra.....	159
4.3	Approccio MODERNO	169



4.4	Il caso studio	171
4.4.1	Il modello.....	171
4.4.2	Caso di Diga rigida	174
4.4.3	Diga Flessibile.....	184
5.	CAPITOLO 5 – Studio del sistema Diga–Bacino–Fondazione.....	195
5.1	Introduzione	195
5.2	Teoria di Chopra anni 80'	196
5.2.1	Procedimento	196
5.3	Caso studio	201
5.3.1	Il modello.....	201
5.3.2	Risultati delle analisi	205
6.	CAPITOLO 6: Effetto dello smorzamento strutturale.....	220
6.1	Introduzione	220
6.2	Lo smorzamento nella dinamica delle strutture	221
6.2.1	Sistemi SDOF.....	221
6.2.2	Sistemi MDOF.....	224
6.3	Il caso studio.....	226
6.3.1	Il modello.....	226
6.3.2	Risultati delle analisi	230
6.3.3	Valutazioni e confronti	235
7.	CAPITOLO 7: Verifiche sismiche per una diga esistente in Toscana.....	237
7.1	Introduzione	237
7.2	L'azione sismica di progetto	239
7.3	Metodologie e software di analisi	243
7.3.1	RS-Dam.....	244
7.3.2	Cadam	247
7.4	Caso studio – descrizione della diga	249
7.5	Caso 1: sisma ai sensi delle NTC08'.....	251



7.5.1	Caratterizzazione dell'azione sismica	251
7.5.2	Accelerogramma spettro compatibile per il sito	252
7.5.3	Verifiche di scorrimento	254
7.5.4	Verifiche delle tensioni sul corpo diga	259
7.5.5	Verifica a ribaltamento	262
7.6	Caso 2: sisma registrato nella stazione in cui sorge la diga	264
7.6.1	Caratterizzazione dell'azione sismica	264
7.6.2	Accelerogramma registrato	264
7.6.3	Spettro relativo all'accelerogramma registrato	265
7.6.4	Verifiche allo scorrimento	266
7.6.5	Verifiche delle tensioni sul corpo diga	270
7.6.6	Verifica a Ribaltamento	273
7.7	Interpretazione delle verifiche	275
7.7.1	Fattore di sicurezza	275
7.7.1	Metodi di analisi	276
	Bibliografia	278
	Conclusioni	286
	Ringraziamenti	288



Indice delle Figure

- Figura 1.1: sezione trasversale del corpo diga con andamento parabolico delle pressioni idrodinamiche sul paramento di monte
- Figura 1.2: sezione trasversale del corpo diga con andamento della massa apparente
- Figura 1.3: sistema di spostamenti prodotti dal moto del terreno e dalla deformata del corpo diga
- Figura 1.4: sistema di spostamenti prodotti dal moto del terreno e dalla deformata del corpo diga
- Figura 1.5: Pressione idrodinamica su paramento inclinato di 45° con rapporto di altezza $H_w/H_s=0.5$ per smorzamento equivalente pari all' 1%
- Figura 1.6: Sistema di riferimento per il caso studio
- Figura 1.7: Geometria del sistema diga-serbatoio
- Figura 1.8: Valore assoluto della pressione idrodinamica normalizzata rispetto a quello idrostatico
- Figura 1.9: Condizione di frontiera rigida
- Figura 1.10: Condizioni al contorno radiali
- Figura 1.11: Condizioni al contorno di Sommerfield
- Figura 1.12: Quadro Fessurativo con interazione diga-serbatoio e masse aggiunte
- Figura 1.13: Legame costitutivo: a) modello giunto aperto ; b) apertura con modello di semplice scorrimento ; c) apertura con modello di scorrimento
- Figura 1.14 – Fattore di sicurezza con analisi probabilistiche
- Figura 1.15: Risultati per fluido viscoso e non Viscoso per $T_s=1\text{sec}$
- Figura 1.16: Risultati per fluido viscoso e non Viscoso per $T_s=T_{\text{risonanza}}$
- Figura 1.17: Pressione idrodinamica per serbatoio con profondità di 30 m (a sinistra) e 600m (a destra)
- Figura 1.18: Output delle analisi dinamiche in termini di spostamenti e pressione idrodinamica
- Figura 1.19: Output dell'analisi dinamica stocastica – a sinistra sono riportati gli spostamenti ed a destra la pressione idrodinamica al variare dell' altezza.
- Figura 1.20: Esempio di una architettura di rete neurale artificiale.
- Figura 3.1: Schematizzazione delle masse aggiunte
- Figura 3.2: Modello Masse aggiunte
- Figura 3.3: Modello F.E.M. con elementi finiti di tipo acustico



- Figura 3.4: Mesh del modello F.E.M.
- Figura 3.5: 1° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 47,29%
- Figura 3.6: 2° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 26,22%
- Figura 3.7: 3° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 1,50%
- Figura 3.8: 4° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 9,14%
- Figura 3.9: 1° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 46,73%
- Figura 3.10: 2° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 27,00%
- Figura 3.11: 3° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 1,02%
- Figura 3.12: 4° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 8,90%
- Figura 3.13: 1° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 42,19%
- Figura 3.14: 2° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 30,16%
- Figura 3.15: 3° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 1,18%
- Figura 3.16: 4° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 8,93%
- Figura 3.17: 1° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 41,52%
- Figura 3.18: 2° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 29,65%
- Figura 3.19: 3° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 1,04%
- Figura 3.20: 4° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 9,49%
- Figura 3.21: 1° Modo di vibrare – $T=0,312s$
- Figura 3.22: 2° Modo di vibrare – $T=0,237s$
- Figura 3.23: 3° Modo di vibrare – $T=0,189s$
- Figura 3.24: 4° Modo di vibrare – $T=0,141s$
- Figura 3.25: 1° Modo di vibrare – $T=0,252s$
- Figura 3.26: 2° Modo di vibrare – $T=0,195s$
- Figura 3.27: 3° Modo di vibrare – $T=0,164s$
- Figura 3.28: 4° Modo di vibrare – $T=0,130s$
- Figura 3.29: 1° Modo di vibrare – $T=0,235s$
- Figura 3.30: 2° Modo di vibrare – $T=0,135s$
- Figura 3.31: 3° Modo di vibrare – $T=0,123s$
- Figura 3.32: 4° Modo di vibrare – $T=0,108s$
- Figura 3.33: 1° Modo di vibrare – $T=0,233s$
- Figura 3.34: 2° Modo di vibrare – $T=0,103s$
- Figura 3.35: 3° Modo di vibrare – $T=0,085s$
- Figura 3.36: 4° Modo di vibrare – $T=0,068s$
- Figura 3.37: Analisi parametrica con livello di invaso pari a 100m
- Figura 3.38: Analisi parametrica con livello di invaso pari a 75m



- Figura 3.39: Analisi parametrica con livello di invaso pari a 50m
- Figura 3.40: Analisi parametrica con livello di invaso pari a 25m
- Figura 3.41: Vista lato monte
- Figura 3.42: Sezione maestra della diga
- Figura 3.43: Vista lato valle
- Figura 3.44: Modello del caso studio 1
- Figura 3.45: Sezione maestra della diga dopo la 1° fase di costruzione
- Figura 3.46: Sezione maestra della diga dopo la 2° fase di costruzione
- Figura 3.47: Vista lato monte
- Figura 3.48: Vista dalla scala di accesso
- Figura 3.49: Vista lato valle
- Figura 3.50: Modello del caso studio
- Figura 3.51: Variazione del coefficiente c_n della formula di Westergard per un valore della velocità delle onde sonore tra 100m/s e 1000m/s
- Figura 3.52: Variazione del coefficiente c_n della formula di Westergard per un valore della velocità delle onde sonore tra 1000m/s e 10000m/s
- Figura 3.53: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga calcolata con approccio semplificato [p_{semp}] e approccio rigoroso [p_{wes}]
- Figura 3.54: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga calcolata con approccio semplificato [p_{semp}] e approccio rigoroso [p_{wes}]
- Figura 3.55: Distribuzione della pressione idrodinamica per $c_s=1480\text{m/s}$ e $\rho_w=1000\text{kg/m}^3$ sul paramento di monte della diga calcolata con approccio semplificato [p_{semp}] e approccio rigoroso [p_{wes}]
- Figura 3.56: Distribuzione della pressione idrodinamica per $c_s=1200\text{m/s}$ e $\rho_w=1500\text{kg/m}^3$ sul paramento di monte della diga calcolata con approccio semplificato [p_{semp}] e approccio rigoroso [p_{wes}]
- Figura 3.57: Distribuzione della pressione idrodinamica per $c_s=1000\text{m/s}$ e $\rho_w=2190\text{kg/m}^3$ sul paramento di monte della diga calcolata con approccio semplificato [p_{semp}] e approccio rigoroso [p_{wes}]
- Figura 3.58: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho_w=1000\text{ kg/m}^3$ e $c=1480\text{ m/s}$
- Figura 3.59: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho_w=1520\text{ kg/m}^3$ e $c=1200\text{ m/s}$



- Figura 3.60: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho_w=2190 \text{ kg/m}^3$ e $c=1000 \text{ m/s}$
- Figura 3.61: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho_w=1000 \text{ kg/m}^3$ e $c=1480 \text{ m/s}$
- Figura 3.62: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho_w=1500 \text{ kg/m}^3$ e $c=1200 \text{ m/s}$
- Figura 3.63: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho_w=2190 \text{ kg/m}^3$ e $c=1000 \text{ m/s}$
- Figura 3.64: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte con diga rigida nel caso di $\rho_w=1000 \text{ kg/m}^3$ e $c=1480 \text{ m/s}$
- Figura 3.65: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte con diga rigida nel caso di $\rho_w=1500 \text{ kg/m}^3$ e $c=1200 \text{ m/s}$
- Figura 3.66: Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte con diga rigida nel caso di $\rho_w=2190 \text{ kg/m}^3$ e $c=1000 \text{ m/s}$
- Figura 4.1: Sistema diga – serbatoio
- Figura 4.2: Influenza dell'assorbimento del fondo serbatoio sulla forza idrodinamica per diga rigida con forzante armonica (componente orizzontale)
- Figura 4.3: Influenza dell'assorbimento di energia da parte dei sedimenti di fondo per una forzante armonica
- Figura 4.4: Influenza del rapporto di frequenza Ωr per scuotimento del terreno fornito da una forzante armonica orizzontale con fondo serbatoio rigido ($\alpha=1$) [a sinistra] e $\alpha=0.5$ [a destra]
- Figura 4.5: Modello del caso studio
- Figura 4.6: Mesh del modello
- Figura 4.7: Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,33\text{s}$ [$\omega=0,8\omega_{1B}$] al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 4.8: Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,22\text{s}$ [$\omega=1,2\omega_{1B}$] al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 4.9: Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,281\text{s}$ [$\omega=0,95\omega_{1B}$] al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 4.10: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del rapporto di frequenza ω/ω_{1B} al variare del coefficiente di riflessione α



- Figura 4.11: Rapporto della pressione idrodinamica su quella idrostatica in funzione del periodo della forzante T
- Figura 4.12: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=100\text{m}$
- Figura 4.13: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=75\text{m}$
- Figura 4.14: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=50\text{m}$
- Figura 4.15: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=25\text{m}$
- Figura 4.16: Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y/H_w (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,48\text{s}$ ($\omega=0,7\omega_r$) al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 4.17: Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y/H_w (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,26\text{s}$ ($\omega=1,3\omega_r$) al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 4.18: Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y/H_w (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,36\text{s}$ ($\omega=0,95\omega_r$) al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 4.19: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del rapporto di frequenza ω/ω_{1B} al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 4.20: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del rapporto del periodo della forzante al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 4.21: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=100\text{m}$
- Figura 4.22: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=75\text{m}$
- Figura 4.23: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=50\text{m}$
- Figura 4.24: Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=25\text{m}$
- Figura 5.1 : Modello F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione
- Figura 5.2: Mesh del modello F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione
- Figura 5.3: Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione $E_f=8E_s$



- Figura 5.4: Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione $E_f=4E_s$
- Figura 5.5: Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione $E_f=2E_s$
- Figura 5.6: Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione $E_f=E_s$
- Figura 5.7: Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione $E_f=0.5E_s$
- Figura 5.8: Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione $E_f=0.25E_s$
- Figura 5.9: Variazione % del periodo relativo al primo modo di vibrare al variare del rapporto E_{fond}/E_{str} , rispetto alla schematizzazione di fondazione rigida
- Figura 6.1: Relazione tra il rapporto di frequenza ed il rapporto di smorzamento
- Figura 6.2: Risposta di una vibrazione libera per sistema con smorzamento sottocritico
- Figura 6.3: Fattore di amplificazione dinamica con variazione del rapporto di smorzamento e frequenza
- Figura 6.4: Relazione tra il rapporto di smorzamento e di frequenza
- Figura 6.5: Modello del caso studio
- Figura 6.6: Mesh del modello
- Figura 6.7: Esempio dello smorzamento di Rayleigh
- Figura 6.8: Analisi parametrica per diversi valori di smorzamento $H_w=100m$
- Figura 6.9: Analisi parametrica per diversi valori di smorzamento $H_w=75m$
- Figura 6.10: Analisi parametrica per diversi valori di smorzamento $H_w=50m$
- Figura 6.11: Analisi parametrica per diversi valori di smorzamento $H_w=25m$
- Figura 7.1: Classificazione sismica del 2004(sinistra) e classificazione sismica del 2008(destra)
- Figura 7.2: Equilibrio dinamico del corpo rigido
- Figura 7.3: Dimensioni e forze considerate nell'analisi di sliding
- Figura 7.4: Dimensioni e forze considerate per analisi di ribaltamento
- Figura 7.5: Sezione diga – canne di drenaggio
- Figura 7.6: Spettri relativi al sito di riferimento
- Figura 7.7: Accelerogramma spettro compatibile relativo allo stato limite di collasso
- Figura 7.8: Spettro delle frequenze dell'accelerogramma spettro-compatibile
- Figura 7.9: Fattore di sicurezza allo scorrimento in assenza di sottopressioni al variare dell'angolo di attrito cls-roccia
- Figura 7.10: Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare dell'angolo di attrito cls-roccia
- Figura 7.11: Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare dell'angolo di attrito cls-cls
- Figura 7.12: Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e



- drenaggio al variare del coefficiente di riflessione dell'onda
- Figura 7.13: Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare del rapporto tra il modulo elastico della fondazione e quello della struttura
- Figura 7.14: Fattore di sicurezza nei confronti dello stato tensionale in assenza di sottopressioni al variare del coefficiente di riflessione dell'onda
- Figura 7.15: Fattore di sicurezza nei confronti dello stato tensionale in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare del coefficiente di riflessione dell'onda
- Figura 7.16: Fattore di sicurezza nei confronti dello stato tensionale in assenza di sottopressioni
- Figura 7.17: Fattore di sicurezza nei confronti dello stato tensionale in presenza di sottopressioni e drenaggio
- Figura 7.18: Fattore di sicurezza a ribaltamento in assenza di sottopressioni
- Figura 7.19: Fattore di sicurezza a ribaltamento in presenza di sottopressioni e dreni
- Figura 7.20: Fattore di sicurezza a ribaltamento in assenza di sottopressioni al variare del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura
- Figura 7.21: Fattore di sicurezza a ribaltamento in presenza di sottopressioni e dreni al variare del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura
- Figura 7.22: Accelerogramma registrato presso la stazione del sito in esame
- Figura 7.23: Spettro delle frequenze dell'accelerogramma registrato
- Figura 7.24: Spettro relativo all'accelerogramma registrato
- Figura 7.25: Fattore di sicurezza allo scorrimento in assenza di sottopressioni al variare dell'angolo di attrito cls-roccia
- Figura 7.26: Fattore di sicurezza allo scorrimento in assenza di sottopressioni al variare dell'angolo di attrito cls-roccia
- Figura 7.27: Fattore di sicurezza allo scorrimento in assenza di sottopressioni al variare del coefficiente di riflessione dell'onda α
- Figura 7.28: Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e dreni al variare dell'angolo di attrito cls-roccia
- Figura 7.29: Fattore di sicurezza sullo stato tensionale in assenza di sottopressioni al variare del coefficiente di riflessione delle onde α
- Figura 7.30: Fattore di sicurezza sullo stato tensionale in presenza di sottopressioni e dreni al variare del coefficiente di riflessione delle onde α
- Figura 7.31: Fattore di sicurezza sullo stato tensionale in assenza di sottopressioni al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura



- Figura 7.32: Fattore di sicurezza sullo stato tensionale in presenza di sottopressioni e dreni al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura
- Figura 7.33: Fattore di sicurezza a ribaltamento in assenza di sottopressioni al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 7.34: Fattore di sicurezza a ribaltamento in presenza di sottopressioni e dreni al variare del coefficiente di riflessione α
- Figura 7.35: Fattore di sicurezza a ribaltamento in assenza di sottopressioni al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura
- Figura 7.36: Fattore di sicurezza a ribaltamento in presenza di sottopressioni e dreni al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura



Indice delle Tabelle

Tabella 3.1:	Analisi modale con masse aggiunte per $H_w=100$ m
Tabella 3.2:	Analisi modale con masse aggiunte per $H_w=75$ m
Tabella 3.3:	Analisi modale con masse aggiunte per $H_w=50$ m
Tabella 3.4:	Analisi modale con masse aggiunte per $H_w=25$ m
Tabella 3.5:	Analisi modale del sistema diga-bacino per $H_w=100$ m
Tabella 3.6:	Analisi modale del sistema diga-bacino per $H_w=75$ m
Tabella 3.7:	Analisi modale del sistema diga-bacino per $H_w=50$ m
Tabella 3.8:	Analisi modale del sistema diga-bacino per $H_w=25$ m
Tabelle 3.9:	Confronto tra analisi modale a masse aggiunte e interazione del sistema diga-bacino
Tabella 3.10:	Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 100 m e c pari a 1480 m/s
Tabella 3.11:	Analisi modale del sistema diga-bacino con F.E.M. di tipo acustico
Tabella 3.12:	Risultati analisi parametrica per livello di invaso pari a 100 m
Tabella 3.13:	Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 75 m e c pari a 1480 m/s
Tabella 3.14:	Analisi modale del sistema diga-bacino con F.E.M. di tipo acustico
Tabella 3.15:	Risultati analisi parametrica per livello di invaso pari a 75 m
Tabella 3.16:	Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 50 m e c pari a 1480 m/s
Tabella 3.17:	Analisi modale del sistema diga-bacino con F.E.M. di tipo acustico
Tabella 3.18:	Risultati analisi parametrica per livello di invaso pari a 50 m
Tabella 3.19:	Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 25 m e c pari a 1480 m/s
Tabella 3.20:	Analisi modale del sistema diga-bacino con F.E.M. di tipo acustico
Tabella 3.21:	Risultati analisi parametrica per livello di invaso pari a 25 m
Tabella 3.22:	Primo modo di vibrare restituito dalle metodologie di analisi studiate
Tabella 3.23:	Modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino per livello di invaso pari a 100 m
Tabella 3.24:	Modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino per livello di invaso pari a 75 m
Tabella 3.25:	Modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino per livello di invaso pari



- a 50m
- Tabella 3.26: Modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino per livello di invaso pari a 25m
- Tabella 3.27: Primo modo di vibrare determinato attraverso le diverse metodologie studiate
- Tabella 3.28: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie per livello di invaso pari a 35m
- Tabella 3.29: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 20m
- Tabella 3.30: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 10m
- Tabella 3.31: Primo modo di vibrare determinato attraverso le diverse metodologie studiate
- Tabella 3.32: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 90m
- Tabella 3.33: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 50m
- Tabella 3.34: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 25m
- Tabella 3.35: Primo modo di vibrare valutato attraverso diverse tipologie di analisi
- Tabella 3.36: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie con $\rho_w=1000 \text{ kg/m}^3$ – $c=1480 \text{ m/s}$
- Tabella 3.37: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie con $\rho_w=1520 \text{ kg/m}^3$ – $c=1200 \text{ m/s}$
- Tabella 3.38: Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie con $\rho_w=2190 \text{ kg/m}^3$ – $c=1500 \text{ m/s}$
- Tabella 4.1: Periodi e frequenze naturali del bacino al variare del livello di invaso
- Tabella 4.2: Variazione % del rapporto tra la pressione idrodinamica su quella statica, al variare del coefficiente di riflessione α e periodo della forzante
- Tabella 4.3: Valori dei periodi propri del bacino determinati attraverso procedura analitica e numerica (Comsol)
- Tabella 4.4: Periodi e frequenze naturali del bacino al variare del livello di invaso
- Figura 4.5: Periodi propri di vibrazione del sistema struttura-bacino, calcolati con il metodo semplificato di Fenves e Chopra al variare di α
- Tabella 4.6: Variazione % del rapporto tra la pressione idrodinamica su quella statica,



	al variare del coefficiente di riflessione α e periodo della forzante
Tabella 4.7:	Valore del rapporto di frequenza ω/ω_{1B} caratterizzante il primo modo proprio di vibrare del sistema diga serbatoio.
Tabella 4.8 :	Variazione del periodo relativo al primo modo proprio di vibrare del sistema Diga-Serbatoio
Tabella 5.1:	Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=8E_{str}$ e fondazione rigida.
Tabella 5.2:	Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 100m e c pari a 1480m/s
Tabella 5.3:	Risulti analisi parametrica
Tabella 5.4:	Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=4E_{str}$ e fondazione rigida.
Tabella 5.5:	Risulti analisi parametrica
Tabella 5.6:	Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=2E_{str}$ e fondazione rigida.
Tabella 5.7:	Risulti analisi parametrica
Tabella 5.8:	Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=E_{str}$ e fondazione rigida.
Tabella 5.9:	Risulti analisi parametrica
Tabella 5.10:	Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=0.5E_{str}$ e fondazione rigida.
Tabella 5.11:	Risulti analisi parametrica
Tabella 5.12:	Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=0.25E_{str}$ e fondazione rigida.
Tabella 5.13:	Risulti analisi parametrica
Tabella 5.14:	Variazione espressa in termini percentuali del periodo relativo al primo modo di vibrare rispetto al caso di fondazione rigida per ogni caso analizzato, attraverso analisi modale F.E.M. ,parametrica e metodo semplificato di Fenves e Chopra.
Tabella 5.15:	Valutazione dell'errore commesso dalla procedura semplificata di Fenves e Chopra
Tabella 6.1:	Modi di vibrare restituiti mediante analisi modale per diversi coefficienti di smorzamento $H_w=100m$
Tabella 6.2:	Modi di vibrare restituiti mediante analisi modale per diversi coefficienti di smorzamento $H_w=75m$
Tabella 6.3:	Modi di vibrare restituiti mediante analisi modale per diversi coefficienti di smorzamento $H_w=50m$
Tabella 6.4:	Modi di vibrare restituiti mediante analisi modale per diversi coefficienti di smorzamento $H_w=25m$
Tabella 7. 1:	Tabella riassuntiva del grado di sismicità associato alle dighe italiane
Tabella 7.2:	Riepilogo delle metodologie di analisi effettuate



Tabelle 7.3: Ipotesi rispettivamente delle trattazione di Westergard ,Fenves e Chopra e Metodo F.E.M.



Introduzione

La verifica della sicurezza sismica delle dighe costituisce uno dei problemi di maggiore interesse in considerazione dell'importanza socio-economica di queste opere e della gravità di un possibile crollo con conseguente rilascio incontrollato dell'acqua invasata.

La pressione idrodinamica che si genera sul paramento di monte di strutture strategiche come le dighe durante un evento sismico è un problema ampiamente trattato e discusso nel corso del XX secolo da molti autori. Risulta infatti intuibile come, in seguito ad una accelerazione sismica, la presenza dell'invaso possa generare sovrappressioni di carattere dinamico, che si sommano a quelle sempre presenti di tipo idrostatico. Tali sovrappressioni possono talvolta raggiungere una notevole entità, in relazione alle caratteristiche dinamiche del sistema, tanto da condurre a situazioni di crisi. A valle di queste considerazioni, nasce quindi il problema relativo alla corretta valutazione di tali pressioni. A tale proposito, molti autori nella prima metà del XX secolo hanno elaborato diverse teorie con ipotesi estremamente semplificative, ancora oggi utilizzate dalla maggior parte dei codici normativi internazionali, che trascurano però l'interazione fluido-struttura, fattore di primaria importanza nella sicurezza di queste strutture. Recentemente alcune linee guida, tra le quali le USACE, ne enfatizzano l'importanza.

La presente tesi ha lo scopo di fare chiarezza sugli effetti di interazione fluido-struttura nella verifica sismica di grande dighe a gravità, mettendo in luce gli aspetti che non possono essere sottovalutati. Inizialmente, si ripercorrono le teorie nate agli albori del XX secolo, fino ad arrivare a quelle più evolute dei nostri giorni. Successivamente si affronta il problema della modellazione dell'interazione attraverso un software di calcolo dedicato.

In particolare si indaga il comportamento dinamico del sistema accoppiato del sistema fluido-struttura in rapporto ai metodi tradizionali semplificati allo scopo di valutare i limiti di validità di questi ultimi. Inoltre vengono effettuate analisi parametriche per quantificare l'entità della risposta dinamica al variare dei principali fattori di influenza. Infine si affronta il calcolo della pressione idrodinamica in un caso emblematico, rappresentativo del patrimonio italiano relativo alle dighe a gravità, mostrando l'importanza di mettere in conto gli effetti di interazione fluido-struttura ai fini della sicurezza.



1. CAPITOLO 1: Evoluzione delle teorie per il calcolo della pressione idrodinamica attraverso approccio acustico e fluidodinamico

1.1 Introduzione

La valutazione della sicurezza, di qualunque tipologia strutturale, così come quella di corpi diga, richiede inevitabilmente la conoscenza accurata delle forze, statiche o dinamiche, che possono presentarsi nel corso della loro vita. La distribuzione delle pressioni statiche è ben nota con formulazione analitica esatta, ma altrettanto non può essere predetto per le forze idrodinamiche generate da moti sismici. Sebbene terremoti avvenuti in zone sismiche, anche ad alta attività, abbiano sinora evidenziato un comportamento generalmente soddisfacente delle dighe, per esse devono comunque essere adottate precauzioni superiori a quelle riservate alle costruzioni ordinarie, in quanto il collasso di una diga ha sempre conseguenze molto gravi. Lo studio delle pressioni idrodinamiche generate da eventi sismici è stato affrontato con approcci e metodologie diverse, a partire degli anni 900'. Le principali teorie volte allo studio delle pressioni idrodinamiche possono essere classificate nel panorama tecnico-scientifico in funzione dell'approccio utilizzato:

- Approccio acustico
- Approccio fluido-dinamico (CFD)

Il **problema acustico** viene studiato attraverso l'equazione dell' onda di D'Alembert (1)

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

Dove:

- “ Φ ” rappresenta il potenziale della velocità, definita come $u_i = \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}$ (1.2);
- “ u_i ” componente scalare della velocità;
- “ c ” velocità dell'onda d'urto o del suono [per l'acqua $c \approx 1430$ m/s]

Un moto del genere introduce delle *ipotesi* restrittive e semplificative:

- fluido privo di viscosità ($\mu=0$), cioè si trascurano i fenomeni di natura viscosa, come se andassimo ad indagare il moto del fluido sempre ad una certa distanza dalle pareti solide, in zone quindi in cui i gradienti sono nulli;



- piccole oscillazioni delle particelle attorno alla loro posizione media, ipotesi che permette di dire che anche la variazione di pressione e, conseguentemente, la variazione di densità dovuta alla comprimibilità del fluido sono contenute.

D'altro canto l' **approccio fluido** è quello che fa ricorso alle equazioni di Navier-Stokes (1.3), le quali descrivono il moto di un fluido in presenza di un flusso continuo, che interessa tutte le particelle del fluido e che globalmente si riscontra in uno stato di moto complessivo del fluido stesso.

$$\rho \left(\vec{f} - \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \vec{u} \cdot \text{div} \vec{u} \right) = \nabla p - (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) - \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (1.3)$$

Dove:

- “ ρ ” è la densità di massa del fluido pari a $102 \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^4}$;
- “ \vec{f} ” vettore delle forze di massa;
- “ \vec{u} ” vettore velocità;
- “ p ” rappresenta la pressione, ovvero la componente della tensione diretta normalmente alla superficie e positiva se di compressione (infatti è sempre indicata con un segno meno perché opposta alla normale alla superficie, che per convenzione viene presa positiva se uscente);
- μ e λ sono, rispettivamente, la viscosità dinamica e la viscosità volumetrica del fluido e sono generalmente espresse come due funzioni scalari dello stato termodinamico del fluido (cioè sono funzione della sua temperatura e pressione).

Queste partono dalle seguenti *ipotesi*:

- *fluido reale*, cioè dotato di valori finiti di viscosità e comprimibilità;
- *fluido newtoniano*, ovvero nel quale le tensioni tangenziali sono legate al gradiente della velocità in direzione normale alla parete solida, con coefficiente di proporzionalità pari alla viscosità dinamica, secondo la legge di Newton.

L'approccio classico, che si basa sulle equazioni di Navier-Stokes, permette di risolvere lo stato di moto di un qualsiasi fluido reale newtoniano in condizioni di moto qualsiasi. L'approccio acustico, trascurando la viscosità del fluido, si applica quindi soltanto a fluidi reali comprimibili o a fluidi reali non comprimibili (o ideali), ma indagandone stati di moto in cui il fluido globalmente permane in uno stato di quiete, mentre le singole particelle oscillano attorno ad una posizione d'equilibrio, trasmettendo così l'una alle adiacenti una certa quantità di moto.

Una delle modalità più note per derivare in maniera analiticamente corretta l'equazione dell'onda di D'Alembert (1.1) dalle più generiche equazioni di Navier Stokes (1.3) può



essere mutuata dall'ambito dell'*aeroacustica* e viene detta **analogia di Lighthill**.

Si assume che l'ascoltatore sia circondato da un fluido di riferimento in quiete (p_0 ; ρ_0 ; s_0 ; c_0 uniformemente costanti e $v_0=0$) nel quale le piccole perturbazioni seguono esattamente l'equazione dell'onda. L'idea chiave di Lighthill è quella di ricavare, a partire dall'equazione della continuità (1.4)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.4)$$

e da quella della quantità di moto (1.5),

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{div} \vec{u} \right) = \rho \vec{f} + \text{div} \underline{T} \quad (1.5)$$

un'equazione d'onda non omogenea che si riduce a quella omogenea (1.1) nella regione che circonda l'ascoltatore.

Facendo la derivata nel tempo dell'equazione di continuità (1.4) e sottraendo da questa la divergenza dell'equazione della quantità di moto (1.5) si ottiene:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (p_{ij} + \rho u_i u_j) - \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (1.6)$$

Aggiungendo il termine $c_0^{-2} \frac{\partial p'}{\partial t^2}$ ad entrambi i membri ed utilizzando la proprietà di invarianza delle componenti normali del tensore degli sforzi si può riscrivere la precedente equazione come segue:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = (\rho u_i u_j - \sigma_{ij}) - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{c_0^2} - \rho' \right) \quad (1.7)$$

Nella quale le perturbazioni p' e ρ' sono definite come:

$$p' = p - p_0$$

$$\rho' = \rho - \rho_0$$

Si nota che le quantità ρ'/ρ e p'/p_0 sono piccole nella regione della sorgente e l'equazione è esatta e valida per qualsiasi valore di c_0 . Scegliendo come valori di p_0 e c_0 quelli del fluido di riferimento si ottiene esattamente l'equazione dell'onda o di D'Alembert (1.1) poiché il membro di destra risulta trascurabile. Di fatto l'equazione enunciata è una generalizzazione delle equazioni di Navier-Stokes e tale considerazione implica che essa non introduce nessuna approssimazione, ma è esatta.

Inoltre non aggiunge alcuna informazione aggiuntiva rispetto a quelle contenute nelle equazioni di continuità e di conservazione della quantità di moto. Il set di incognite rimane infatti lo stesso.

Una delle idee centrali di Lighthill è che il termine di entropia e le forze esterne sono



trascurabili, il flusso produce suono solo alle alte velocità, cioè in corrispondenza di elevati numeri di Reynolds.

Le teorie che si sono avvicendate nel corso degli anni sono state elaborate sulla base di questi due approcci, utilizzando metodologie diverse per tener conto di determinati aspetti che interferiscono nella valutazione della pressione idrodinamica. Tali effetti possono essere computati implicitamente nella formulazione dell'approccio classico o fluidodinamico, oppure possono essere schematizzati attraverso tecniche complementari. (viscosità, effetti delle onde di superficie, lunghezza del serbatoio, sedimenti di fondo serbatoio)



1.2 Teorie classiche ante anni 90': approccio acustico

Uno dei primi studi, che ancora oggi detiene validità in campo progettuale, è quella di **Westergaard** (1) che nel 1933 fornisce un metodo speditivo per il calcolo della pressione idrodinamica per effetto di sisma agente in direzione orizzontale. Egli utilizza le equazioni dell'equilibrio dinamico di un elemento di volume infinitesimo nel riferimento Euleriano e, considerando il fluido comprimibile in movimento indotto dalla diga, ricava la soluzione in termini di pressioni su di essa quando questa si muove in maniera sinusoidale. L'autore fornisce anche un'interpretazione fisica della spinta, immaginandola derivante dalle forze di inerzia relative ad una certa porzione d'acqua solidale alla diga, mentre la restante parte del bacino rimane ferma. Sotto ipotesi estremamente restrittive, egli considera dunque rigido il corpo diga, la forzante di tipo sinusoidale e la frequenza propria dell'invaso maggiore di quella della forzante. Tali assunzioni consentono di ottenere una relazione per il calcolo della pressione idrodinamica che ancora oggi è utilizzata dalle normative internazionali e da importanti linee guida (FERC (2), USACE (3), (4), (5), (6)). Tali codici ritengono la teoria affidabile per le sole analisi preliminari, anziché per le verifiche finali, in virtù della rapidità del metodo di calcolo e di una certa accuratezza del valore numerico. Inoltre, qualora le frequenze naturali dell'invaso siano maggiori della frequenza propria del sisma, tale approccio semplificato a masse equivalenti può essere adottato con buona approssimazione e con vantaggio di semplicità anche per la simulazione dell'interazione diga-invaso. Sulla scia di Westergaard (1), **Werner** (7), nel 1949, e **Housner** (8), nel 1957, trattano gli effetti idrodinamici dovuti all'azione sismica orizzontale nei serbatoi utilizzando modelli a masse equivalenti. Le teorie furono sviluppate, a partire dall'approccio acustico, assumendo nel primo caso (7) una forzante armonica e pareti rigide, nel secondo caso (8) liquido incomprimibile e pareti rigide. Nonostante questi studi siano indirizzati alle più comuni tipologie di serbatoi, tali teorie vengono opportunamente adattate anche al caso di dighe con paramento di monte sia verticale che inclinato. In particolare, nell'ipotesi di piccoli spostamenti e di liquido incomprimibile, in (7) si ricava la pressione impulsiva sul manufatto immaginando il liquido suddiviso in strati sottili paralleli al paramento, divisi da membrane rigide, e liberi di muoversi nella direzione secondo cui agisce la sollecitazione sismica. L'applicazione di questo modello alle dighe fornisce risultati in accordo con quelli ottenuti da Westergaard.

Nel 1952, **Zangar** (9), oltre a considerare il corpo diga rigido, pone l'ulteriore ipotesi semplificativa di incomprimibilità dell'acqua. Tale supposizione, come dimostrato dalla



precedente teoria di Westergaard, non consente di tenere conto degli effetti di interazione tra bacino e sisma. In accordo alle precedenti teorie, l'autore utilizzando l'approccio acustico per risolvere il problema e, grazie all'ipotesi di incomprimibilità del fluido, perviene all'equazione di Laplace attraverso l'introduzione di un potenziale delle velocità. La soluzione del problema è ricavata attraverso l'analogia elettrica, sulla base di un apparato sperimentale. In sostanza, egli rileva la rete di linee equipotenziali e di corrente all'interno di un elettrolita contenuto in un recipiente di forma simile a quella del bacino di invaso. Alle linee equipotenziali, ortogonali a quelle di corrente misurate, sono associati i valori di pressione idrodinamica sul corpo diga.

Un contributo determinante negli **anni '60** viene offerto dalla teoria di **Chopra** (10). Sulla scia dei precedenti lavori, utilizzando l'approccio acustico, introduce altri effetti, come la presenza del terreno di fondazione, la deformabilità del corpo diga e modella il sisma come forzante descritta da un accelerogramma generico, fornendo metodi più raffinati e, al tempo stesso, più laboriosi per la valutazione della pressione idrodinamica. L'autore rimuove anche l'ipotesi di diga rigida nel calcolo della pressione idrodinamica (11), anche se la forma degli spostamenti orizzontali è limitata a quella del primo modo di vibrare. In particolare, la legge di variazione degli spostamenti del paramento di monte è fornita dal rapporto di due funzioni: la prima, funzione del tempo, rappresenta le coordinate generalizzate, la seconda, funzione delle sole coordinate spaziali, rappresenta la forma modale fondamentale. In questa teoria, la pressione idrodinamica è calcolata come somma dei contributi provenienti da due modelli indipendenti uno dall'altro: nel primo la diga è ritenuta rigida e le pressioni idrodinamiche sono generate dagli spostamenti prodotti dal moto sismico nel tempo come in (10); nel secondo le pressioni idrodinamiche sono generate dal campo di spostamenti prodotti dal primo modo di vibrare della struttura. Le due soluzioni sono dunque ottenute imponendo alla diga alternativamente accelerazioni diverse, una applicata alla base di una struttura rigida e relativa all'accelerazione sismica, l'altra applicata in proporzione agli spostamenti modali, variabile nel tempo sinusoidalmente. I risultati forniti da questo metodo non sembrano del tutto affidabili in quanto non tengono conto dell'interazione tra la frequenza della struttura e quelle dell'azione sismica, né dell'interazione tra invaso e struttura. Questa formulazione viene in seguito raffinata per tener conto dell'effettiva interazione. Inizialmente in (12) Chopra utilizza un modello costituito da un oscillatore semplice, a un grado di libertà, in cui la rigidità è quella relativa alla sola struttura della diga, mentre la massa e lo smorzamento sono entità relative però al sistema costituito dalla struttura e dall'invaso. In questo modo si tiene conto dell'interazione tra le frequenze della struttura e dell'invaso il cui grado di



accoppiamento dipende ovviamente anche dalla forzante. La soluzione, fornita in forma analitica, fornisce il valore della pressione idrodinamica come risposta di un sistema globale, formato dalla struttura e dal bacino e non più come somma di soluzioni relative a sistemi indipendenti.

Nel **1978 Chopra** (13) propone una procedura a due stadi per la progettazione e la valutazione della sicurezza nelle dighe a gravità in calcestruzzo. Il primo stadio prevede un'analisi semplificata per stimare attraverso lo spettro sismico di progetto la risposta dovuta al solo modo di vibrazione fondamentale. Tale procedura è indicata per il progetto preliminare e per la valutazione della sicurezza delle dighe. Il secondo stadio consiste invece in un'analisi raffinata di tipo time-history per modellazioni agli elementi finiti del corpo diga che consente di indagare in modo accurato la risposta dinamica e di verificare l'attendibilità delle valutazioni preliminari. Gli sforzi nel corpo diga vengono determinati considerando la fondazione rigida, ipotesi che sarà rimossa nei successivi studi.

Nel **1985 Fenves e Chopra**, elaborano una procedura semplificata (14) finalizzata alla determinazione delle forze laterali agenti sul paramento di monte, a partire dallo spettro di progetto dell'azione sismica. Tale metodo prende in considerazione la deformabilità del corpo diga, compressibilità dell'acqua, effetto dei sedimenti di fondo, e deformabilità delle fondazioni. La semplificazione maggiore risiede nel prendere in esame solo il primo modo di vibrare della struttura, calcolato per una vastità di diga con dimensioni comuni utilizzando il metodo agli elementi finiti. Tale metodo viene elaborato a partire dalla formulazione analitica (10), descritta con approccio acustico, e successivamente viene ulteriormente raffinato mediante il calcolo agli elementi finiti della prima forma modale.

Dagli inizi degli anni '80 alcuni autori mettono in discussione le ipotesi, fin qui sempre accettate, di quota costante della superficie libera dell'invaso e di stato piano di deformazione del modello. La variazione di quota del pelo libero dell'invaso è messa in conto da **Chwang** (15), nel **1982**, che, sotto le ipotesi di corpo diga rigido e fluido incompressibile, utilizza l'equazione dell'onda di D'Alembert e impone opportune condizioni al contorno in superficie per ricavare la pressione idrodinamica sul manufatto in presenza di un'accelerazione di tipo impulsivo. La soluzione risulta essere composta da due termini: il primo rappresenta il contributo della teoria di Westergaard per fluido incompressibile, il secondo è un termine che dipende dalla durata della sollecitazione, dall'altezza del serbatoio e dall'entità dell'accelerazione. Nella pratica, essendo piccoli gli spostamenti dei corpi diga, questo effetto può in generale essere ritenuto trascurabile.



1.2.1 Teoria di H.K. Westergaard

Uno dei primi e più importanti studi rivolti alla valutazione delle azioni idrodinamiche agenti sul paramento di monte, a seguito di una sollecitazione sismica orizzontale, è dovuto a H. M. Westergaard nel 1933.

L'Autore ritiene che per valutare l'incremento di sollecitazione dovuta al sisma, nel caso di dighe a gravità, sia necessario mettere in conto due cause: la prima riguarda le accelerazioni della massa della diga stessa e la seconda il cambiamento di pressione dell'acqua la quale si trova quindi ad essere in una condizione differente rispetto a quella di quiete.

Al fine di valutare l'accelerazione che interessa il corpo diga, Westergaard, nel caso di assenza di condizioni particolarmente sfavorevoli, ritiene accettabile l'ipotesi che tutti i punti della fondazione subiscano gli stessi spostamenti $x(t)$, velocità $\dot{x}(t)$ e accelerazioni $\ddot{x}(t)$ nello stesso istante di tempo.

Westergaard, sulla base di relazioni empiriche, valuta il periodo proprio di vibrare del corpo diga (in assenza di serbatoio ed assunto per semplicità di forma triangolare) mediante la seguente relazione,

$$T_s = \frac{H_s^2}{610 \cdot B} \frac{\text{sec}}{m} \quad (1.8)$$

nel caso di base rigida. L'eventuale presenza di un supporto elastico porterebbe ad un aumento del periodo di vibrare, rimanendo tuttavia dello stesso ordine di grandezza.

Nel caso di $B = 0,8 H$, la relazione (1.8) diventa $T_s = \frac{H_s}{488} \frac{\text{sec}}{m}$, per esempio, $T_s = 0.20 \text{ sec}$ nel caso di altezze dell'ordine di 100 m. Poiché il periodo di vibrazione della diga è generalmente una frazione di secondo, mentre il periodo dominante del sisma T è maggiore di 1 sec:

- fenomeni di risonanza non sono da attendersi ordinariamente, salvo nel caso di dighe molto alte;
- quando il rapporto $\frac{T_s}{T}$ è piccolo – come sopra dimostrato –, si può ritenere che tutti i punti della diga sono interessati allo stesso tempo dalla stessa accelerazione di base.

Westergaard considera come indicatore dell'intensità del sisma il valore α che è dato dal rapporto $\frac{a_x}{g}$ in cui a è l'accelerazione attesa e g è l'accelerazione di gravità.

Ipotesi di base

- diga rigida;
- sbarramento con paramento a monte verticale;
- accelerazioni sismiche orizzontali (perpendicolari alla diga) di legge sinusoidale;
- moto piano;
- piccoli spostamenti sia orizzontali che verticali delle particelle liquide;
- serbatoio infinitamente lungo verso monte.

Equazioni del moto dell'acqua

Le equazioni impiegate fanno riferimento alla teoria dell'elasticità dei solidi trascurando tuttavia lo sforzo di taglio non ammesso in fluidi come questi.

Le forze agenti su un elemento di volume, $dx dy dz$, sono espresse in termini di sforzo, p , il quale deve essere sovrapposto alle pressioni idrostatiche agenti in regime di quiete. Le forze sulla faccia con ascissa $x + dx$, eccedono quelle con ascissa x della quantità $\frac{\partial p}{\partial x} dx$ per unità di area, o globalmente di $\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$. La massa dell'elemento è $\frac{w}{g} dx dy dz$, e l'accelerazione che subisce è $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$, indicando con ξ lo spostamento in direzione x .

Sulla base del principio di D'Alembert, secondo il quale ogni istante del moto può essere considerato come uno stato di equilibrio meccanico, eguagliando la forza d'inerzia agente sulla massa considerata con quella agente sulla faccia dell'elemento, si ottengono le seguenti relazioni,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{w}{g} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{w}{g} \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (1.10)$$

L'equazione (1.9) si riferisce al movimento in direzione x mentre l'equazione (1.10) al movimento in direzione y ; l'equazione in direzione z , coincidente con l'asse della diga, non è riportata poiché vengono considerati movimenti paralleli al piano trasversale del corpo (x, y) .

La tensione p , nelle equazioni (1.9) e (1.10) è governata dalla relazione,

$$p = k\varepsilon \quad (1.11)$$

per incremento di volume per unità di volume, ε , che si produce.

La costante k , rappresenta il modulo di comprimibilità dell'acqua. Dalla seguente relazione,

$$\varepsilon = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad (1.12)$$



si ottiene che,

$$p = k \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \quad (1.13)$$

Il movimento è governato dalle equazioni (1.9), (1.10) e (1.11). Un confronto con l'equazione idrodinamica per fluidi comprimibili mostra che le equazioni (1.9), (1.10) e (1.11) possono essere applicate quando gli spostamenti ξ e η sono piccoli, come assunto nelle ipotesi.

Soluzione del problema considerando il movimento verticale ed orizzontale dell'acqua

Assumiamo che la diga si muova durante il sisma secondo un movimento armonico con periodo T , e la massima accelerazione sia, αg , per $T = 0, T, 2T$, etc. Questo movimento è espresso dall'equazione,

$$u_{x,0} = -\frac{\alpha g T^2}{4\pi^2} \cos\left(\frac{n\pi t}{2H}\right) \quad (1.14)$$

La soluzione ricercata deve soddisfare le equazioni (1.9), (1.10) e (1.11), ed inoltre le seguenti condizioni al contorno:

$p = 0$, quando $y = 0$;

$u_y = 0$, quando $y = h$;

$u_x = -\frac{\alpha g T^2}{4\pi^2} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$, quando $x = 0$;

p tende a 0 quando x tende ad un valore elevato.

Considerando l'acqua comprimibile, la soluzione che soddisfa le precedenti condizioni è espressa dalla seguente relazione,

$$u_x = -\frac{\alpha g T^2}{4\pi^3} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n} e^{-q_n} \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \quad (1.15)$$

$$u_y = \frac{\alpha g T^2}{4\pi^3} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n c_n} e^{-q_n} \cos\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \quad (1.16)$$

in cui,

$$c_n = \sqrt{1 - \frac{16wH^2}{n^2 g k T^2}} \quad (1.17)$$

e,

$$q_n = \frac{n\pi c_n x}{2h} \quad (1.18)$$

L'equazione (1.17) fornisce,



$$\frac{1}{c_n} - c_n = \frac{16wH^2}{n^2 c_n g k T^2} \quad (1.19)$$

In cui,

$$c = \sqrt{\frac{gk}{w}} \quad (1.20)$$

Le equazioni (1.11), (1.13), (1.14) e (1.16) permettono di ricavare il valore della pressione in un generico punto di coordinate (x, y) ,

$$p = -\frac{8\alpha w h}{\pi^2} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^2 c_n} e^{-q_n} \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \quad (1.21)$$

Pressione sul corpo diga

In accordo con l'equazione (1.21), la massima pressione p , per $(x = 0)$, dell'acqua sulla diga si ha per $t = 0, T, 2T$, etc. Si ottiene :

$$p = \frac{8\alpha w H}{\pi^2} \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^2 c_n} \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \quad (1.22)$$

Taglio e momento agenti

E' importante valutare la forza di taglio orizzontale e il momento flettente prodotto dal carico p , in varie sezioni orizzontali considerando un funzionamento a mensola della diga.

Q ed M sono rispettivamente il taglio e il momento alla generica coordinata y , Q_0 ed M_0 sono rispettivamente il taglio e il momento alla base,

$$Q = \int_0^y p \, dy; \quad Q_0 = \int_0^h p \, dy; \quad M = \int_0^y Q \, dy; \quad M_0 = \int_0^h Q \, dy \quad (1.23)$$

$$Q = \frac{16\alpha w H^2}{\pi^3} \left(\sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^3 c_n} - \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^3 c_n} \cos\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \right) \quad (1.24)$$

$$Q_0 = \frac{16}{\pi^3} \alpha w H^2 \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^3 c_n} \quad (1.25)$$

$$M = \alpha w h^3 \left(\frac{16 \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^3 c_n} y}{\pi^3} - \frac{32}{\pi^4} \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^4 c_n} \sin\left(\frac{n\pi y}{2h}\right) \right) \quad (1.26)$$

$$M_0 = \alpha w h^3 \left(\frac{16 \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^3 c_n}}{\pi^3} - \frac{32}{\pi^4} \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^4 c_n} \right) \quad (1.27)$$



Formule approssimate per la determinazione della pressione idrodinamica.

Allo scopo di una valutazione approssimata della pressione idrodinamica, si potrebbe pensare di approssimare la distribuzione esatta attraverso un quarto di ellisse. Un'approssimazione più soddisfacente si ottiene facendo riferimento a una parabola con asse verticale mostrata in figura 2.

L'andamento parabolico conduce alla seguente semplificazione delle formule,

$$p = C\alpha\sqrt{hy}; p_0 = C\alpha h \quad (1.28)$$

$$Q = \frac{2}{3}C\alpha y\sqrt{hy}; Q_0 = \frac{2}{3}C\alpha h^2 \quad (1.29)$$

$$M = \frac{4}{15}C\alpha y^2\sqrt{hy}; M_0 = \frac{4}{15}C\alpha h^3 \quad (1.30)$$

Dove C è dato, con buona approssimazione dalla legge,

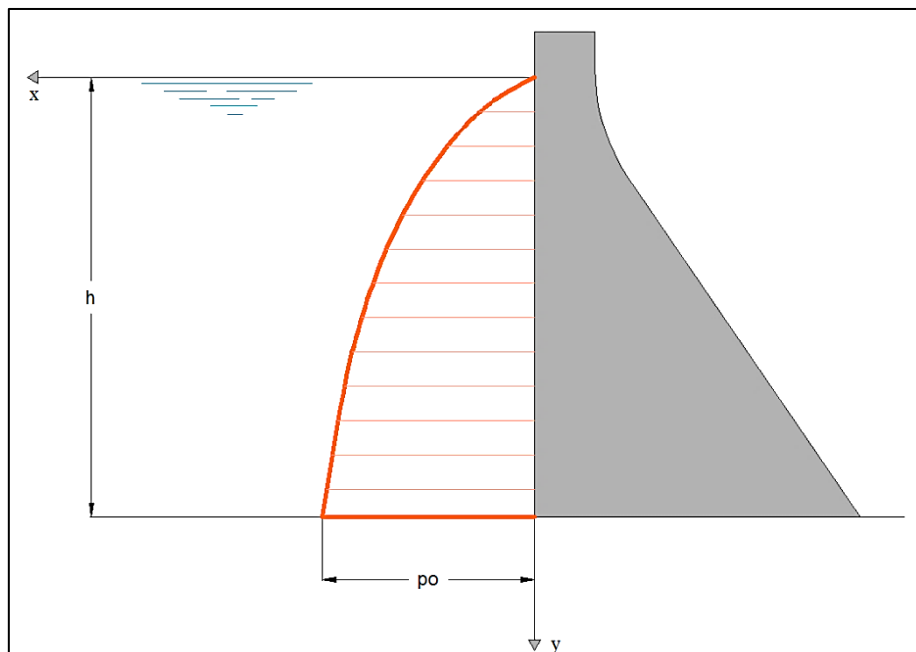
$$C = \frac{898 \text{ daNm}^{-3}}{\sqrt{1 - 0,72 \left(\frac{h \text{ sec}}{305 T m} \right)^2}} \quad (1.31)$$

Dalle equazioni (1.28) e (1.31) si ottiene il valore della pressione idrodinamica,

$$p = \frac{898 \text{ daNm}^{-3} \alpha \sqrt{hy}}{\sqrt{1 - 0,72 \left(\frac{h \text{ sec.}}{305 T m} \right)^2}} \quad (1.32)$$

Utilizzando il quadrante di ellisse invece che la parabola per la valutazione delle pressioni idrodinamiche si ottiene,

$$p = \frac{719 \text{ daNm}^{-3} \alpha \sqrt{y(2h - y)}}{\sqrt{1 - 0,72 \left(\frac{h \text{ sec.}}{305 T m} \right)^2}} \quad (1.32a)$$



**Figura 1.1: sezione trasversale del corpo diga con andamento parabolico
delle pressioni idrodinamiche sul paramento di monte**

Per visualizzare l'azione dinamica del fluido sulla diga, si potrebbe pensare ad un determinato corpo di acqua che si muove con la diga mentre il restante serbatoio rimane fermo. A questo scopo il corpo d'acqua che si muove con la diga potrebbe essere pensato composto da strati di ghiaccio orizzontali ed il serbatoio vuoto. Gli strati di ghiaccio si supportano l'uno su l'altro senza che si producano tra loro forze attrittive. Gli strati sono attaccati fermamente alla diga cosicché essa possa esercitare forze orizzontali necessarie a muovere gli strati avanti e indietro.

La forma del corpo d'acqua o di ghiaccio considerato in movimento con la diga deve essere determinato in maniera tale che le relative forze d'inerzia siano uguali alle pressioni esercitate dall'acqua sul corpo durante il moto sismico.



1.2.2 Teoria di C. N. Zangar

Zangar basa i suoi studi sull'analogia elettrica, ricorrendo alla costruzione di un modello geometricamente simile al sistema diga-serbatoio. Un potenziale elettrico, variabile linearmente, è posto lungo la faccia rappresentante il paramento di monte della diga, e un potenziale elettrico costante è posto lungo la base del recipiente che rappresenta il fondo del serbatoio. Il recipiente viene quindi riempito con un liquido elettrolita e le linee di corrente sono valutate mediante un sistema a ponte di Wheastone. La distribuzione ed il valore della pressione sulla faccia della diga sono ottenute mediante le linee equipotenziali ricavate dalle linee di corrente.

Ipotesi di base

- diga rigida;
- liquido incompressibile;
- viscosità trascurabile;
- sbarramento con paramento di monte a semplice inclinazione;
- moto piano;
- piccoli spostamenti sia orizzontali che verticali delle particelle liquide;
- effetto delle onde di superficie trascurabile;
- quota del pelo libero costante;
- serbatoio infinitamente lungo verso monte.

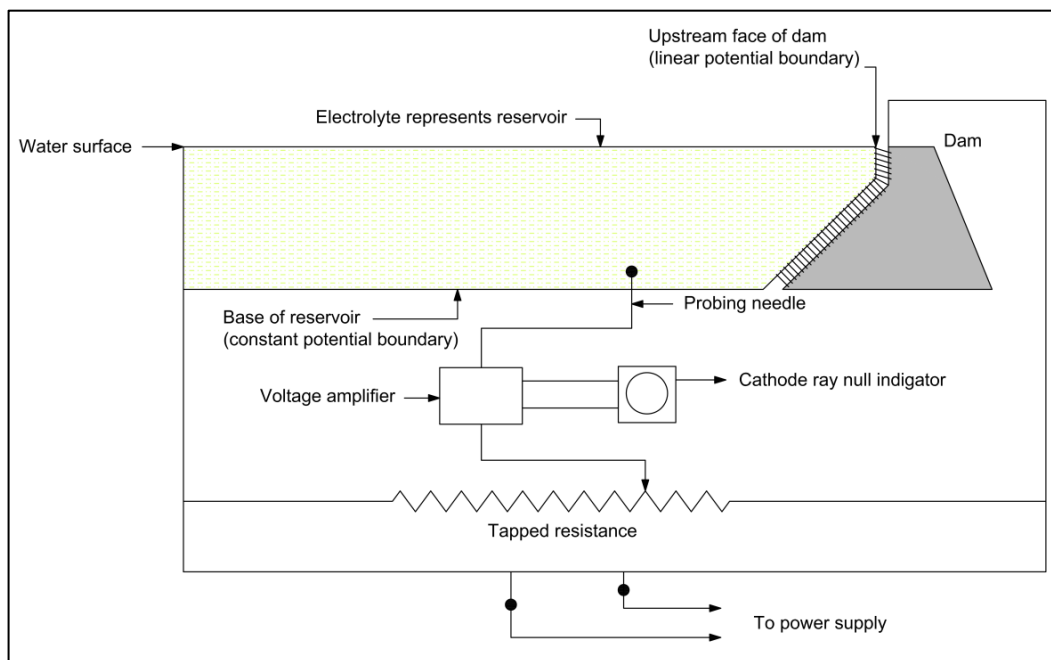


Figura 1.2: sezione trasversale del corpo diga con andamento della massa apparente.



Equazioni di base del problema

La valutazione sperimentale della pressione idrodinamica si basa su una evidenza matematica secondo la quale, l'equazione delle onde acustiche di d'Alembert, per fluidi incomprimibili ($k \rightarrow \infty$), corrisponde alla equazione di Laplace:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{w}{gk} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} ; k \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \nabla^2 \phi = 0 \quad (1.33)$$

Soluzione

Il valore della pressione idrodinamica è dato dall'equazione:

$$p = C \alpha w H \quad (1.34)$$

dove α , è l'indicatore dell'intensità del sisma dato dal rapporto $\frac{a}{g}$; in cui a è l'accelerazione attesa.

Analiticamente il valore di C può essere ricavato mediante la seguente relazione:

$$C = \frac{C_m}{2} \left[\frac{y}{h} \left(2 - \frac{y}{h} \right) + \sqrt{\frac{y}{h} \left(2 - \frac{y}{h} \right)} \right] \quad (1.35)$$

Dove C_m rappresenta il valore massimo di C per inclinazione costante.

$$C_m = -0,0073 \theta + 0,7412 \quad (1.36)$$

Di conseguenza la pressione idrodinamica,

$$p = \frac{1}{2} \alpha w H C_m \left[\frac{y}{H} \left(2 - \frac{y}{H} \right) + \sqrt{\frac{y}{H} \left(2 - \frac{y}{H} \right)} \right] \quad (1.37)$$

dove α , è l'indicatore dell'intensità del sisma dato dal rapporto $\frac{a}{g}$; in cui a è l'accelerazione attesa.



1.2.3 Teoria A.K. Chopra

Chopra, con la sua trattazione, fornisce un contributo molto importante alla valutazione della pressione idrodinamica. Sulla base degli studi precedentemente svolti, lo stesso Chopra cerca di investigare più nel dettaglio quali siano gli effetti della comprimibilità dell'acqua ed ancora di più cosa comporti mettere in conto la deformabilità del corpo diga e quindi la sua interazione con il serbatoio di monte.

1.2.3.1 Diga rigida ed acqua comprimibile

Ipotesi di base

- diga rigida;
- liquido comprimibile;
- viscosità trascurabile;
- sbarramento con paramento a monte verticale;
- accelerazioni sismiche orizzontali (perpendicolari alla diga) di legge $\ddot{u}_g(t) = e^{i\omega t}$;
- moto piano;
- piccoli spostamenti sia orizzontali che verticali delle particelle liquide;
- effetto delle onde di superficie trascurabile;
- quota del pelo libero costante;
- serbatoio infinitamente lungo verso monte.

Equazioni di base del problema

Il movimento delle particelle d'acqua è governato dall'equazione dell'onda di pressione di D'Alembert,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{w}{gk} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1.38)$$

nella quale $\phi(x, y, t)$ è la funzione potenziale di velocità è correlata al campo di velocità ed alla pressione tramite le seguenti relazioni:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (1.40)$$

$$p = \frac{w}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1.41)$$

dove u, v sono rispettivamente le componenti di spostamento degli assi x ed y , w il peso unitario dell'acqua, g l'accelerazione di gravità, k il modulo di comprimibilità dell'acqua e



$c = \sqrt{\frac{gk}{w}}$ la velocità del suono nell'acqua.

Impostazione del problema e condizioni al contorno

Le condizioni al contorno che governano il problema sono,

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x, 0, t) = 0 \quad (1.42)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}(x, H, t) = 0 \quad (1.43)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) (0, y, t) = \ddot{u}_g(t) \quad (1.44)$$

dove $\ddot{u}_g(t)$ è la componente dell'accelerazione del terreno lungo l'asse x .

Considerando il serbatoio in quiete quando il movimento sismico sopraggiunge, le condizioni iniziali sono,

$$\phi(x, y, 0) = 0 \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}(x, y, 0) = 0 \quad (1.46)$$

Soluzione

Ponendo $\ddot{u}_g(t) = e^{i\omega t}$ la soluzione fornisce un valore della pressione idrodinamica del tipo:

$$p^x(x, y, t) = H_p^x(x, y, \omega) e^{i\omega t} \quad (1.47)$$

dove:

$$H_p^x(x, y, \omega) = \frac{4w}{\pi g} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)\sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} e^{\left\{-x\sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}\right\}} \cos(\lambda_n y) \quad (1.48)$$

nella quale $\lambda_n = (2n-1)\pi/2H$.

Le frequenze naturali ω_n del serbatoio sono date dalla condizione $\frac{\lambda_n}{c}$, e sono,

$$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi c}{2H} = \frac{2\pi}{T_n}; n = 1, 2, 3 \dots \quad (1.49)$$



L'equazione ricavata da Chopra, riportata con la stessa terminologia utilizzata da Westergaard risulta essere:

$$p^x(0, y, t) = -\frac{4\alpha w}{\pi} \left[\sin(\omega t) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1) \sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} \cos(\lambda_n y) + \cos(\omega t) \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1) \sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} \cos(\lambda_n y) \right] \quad (1.50)$$

Nella quale $n_1 = \text{minimo valore di } n \text{ tale che } \lambda_n^2 > \frac{\omega^2}{c^2}$.

Le due equazioni sono identiche se $n_1 = 1$, cioè, $\lambda_1^2 > \omega^2/c^2$ o $\omega < \omega_1$, poiché il termine comprendente $\sin(\omega t)$ sparisce.

Chiaramente, per $\omega > \omega_1$ il termine con $\sin(\omega t)$ non sparisce e rappresenta la parte di risposta la quale è fuori fase se comparata con l'eccitazione. In tale caso, la pressione idrodinamica non può essere rappresentata da effetti inerziali o masse addizionali che si muovono con la diga.

Pressioni idrodinamiche ad un moto arbitrario del terreno

La pressione idrodinamica sulla diga generata da una accelerazione del terreno $\ddot{u}_g(t)$ può essere ottenuta dalla risposta all'impulso unitario tramite la sovrapposizione dell'integrale di convoluzione.

$$p^x(0, y, t) = \frac{4wc}{\pi g} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)} \cos(\lambda_n y) \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) J_0[\lambda_n c(t-\tau)] d\tau \quad (1.51)$$



1.2.3.2 Diga deformabile ed acqua comprimibile: PROBLEMA 1

Nei successivi studi Chopra cerca di combinare gli effetti legati alla comprimibilità dell'acqua valutati nel caso diga rigida, con quelli che si ottengono considerando il corpo deformabile, valutando l'importanza di questa interazione durante un'eccitazione sismica. Lo spostamento del punto generico è dato dallo spostamento del terreno $u_g(t)$ e dagli spostamenti relativi alla base espressi dalla funzione $\psi(y, t)$.

Noi siamo interessati alla determinazione delle pressioni idrodinamiche considerando $\psi_1(y, t)$ come forzante del serbatoio. La risposta della diga $\psi_1(y, t)$ è data dalla somma delle risposte dei suoi modi normali. Inoltre, poiché è noto, che il movimento del terreno tende ad eccitare le strutture nelle quali il modo di vibrare fondamentale predomina, possiamo limitarci a considerare la prima deformata modale.

Ipotesi di base

- diga deformabile;
- liquido comprimibile;
- viscosità trascurabile;
- sbarramento con paramento a monte verticale;
- accelerazioni sismiche normali al paramento di monte;
- moto piano;
- piccoli spostamenti sia orizzontali che verticali delle particelle liquide;
- effetto delle onde di superficie trascurabile;
- quota del pelo libero costante;
- serbatoio infinitamente lungo verso monte.

Equazioni di base del problema

Il movimento delle particelle d'acqua è governato dall'equazione dell'onda di pressione di D'Alembert:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{w}{gk} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1.52)$$

dove le (1.13), (1.14), e (1.22) esprimono le relazioni tra il flusso potenziale ed il campo di velocità e pressione.

Inoltre, la seguente equazione ci consente di mettere in conto gli effetti della deformabilità del corpo diga:

$$\psi_1(y, t) = Y(t) \xi(y) \quad (1.53)$$

dove $Y(t)$ rappresenta la coordinata generalizzata per il modo fondamentale e $\xi(y)$ è la forma della sua deformata.



Consideriamo una sezione trasversale della diga di altezza h_s avente il paramento di monte verticale e una distribuzione di massa lungo l'altezza $m(y)$. Conoscendo le proprietà del materiale (modulo elastico e modulo di poisson) e la frequenza fondamentale, la forma modale della struttura può essere determinata attraverso il metodo agli elementi finiti. Sia ω_s la pulsazione fondamentale della diga e $\xi(y)$ la componente orizzontale degli spostamenti modali del paramento di monte. L'equazione che governa il movimento della diga nel modo fondamentale è,

$$\ddot{Y}(t) + 2\xi_s \omega_s \dot{Y}(t) + \omega_s Y(t) = - \frac{\int_0^{H_s} m(y) \xi(y) dy}{\int_0^{H_s} m(y) \xi^2(y) dy} \ddot{u}_g(t) \quad (1.54)$$

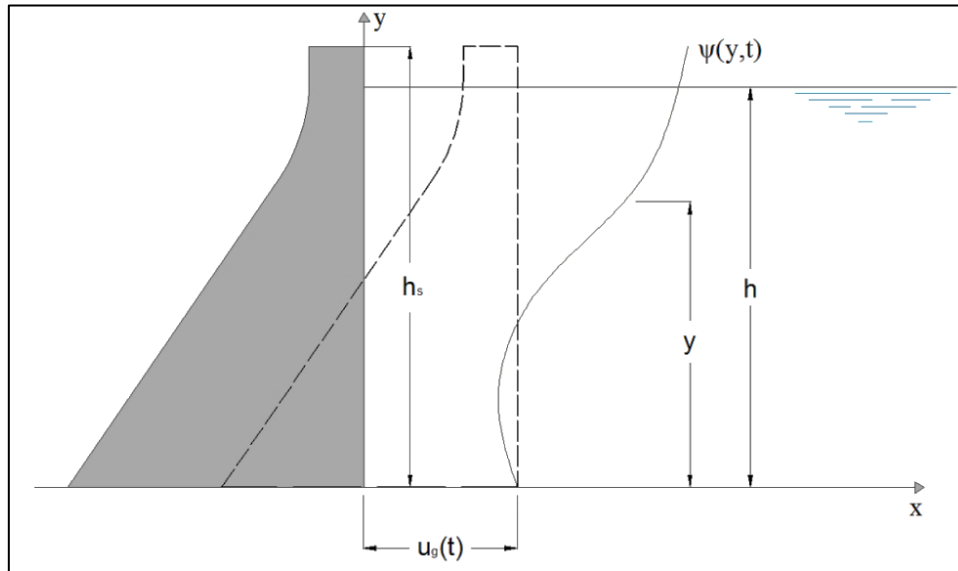


Figura 1.3: sistema di spostamenti prodotti dal moto del terreno e dalla deformata del corpo diga.

Impostazione del problema e condizioni al contorno

Nel nostro caso imponiamo le condizioni al contorno già espresse dalle (1.42), (1.43), (1.44) e le condizioni al iniziali (1.45), (1.46) al tempo $t = 0$.

Soluzione

In particolare siamo interessati alla soluzione quando:

- a- $a(y, t) = \ddot{u}_g(t)$;
- b- $a(y, t) = \ddot{Y}(t) \xi(y)$.



Caso (a)

Poniamo nelle condizioni al contorno $\ddot{u}_g(t) = 1 \cdot e^{i\omega t}$. Otteniamo quindi $a(y, t) = 1 \cdot e^{i\omega t}$.

La pressione sul paramento di monte della diga può essere espressa:

$$p_1(y, t) = H_{p1}(y, \omega) e^{i\omega t} \quad (1.55)$$

dove:

$$H_{p1}(y, \omega) = \frac{4w}{\pi g} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1) \sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} \cos(\lambda_n y) \quad (1.56)$$

Caso (b).

Poniamo $\ddot{Y}(t) = 1 \cdot e^{i\omega t}$. Otteniamo quindi $a(y, t) = \xi(y) e^{i\omega t}$.

La pressione idrodinamica sul paramento di monte può essere espressa in maniera analoga dalla:

$$p_2(y, t) = H_{p2}(y, \omega) e^{i\omega t} \quad (1.57)$$

dove:

$$H_{p2}(y, \omega) = \frac{2w}{gH} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^h \xi(y) \cos(\lambda_n y) dy}{\sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} \cos(\lambda_n y) \quad (1.58)$$

$[p_1(t) + p_2(t)]$ rappresenta la pressione idrodinamica che si genera nel caso di interazione diga serbatoio.

In questo modo vengono ricavati separatamente i due contributi:

- il primo dovuto al solo effetto dell'acqua agente sul corpo rigido soggetto al moto sismico $u_g(t)$;
- il secondo dovuto esclusivamente agli spostamenti trasversali generati dalla deformata del primo modo di vibrare $Y(t)\xi(y)$.

Questa trattazione permette di aumentare il livello di accuratezza dei risultati ottenuti rispetto al caso in cui la deformabilità della diga viene trascurata; tuttavia ricavare le risposte dei due sistemi considerati disaccoppiati e successivamente sommarle può fornire risultati approssimati.



1.2.3.3 Diga deformabile ed acqua comprimibile: Problema 2

In seguito Chopra cerca di raffinare ulteriormente i risultati ottenuti dagli studi precedenti. In particolare cerca di ottenere la risposta completa al moto del terreno non più sommando gli effetti di due sistemi separati, ma attraverso un unico sistema, le cui proprietà dipendono sia dalle proprietà del corpo diga che del serbatoio, soggetto allo stesso moto sismico.

Ipotesi di base

Le ipotesi alla base sono le stesse considerate nel problema 1.

Equazioni di base del problema

Il movimento delle particelle d'acqua è governato dall'equazione dell'onda di pressione di D'Alambert:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{w}{gk} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1.59)$$

Inoltre, la seguente equazione ci consente di mettere in conto gli effetti della deformabilità del corpo diga. Consideriamo una deformata del corpo diga del tipo:

$$\psi_1(y, t) = Y_c(t) \xi(y) \quad (1.60)$$

dove $Y_c(t)$ rappresenta la coordinata generalizzata per il modo fondamentale e $\xi(y)$ è la forma della sua deformata.

Le equazioni che governano il movimento della diga nel suo modo fondamentale di vibrare possono essere scritte come,

$$\ddot{Y}_c(t) + 2 \xi_s \omega_s \dot{Y}_c(t) + \omega_s^2 Y_c(t) = \frac{P_c^*}{M^*} \quad (1.61)$$

nella quale,

$$P_c^* = -\ddot{u}_g(t) \int_0^{h_s} m(y) \xi(y) dy - \int_0^h p_c(y, t) \xi(y) dy \quad (1.62a)$$

$$M^* = \int_0^{h_s} m(y) \xi(y)^2 dy \quad (1.62b)$$

e $m(y)$ è la distribuzione di massa del corpo diga; ω_s la pulsazione naturale della diga; ξ_s lo smorzamento viscoso.

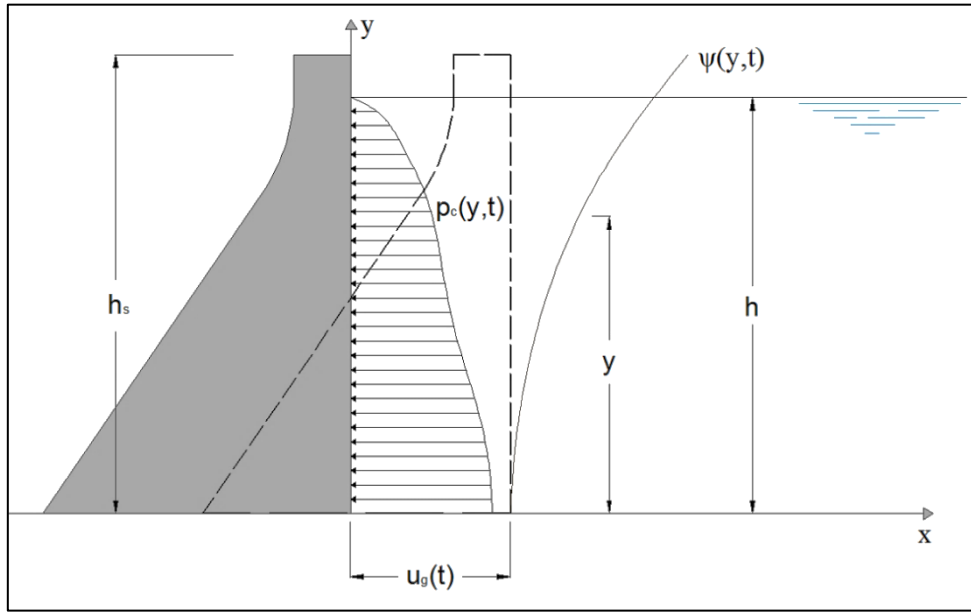


Figura 1.4: sistema di spostamenti prodotti dal moto del terreno e dalla deformata del corpo diga.

Impostazione del problema e condizioni al contorno

L'accelerazione orizzontale totale agente sulla faccia di monte della diga è,

$$\ddot{u}(y, t) = \ddot{u}_g(t) + \dot{Y}_c(t) \xi(y) \quad (1.63)$$

Consideriamo ora l'eccitazione del sistema diga-serbatoio come un'accelerazione del terreno di tipo armonico, cioè $\ddot{u}_g(t) = e^{i\omega t}$, quindi l'equazione sopra diventa,

$$\ddot{u}(y, t) = e^{i\omega t} + H_{\dot{Y}_c}(\omega) \xi(y) e^{i\omega t} \quad (1.64)$$

Nel nostro caso imponiamo le condizioni al contorno già espresse dalle (1.42), (1.43), (1.44) e le condizioni al iniziali (1.45), (1.46) al tempo $t = 0$.

Soluzione

La pressione idrodinamica $p_c(y, t)$ agente sul paramento di monte della diga in seguito alla vibrazione del sistema accoppiato diga-serbatoio soggetto alla forzante $\ddot{u}_g(t) = e^{i\omega t}$ è della forma,

$$p_c(y, t) = H_{p_c}(y, \omega) e^{i\omega t} \quad (1.65)$$

Dove $H_{p_c}(y, \omega)$ rappresenta la risposta in frequenza complessa e può essere espressa come,

$$H_{p_c}(y, \omega) = H_{p_1}(y, \omega) + H_{\dot{Y}_c}(\omega) H_{p_2}(y, \omega) \quad (1.66)$$

dove la risposta in frequenza complessa $H_{pm}(y, \omega)$ sono date da,

$$H_{pm}(y, \omega) = \frac{2w}{gh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{mn}}{\sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} \cos(\lambda_n y) \quad m = 1, 2 \quad (1.67)$$



con,

$$I_{mn} = \int_0^H f_m(y) \cos(\lambda_n y) dy; \quad f_1(y) = 1, f_2(y) = \xi(y) \quad (1.68)$$

e $H_{\tilde{y}_c}$ dalla seguente relazione:

$$\begin{aligned} H_{\tilde{y}_c} \left(\Omega; \Omega_r; \frac{H}{H_s} \right) &= \frac{\alpha(1+a)}{12} + \\ &+ \frac{16w}{\pi^3 \rho} \left(\frac{h}{h_s} \right)^2 \left[\frac{\sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{I_{2n}}{I_{1n}} \frac{1}{(2n-1)^2 \sqrt{(2n-1)^2 - \Omega^2}} - i \sum_{n=1}^{n_1-1} \frac{I_{2n}}{I_{1n}} \frac{1}{(2n-1)^2 \sqrt{\Omega^2 - (2n-1)^2}}}{\frac{\alpha(a^2 + 2a + 2)}{60} \left[-1 + 2i\xi_s \left(\frac{\omega_s}{\omega} \right) + \left(\frac{\omega_s}{\omega} \right)^2 \right]} \right] \\ &- \frac{16w}{\pi^3 \rho} \left(\frac{h}{h_s} \right)^2 \left[\sum_{n=n_1}^{\infty} \left(\frac{I_{2n}}{I_{1n}} \right)^2 \frac{1}{(2n-1)^2 \sqrt{(2n-1)^2 - \Omega^2}} \right. \\ &\left. - i \sum_{n=1}^{n_1-1} \left(\frac{I_{2n}}{I_{1n}} \right)^2 \frac{1}{(2n-1)^2 \sqrt{\Omega^2 - (2n-1)^2}} \right] \end{aligned} \quad (1.69)$$

nella quale $\Omega_r = \omega_1/\omega_s$ e $\omega_s/\omega = 1/\Omega \Omega_r$ e,

$$\frac{I_{2n}}{I_{1n}} = \frac{h}{h_s} \left[a + \frac{h}{h_s} (1-a) - \frac{(-1)^{n-1} 2a}{(2n-1)\pi} - 8 \frac{h}{h_s} \frac{(1-a)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right] \quad (1.70)$$

L'equazione (69) è valida per $\Omega \neq 2n-1$.



1.2.4 Metodo di calcolo semplificato A. K. Chopra

Nel 1987 Chopra, riprendendo le teorie sviluppate in precedenza, fornisce un metodo semplificato per il calcolo della pressione idrodinamica agente sul paramento di monte di un corpo diga.

Considerando solo il primo modo di vibrare della diga, il massimo effetto provocato dal movimento sismico orizzontale del terreno può essere rappresentato attraverso forze equivalenti laterali agenti sulla faccia di monte della diga fornite dalla relazione,

$$f_1(y) = \frac{\bar{L}_1}{\bar{M}^*} \frac{S_a(\bar{T}_1, \bar{\xi}_1)}{g} [w_s(y)\xi(y) + g\bar{p}_1(y, \bar{T}_r)] \quad (1.71)$$

Nell'equazione, la coordinata y è misurata dalla base della diga lungo la sua altezza, $w_s(y)$ rappresenta il peso della diga per unità di altezza e,

$$\bar{M}^* = M^* + Re \left[\int_0^H \bar{p}_1(y, \bar{T}_r) \xi(y) dy \right] \quad (1.72)$$

$$M^* = \frac{1}{g} \int_0^{H_s} w_s(y) \xi^2(y) dy \quad (1.73)$$

$$\bar{L}_1 = L_1 + \int_0^H \bar{p}_1(y, \bar{T}_r) dy \quad (1.74)$$

$$L_1 = \frac{1}{g} \int_0^{H_s} w_s(y) \xi(y) dy \quad (1.75)$$

Dove M^* = massa generalizzata, L_1 = coefficiente di forza sismica generalizzato, $\xi(y)$ = componente di spostamento orizzontale del paramento di monte della diga nella forma modale del modo fondamentale ricavato con le ipotesi di fondazione rigida e assenza di serbatoio, $\bar{p}_1(y, \bar{T}_r)$ = rappresenta la pressione idrodinamica sul paramento di monte dovuta all'accelerazione armonica di periodo \bar{T}_r nel modo fondamentale di vibrare e dipendente dal valore di $R_w = \frac{T_1^r}{\bar{T}_r}$, dove $T_1^r = \frac{4H}{c}$ rappresenta il periodo fondamentale del serbatoio, H = la profondità dell'acqua invasata, H_s = l'altezza della struttura, $S_a(\bar{T}_1, \bar{\xi}_1)$ = ordinata spettrale in corrispondenza del periodo \bar{T}_1 e con smorzamento $\bar{\xi}_1$ del sistema equivalente diga – acqua – fondazione.

In particolare i vari termini presenti nell'equazione sopra, sono ricavati mediante la determinazione delle seguenti grandezze.

Il periodo proprio di vibrare del sistema equivalente ad un grado di libertà rappresentante la risposta del modo fondamentale della diga con fondazione rigida e serbatoio di monte è,



$$\bar{T}_r = R_r \cdot T_s \quad (1.76)$$

Nella quale T_1 = periodo fondamentale di vibrare della diga su fondazione rigida in assenza di serbatoio.

Il periodo proprio di vibrare del sistema equivalente ad un grado di libertà rappresentante la risposta del modo fondamentale della diga con fondazione flessibile e assenza del serbatoio di monte è,

$$\bar{T}_f = R_f \cdot T_1 \quad (1.77)$$

Il periodo proprio di vibrare del sistema equivalente ad un grado di libertà rappresentante la risposta del modo fondamentale della diga con fondazione flessibile e serbatoio di monte approssimativamente dato da,

$$\bar{T}_1 = R_r \cdot R_f \cdot T_1 \quad (1.78)$$

Lo smorzamento del sistema equivalente può essere calcolato ,

$$\bar{\xi}_1 = \frac{1}{R_r} \frac{1}{(R_f)^3} \xi_1 + \xi_r + \xi_f \quad (1.79)$$

Dove ξ_1 = smorzamento del corpo diga su fondazione rigida, ξ_r = smorzamento dovuto all'interazione diga – serbatoio ed ai sedimenti di fondo, ξ_f = smorzamento dovuto all'interazione diga fondazione.

I passi significativi di tale metodo, proposto da Chopra e Fenves per il calcolo delle pressioni idrodinamiche, possono essere così descritti:

- 1) Calcolo del periodo fondamentale della struttura T_1 , in condizioni di bacino vuoto e suolo rigido:

$$T_s = 1,4 \frac{H_s}{\sqrt{E_s}} \quad (1.80)$$

La relazione di tipo empirico richiede H_s espresso in ft ed E_s in psi.

- 2) Calcolo del periodo considerando l'interazione acqua-struttura:

$$\bar{T}_r = R_r \cdot T_s \quad (1.81)$$

Il valore del coefficiente R_r , è stato tabellato dagli autori in funzione del modulo elastico del calcestruzzo e del rapporto h/H_s , dove h è l'altezza del pelo libero e H_s l'altezza della struttura.

- 3) Calcolo del periodo del bacino, considerando l'acqua comprimibile:

$$T_1^r = \frac{4h}{C} \quad (1.82)$$

dove C è la velocità di propagazione dell'onda di pressione dell'acqua pari 1480 m/s . Dopodiché sarà possibile calcolare il fattore R_w come rapporto tra il valore appena determinato ed il



periodo \bar{T}_r .

- 4) Determinazione del coefficiente di allungamento del periodo R_f a causa dell'interazione terreno - struttura, tabellato dagli autori per il rapporto tra i moduli elastici della roccia e del calcestruzzo. Con questo valore è possibile determinare il valore del periodo allungato dovuto all'interazione terreno-struttura e all'interazione acqua-struttura:

$$\bar{T}_s = R_r \cdot R_f \cdot T_1 \quad (1.83)$$

- 5) Calcolo dei coefficienti di smorzamento ξ_r , che tiene conto della presenza di sedimenti sul fondo alveo, sono forniti valori tabellati in funzione dell'età della diga e delle indagini a disposizione.

Con questi valori, in aggiunta al coefficiente di smorzamento ξ_1 , pari al 5%, è possibile determinare il coefficiente di smorzamento complessivo:

$$\bar{\xi}_1 = \frac{1}{R_r} \frac{1}{(R_f)^3} \xi_1 + \xi_r + \xi_f \quad (1.84)$$

- 6) Si suddivide il corpo diga in tante sezioni in maniera da ottenere il valore della funzione $gp(y)$ che esprime l'andamento della pressione idrodinamica in ogni punto. Tali valori sono tabellati dagli autori.
- 7) Calcolo della massa generalizzata, che può avvenire con la formula rigorosa,

$$M^* = \frac{1}{g} \int_0^{H_s} w_s(y) \cdot \xi^2(y) \quad (1.85)$$

dove, nelle formule precedenti: w_s rappresenta il peso, per unità di altezza della diga, W_s rappresenta il peso complessivo della diga e $\xi(y)$ rappresenta la deformata modale.

A questo punto, prima di passare al passo successivo, è necessario calcolare la massa generalizzata efficace attraverso la seguente formula:

$$\bar{M}^* = R_r^2 \cdot M^* \quad (1.86)$$

Effettuiamo il calcolo del coefficiente sismico generalizzato, che ci servirà poi per calcolare quello effettivo. Il coefficiente sismico generalizzato L_1 , si calcola in maniera approssimata come segue:



$$L_1 = 0,13 \cdot \frac{W_s}{g} \quad (1.87)$$

Mentre, quello efficace, vale:

$$\overline{L_1} = L_1 + \frac{1}{g} F_{st} \left(\frac{H}{H_s} \right)^2 A_p \quad (1.89)$$

dove, nella formula precedente, A_p rappresenta il coefficiente delle forze idrodinamiche, tabulato dagli autori in funzione del coefficiente R_w . F_{st} rappresenta la forza idrodinamica totale sulla diga, pari a $F_{st} = wH^2/2$

- 8) Infine è possibile determinare $f_1(y)$, cioè la forza laterale sismica equivalente, associata al modo fondamentale di vibrare, ottenuta dallo spettro di risposta elastico, calcolato per $\bar{\xi}_1$ e calcolato per un valore del periodo pari a \bar{T}_s . La formula è:

$$f_1(y) = \frac{\overline{L_1}}{M^*} \frac{S_a(\bar{T}_s, \bar{\xi}_1)}{g} [w_s(y)\xi(y) + g\bar{p}_1(y, \bar{T}_r)] \quad (1.90)$$



1.3 Applicazioni post anni 90'

Le teorie post anni 90' si distinguono rispetto alle precedenti oltre che per una migliore interpretazione del fenomeno, ma soprattutto per le tecniche adottate. Mentre negli anni 30' si utilizzano pedissequamente metodi analitici, ora si introducono risoluzioni con tecniche numeriche, studiando più approfonditamente l' interazione struttura-bacino e/o struttura-fondazione. Particolarmente innovativi risultano essere le analisi con approccio probabilistico e quelle che fanno uso di reti neurali.

Dalla prima teoria degli anni 30' di Weestergard agli anni 90' viene utilizzato principalmente l'approccio acustico per studiare la pressione idrodinamica generata da scuotimenti del terreno. Successivamente la questione del problema si sposta sulla conoscenza di altri fenomeni che influenzano l'intensità della pressione idrodinamica; i ricercatori per cercare di fare luce su tali fenomeni non ancora del tutto chiari, indagano con mezzi sempre più raffinati , mettendo in discussione anche l' approccio finora utilizzato. Inizia quindi ad essere implementato nelle nuove teorie, anche l'approccio fluido-dinamico, completamente ignorato nei primi studi elaborati. Ciò è stato reso possibile grazie anche all' avvento di più potenti calcolatori e software di calcolo. Pertanto le nuove teorie elaborate, a differenza di quanto accaduto fino agli anni 90', sono fondate sia sulla base dell' approccio acustico che fluido-dinamico.



1.3.1 Approccio Acustico

L'approccio acustico, come assodato nei precedenti paragrafi, si fonda sulla risoluzione dell'equazione delle onde di D'Alembert. Questo approccio è stato il primo ad essere implementato nelle teorie analitiche, ed oggi continua ad essere utilizzato su larga scala: addirittura è stato implementato su software agli elementi finiti per studiare qualsiasi problema che può essere ricondotto alle stesse ipotesi della trattazione di D'Alembert.

Pertanto per maggiore chiarezza espositiva, di seguito si presentano diverse applicazioni studiate attraverso l'approccio acustico, con una convenzionale suddivisione in macro-aree:

1. **Pressione idrodinamica**
 - a. Metodi semplificati
 - b. Metodi numerici dettagliati
2. **Interazione fluido-struttura-fondazione**
 - a. Metodi semplificati
 - b. Metodi numerici dettagliati



1.3.1.1 Pressione idrodinamica

1.3.1.1.1 Metodi Semplificati

Uno dei primi studi agli albori degli anni 90' basato sull'approccio acustico incentrato sullo studio della pressione idrodinamica è fornito da **Chen** (16) nel **1996**. L'analisi strutturale viene risolta attraverso il metodo alle differenze finite per il dominio fluido ed elementi finiti solidi per quello strutturale; viene studiato il sistema diga-bacino con corpo diga rigido e fluido comprimibile. Inoltre si prende in considerazione l'innalzamento del pelo libero dovuto allo scuotimento del sottosuolo. Le simulazioni vengono effettuate con quattro accelerogrammi reali: El Centro (NS) del 1940, El-Centro (EW) del 1940, Pacoima del 1971 e infine El-Centro del 1979. I risultati ottenuti vengono elaborati attraverso il metodo di interpolazione ai minimi quadrati cercando di trarre un'espressione semplificata che potesse rappresentare la pressione idrodinamica. L'autore giunge ad una semplice formula, molto utile per predire l'intensità, soprattutto in fase preliminare del progetto:

$$C_F = 0,525 a_h + a_v \quad (1.91)$$

dove a_h ed a_v rappresentano rispettivamente l'accelerazione orizzontale e verticale dovuta al moto sismico. L'autore dimostra inoltre buona coerenza dei risultati ottenuti mediante la presente formulazione semplificata attraverso confronti con risoluzioni ottenute per diga flessibile con metodo agli elementi finiti.

Questo metodo rappresenta nel panorama post anni 90' l'unica metodologia di carattere semplificato che permette di stimare la pressione idrodinamica sul paramento di monte del corpo diga in conseguenza ad uno scuotimento sismico. La maggior parte dei studi che vengono elaborati in tale periodo si concentrano principalmente su tematiche che influiscono indirettamente nel calcolo della pressione idrodinamica, oppure analizzano aspetti marginali con strumenti di calcolo piuttosto avanzati. Queste teorie vengono presentate nei successivi paragrafi secondo l'ordine esposto al p.to 1.3.1.



1.3.1.1.2 Metodi Numerici dettagliati

Sulla scia delle teorie pre anni 90', anche gli autori moderni si spingono allo studio dell'intensità della pressione idrodinamica generata da moti sismici con metodi moderni. Una questione studiata in passato, principalmente da Zangar (9) nel 1952, viene ripresa in maniera più raffinata da autori moderni. L' influenza dell' inclinazione del paramento di monte studiata in (9) considerando l'acqua incompressibile, viene approfondita agli albori degli anni 90' da **Liu** (17) , il quale sviluppa la tecnica dell' equazione integrale, e successivamente da **Avilès** and **Sánchez-Sesma** (18) che utilizzano il "*boundary element method*" per risolvere il sistema di equazioni differenziali. Questo permette di restituire in maniera più rapida rispetto alla soluzione rigorosa analitica il problema delle derivate parziali, fornendo allo stesso tempo la soluzione esatta del problema. Nel 1992 **Tsai** (19) estende quest' ultimo metodo per includere la comprimibilità dell'acqua, tassello indispensabile per includere l'interazione fluido-struttura, e quindi restituire risultati più realistici.

D'altro canto, tali metodi per eliminare tutti quei risultati non realistici, come la presenza di picchi dovuti alla risonanza, dovrebbero tener conto della viscosità del fluido e dello smorzamento dovuto alla lunghezza del serbatoio, dei sedimenti di fondo. **Sharan** (20) nel 1992, sulla base della tecnica utilizzata da Chopra e Hall (21) e Fenves e Chopra (22) la quale permette di prendere in considerazione la perdita di energia dovuta all'assorbimento delle onde sul fondo del serbatoio, elabora condizioni al contorno che consentono di simulare anche gli effetti combinati della pressione delle onde sul serbatoio infinito. Rispetto ai metodi (21) e (22) nella trattazione di Sharan vi è un differente modo di trascrivere le condizioni al bordo, il quale non comporta una grande differenza in termini di risposta dinamica.

Avilès e Xiangyue (23) sulla base dei lavori precedentemente svolti elaborano una semplice e rapida soluzione analitica-numerica per determinare la pressione idrodinamica su diga rigida con paramento di monte inclinato tenendo conto della comprimibilità dell'acqua e della viscosità. Inoltre gli autori includono anche la perdita di energia dovuta alle dissipazioni interne, sedimenti di fondo, lunghezza infinita del serbatoio. L' onere computazionale viene ridotto poichè vi è indipendenza dall' estensione del serbatoio grazie all' utilizzo del metodo agli elementi di contorno. La distribuzione della pressione viene espressa come una combinazione lineare dei modi naturali e dei fattori di partecipazione ottenuti dai risultati di diverse geometrie effettuando interpolazioni ai minimi quadrati. Come suggerito da **Newmark** (24), gli autori schematizzano la perdita di



energia dovuta alla viscosità del liquido come uno smorzamento equivalente attraverso la definizione in frequenza di un modulo di Lamé λ^c :

$$\lambda^c = \lambda(1 + i\eta 2\zeta) \quad (1.92)$$

Dove :

- λ modulo di Lamé dell' acqua;
- $\eta = \omega H_w / c$
- ζ smorzamento equivalente;
- H_w altezza del serbatoio;
- c velocità del suono nell'acqua.

L' effetto della viscosità riscontrato nelle simulazioni numeriche, è tanto più evidente quanto maggiormente ci si avvicina alla risonanza. (Figura 1.5)

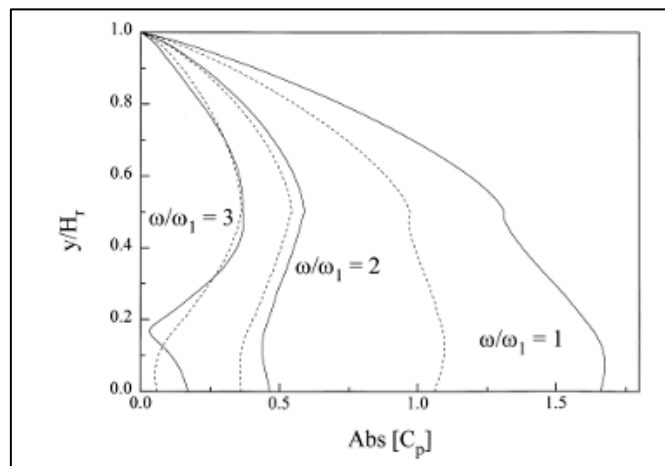


Figura 1.5 – Pressione idrodinamica su paramento inclinato di 45° con rapporto di altezza $H_w/H_s=0.5$ per smorzamento equivalente pari all' 1% (linea a tratto unito) e al 5% (linea tratteggiata)
Gli effetti della viscosità del fluido trovati mediante questo metodo sviluppato, sono molto simili a quelli osservati da **Sharan** (25), il quale schematizza le dissipazioni di energia dovute alle riflessioni delle onde sul fondo serbatoio e viscosità del fluido. Da questo ne consegue che tale modello permette di simulare molto le perdite di energia, ma risparmiando un notevole sforzo computazionale, semplicemente con uno smorzamento equivalente.



1.3.1.2 Modellazione dell'interazione fluido-struttura-fondazione

1.3.1.2.1 Metodi Semplificati

Per schematizzare l'interazione fluido-struttura alcuni studiosi elaborano metodi semplificati che teorizzano che fanno uso di masse aggiunte. Le frequenze naturali del sistema diga-bacino vengono così calcolate in maniera semplificata. In questo contesto si colloca lo studio di **Ray P. e Hanzhong Xu** (26) del **1996**: che affronta il problema relativo ad un cilindro snello elastico lineare immerso in un fluido incompressibile e irrotazionale.

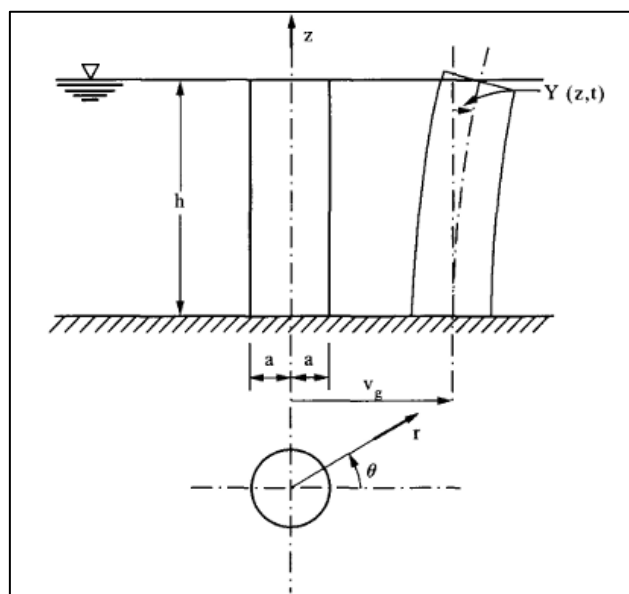


Figura 1.6 – Sistema di riferimento per il caso studio

L'espressione semplificata determinata dagli autori risulta essere la seguente:

$$\omega_1^k = \frac{\eta_k^2 a}{2h^2} \sqrt{\frac{E}{\rho_c + \rho_w \left[59.5597 \left(\frac{a}{h} \right)^2 - 9.7633 \left(\frac{a}{h} \right) + 0.9697 \right]}} \quad (1.93)$$

Dove

- ω_1^k rappresenta la k-esima frequenza naturale del sistema diga-bacino;
- η_k radice k-esima;
- a ed h rappresentano le dimensioni geometriche del corpo diga;
- E modulo elastico del corpo diga;
- ρ_c densità di massa del corpo diga;
- ρ_w densità del fluido.

L'espressione è stata ricavata a partire dal coefficiente delle masse aggiunte pari a:



$$C_m = 59.5597 \left(\frac{a}{h} \right)^2 - 9.7633 \left(\frac{a}{h} \right) + 0.9697 \quad (1.94)$$

Anche se il modello non risolve direttamente il problema della spinta idrodinamica su una diga a gravità introducono un metodo semplificato che riesce con buona precisione a stimare le frequenze naturali di una struttura snella immersa completamente in acqua.

Gli autori inoltre hanno dimostrato l'estrema precisione di tale formula attraverso confronti fatti con dati estrapolati da prove reali per strutture snelle: addirittura la massima percentuale di errore risulta essere pari allo 0,5%. Precedentemente a tale applicazione altri ricercatori in maniera meno accurata hanno estrapolato altri metodi semplificati per diga rigida: testimonianza sono gli articoli di **P.V.Rao** (27) , **A.R. Chandrasekaran** e **S. Gupta** (28) , **T.E. Stelson** e **F.T.Mavis** (29).



1.3.1.2.2 Metodi numerici dettagliati

Molti studi hanno rivelato l'importanza dello studio dell'interazione bacino-diga e terreno-diga tra cui **Chopra e Gupta** (30) nel 1981. In particolare **Lofti et al** (31) hanno presentato un'analisi nel dominio della frequenza utilizzando il metodo degli strati sottili (*thin-layer method*) di **Waas** (32) per modellare sia il serbatoio che la fondazione.

Il metodo a strato sottile è una tecnica numerica semi-discreta che può essere utilizzata per l'analisi dinamica di solidi laminati o fluidi. Nella sua realizzazione classica, il metodo viene normalmente formulato nel dominio della frequenza e richiede la soluzione di un problema agli autovalori quadratici con valori complessi. In ogni caso gli autori trascurano la viscosità del fluido e lo smorzamento associato ai sedimenti del fondo serbatoio, ma includono esplicitamente l'interazione diga – bacino con la fondazione.

Nel 1996 **Guan e Moore** (33), propongono una procedura numerica per effettuare analisi dinamiche nel dominio della frequenza, introducendo l'interazione bacino-struttura-fondazione con un nuovo approccio al problema semplicemente modellando la fondazione a strati. La diga è modellata mediante elementi finiti solidi e la matrice di rigidezza del terreno stratificato è ottenuta tramite la matrice di trasferimento dei singoli strati. L'interazione bacino diga è descritta in termini di dipendenza dalla frequenza con masse aggiunte. Queste tecniche di modellazione superano il bisogno di discretizzazioni per la fondazione e serbatoio con i concomitanti vincoli che esplicano. Infatti la fondazione viene simulata con i strati "naturali" (e non sottili come nel *thin-layer method*) fin dall'assemblaggio della matrice di trasferimento; inoltre lo strato della base della fondazione è modellato come un semispazio affinché non ci sia bisogno di continuare la discretizzazione ben al di sotto della sede naturale della base. Questa applicazione rivela l'importanza della schematizzazione della fondazione nel calcolo sismico della pressione idrodinamica.

I successivi studi non fanno altro che validare l'importanza della schematizzazione della fondazione nei problemi di interazione fluido-struttura. **Yazdchi et al** (34) propongono un nuovo metodo di approccio al problema, il quale prevede la suddivisione spaziale del dominio in due campi in relazione alla vicinanza del manufatto:

- "Near Field" descritto con metodo FEM (*Finite Element Method*)
- "Far Field" formulato sulla base del metodo BEM (*Boundary Element Method*)

Il *boundary element method* si adatta molto bene a materiali isotropi ed omogenei sia nel caso di domini finiti che infiniti, e non richiede alcuna discretizzazione. Questo metodo



consente una riduzione spaziale, e permette un automatico soddisfacimento alle condizioni radiali di smorzamento di Sommerfield. D'altro canto esistono degli svantaggi nell'uso di tale metodo ;ad esempio non può essere impiegato per materiali anisotropi e non omogenei, quali il corpo strutturale. Ecco infatti che per colmare tali inefficienze viene utilizzato il metodo agli *elementi finiti* per schematizzare il corpo strutturale. Queste due formulazioni sono accoppiate attraverso equazioni di equilibrio e compatibilità dell'interfaccia terreno-struttura. Si tratta di un metodo molto versatile ed efficiente; gli autori dimostrano attraverso simulazioni numeriche buona rispondenza alla realtà del metodo formulato.

Di recente un importante risultato nella modellazione dell' interazione struttura-fluido-fondazione è rappresentato dallo studio condotto da **Bouaanani *et al*** (35). Gli autori utilizzano l' equazione dell' onda di d' Alembert formulata in termini di potenziale; la risoluzione del sistema di equazioni avviene sia nel dominio in frequenza che nel dominio temporale. La validazione della formulazione matematica elaborata viene effettuata attraverso un caso studio, paragonando la formulazione analitica con quella agli elementi finiti. La geometria è riportata nella seguente figura:

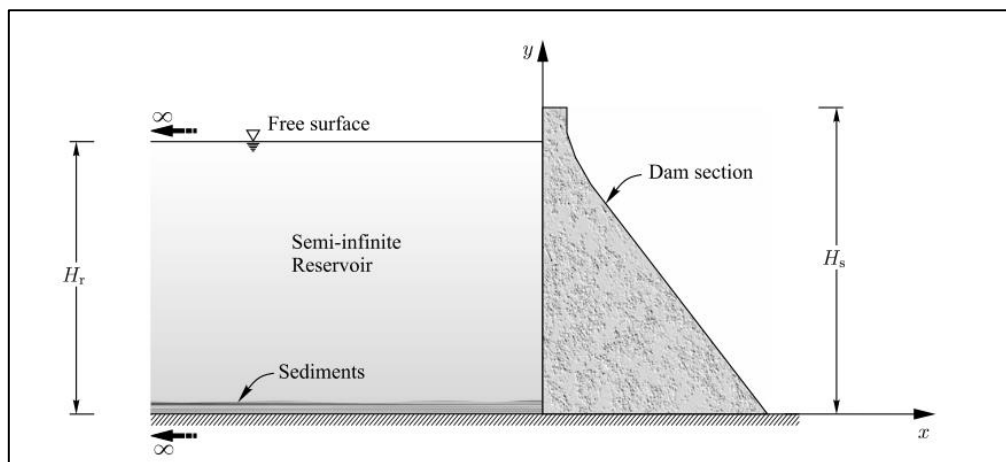


Figura 1.7: Geometria del sistema diga-serbatoio

Le ipotesi assunte in tale studio si possono riassumere nelle seguenti:

- Diga e fluido sono assunti con comportamento lineare;
- Acqua comprimibile , non viscosa, irrotazionale e limitata in piccole oscillazioni;
- Si trascurano l' effetto delle onde superficiali.

Inoltre si tiene conto dello smorzamento dovuto ai sedimenti di fondo con condizioni al contorno di Fenves e Chopra del 1984 (36) facendo variare il coefficiente di riflessione α .

Per tener conto del serbatoio infinitamente lungo vengono utilizzate tre tipi di condizioni:

1. TIPO 1: condizione di frontiera rigida che implica accelerazioni orizzontali nulle sul superficie di separazione;



2. TIPO 2: condizioni al contorno radiali che comporta pressione idrodinamica nulla ad una distanza infinita dal paramento di monte della diga;
3. TIPO 3: condizioni al contorno radiali di Sommerfield che prevengono riflessioni d'onda interferenti la superficie di separazione in direzione normale.

Vengono condotte analisi facendo variare il coefficiente di riflessione α da 0,2 ad 1 e la frequenza del sisma da $0,6 \omega_0$ e $1,4 \omega_0$, dove ω_0 rappresenta la pulsazione del solo bacino calcolata come $\omega_0 = \pi c / (2H_r)$.

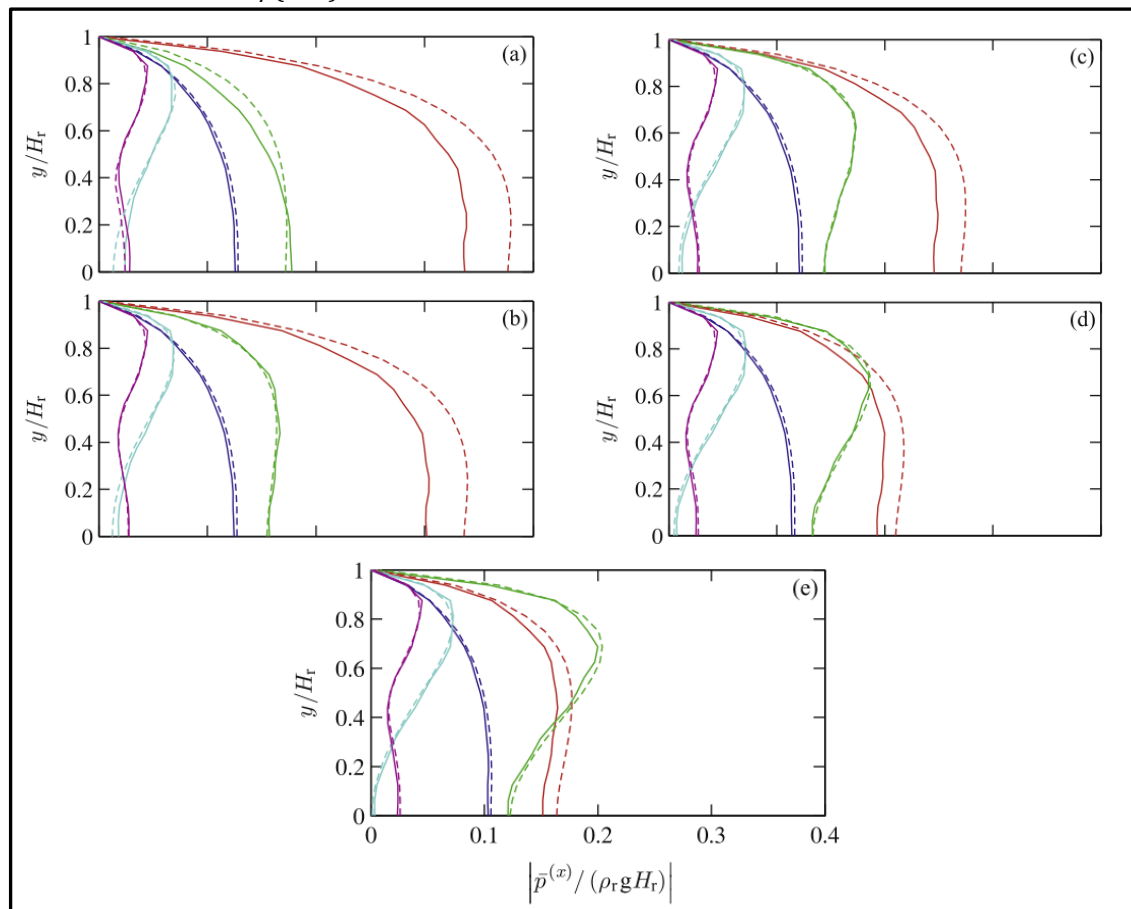


Figura 1.8: Valore assoluto della pressione idrodinamica

normalizzata rispetto a quello idrostatica;

a) $\alpha=1.0$; b) $\alpha=0.8$; c) $\alpha=0.6$; d) $\alpha=0.4$; e) $\alpha=0.2$

(e) $\alpha = 0.2$. (—) Analytical solution; (—) 9-node PBFE solution; (—) and (—) $\omega = 0.6\omega_0$; (—) and (—) $\omega = 0.8\omega_0$; (—) and (—) $\omega = 1.0\omega_0$; (—) and (—) $\omega = 1.2\omega_0$; (—) and (—) $\omega = 1.4\omega_0$.

Dalla figura 1.8, è possibile notare che all'aumentare del coefficiente di riflessione α la risposta viene smorzata dai sedimenti di fondo. Inoltre la risposta analitica restituisce risultati in accordo alla risoluzione numerica degli elementi finiti. La conseguenza più interessante risiede nella figura "a", dove si nota una differenza sostanziale tra il caso di risonanza tra bacino e sisma ($\omega = \omega_0$) ed il caso con $\omega = 0,8 \omega_0$. Un ruolo decisivo viene svolto dai sedimenti di fondo che non permettono quindi di predire che la massima pressione idrodinamica generata da eventi sismici si ottiene nel caso di risonanza per $\omega = \omega_0$.



Sempre lo stesso **Bouaanani** (37) di recente propone una pratica e valida procedura per valutare il comportamento sismico del sistema diga-bacino. La tecnica proposta include gli effetti della geometria della diga, flessibilità, interazione diga-serbatoio, comprimibilità dell'acqua e variazione del livello del serbatoio. Il metodo sviluppato, è stato derivato dal metodo di Fenves e Chopra (14) per studiare le dighe a gravità sottoposte a eventi sismici. L'approccio è basato sulla "tecnica delle sottostrutture", dove la diga è modellata utilizzando elementi finiti e gli effetti dei serbatoio sono presi in considerazione attraverso formulazioni analitiche e poi trasformate in pressioni idrodinamiche. Analogamente all'approccio di Fenves e Chopra anche il metodo proposto da Bouaanani restituisce una distribuzione laterali di pressioni le quali simulano l'effetto dinamico sotto l'effetto di un'azione sismica. La differenza con il metodo (14) risiede nell'approssimazione delle forme modali della diga. Più precisamente mentre Fenves e Chopra da analisi standardizzate agli elementi finiti ricavano le forme modali per interpolazione lineare, e le forniscono sotto forma tabellare per punti, Bouaanani rappresenta i modi di vibrare attraverso un polinomio di grado n -esimo: maggiore sarà il grado, maggiore sarà la precisione. Attraverso simulazioni numeriche dimostra che prendendo in considerazione un polinomio di terzo grado porta ad ottenere una soluzione soddisfacente. L'espressione delle forze laterali, risulta essere identica a quella della trattazione di Fenves e Chopra; l'unica differenza risiede nel calcolo dei singoli coefficienti.

$$f_{sc}(y) = \frac{\widetilde{L}_1}{\widetilde{M}_1} [\mu_s(y) \psi_1^{(x)}(0, y) - \widetilde{p}_1(0, y)] \quad (1.95)$$

Dove:

- $\ddot{x}_{g,max}$ rappresenta la massima accelerazione al suolo;
- $\mu_s(y)$ massa della diga per unità di altezza;
- \widetilde{L}_1 coefficiente sismico generalizzato del sistema diga-serbatoio;
- \widetilde{M}_1 massa generalizzata del sistema diga-serbatoio;
- $\psi_1^{(x)}$ modi fondamentali di vibrare;
- $\widetilde{p}_1(0, y)$ pressione su diga flessibile.

I coefficienti $\widetilde{L}_1, \widetilde{M}_1$ vengono forniti dagli autori per il caso di acqua comprimibile che incomprimibile, derivandoli attraverso formulazioni analitiche.

Questo metodo è stato ampiamente validato attraverso simulazioni numeriche per diverse tipologie di dighe a gravità con dimensioni standard con diverse metodologie di analisi.

Nell'articolo "*Simplified evaluation of the vibration period and seismic response of gravity dam-water systems*" (37) viene mostrato come questa metodologia presenta una migliore



approssimazione rispetto all'analisi semplificata di Fenves e Chopra, paragonato al metodo degli elementi finiti; in realtà la differenza osservata risulta essere piccola, ed in alcuni casi non si giustifica la preferenza di tale metodologia rispetto a quella di Chopra.

In linea generale è possibile affermare che lo studio dell'interazione fluido struttura negli anni post 80' procede verso un miglioramento delle metodologie già disponibili.

Nel 2012, infatti **Gogoi** e **Maity** (38) apportano un miglioramento alla tecnica degli elementi finiti sviluppando una nuova procedura nel dominio temporale per effettuare analisi sismiche, prendendo in considerazione condizioni al bordo sul fondo serbatoio e radiali sul troncamento del serbatoio. L'algoritmo proposto considera il contenuto in frequenza nell'eccitazione sismica, quindi i parametri di smorzamento sul fondo serbatoio e di troncamento della superficie possono essere stimati accuratamente. Il segnale del sisma non-stazionario è diviso in due piccoli segmenti temporali e la FFT di ogni segmento è ottenuta stabilendo la frequenza contenuta in esso. La frequenza dominante ad ogni step è estratta e usata come un input nell'analisi sismica. L'efficacia delle condizioni al contorno sviluppato è stata incrementata con l'implementazione della *Short Time Fourier Transform* (STFT) per le analisi del sistema diga-serbatoio sotto azione sismica. L'incorporazione di questa tecnica è semplice come la procedura nel dominio temporale; inoltre questo algoritmo può essere modificato per prendere in considerazione la frequenza dominante ad ogni step temporale.



1.3.1.2.3 Condizioni al contorno: sedimenti di fondo

La progettazione anti-sismica di dighe a gravità in calcestruzzo necessita di un'accurata determinazione della pressione idrodinamica nel serbatoio adiacente. Quest'ultima si sviluppa sulla struttura in funzione delle caratteristiche fisiche della superficie circostante il serbatoio compresi i sedimenti di fondo. Il materiale dei sedimenti assorbe un'aliquota di energia decurtata alla pressione idrodinamica. Il parametro fondamentale che caratterizza l'effetto di assorbimento è dovuto al coefficiente di riflessione; tale coefficiente può essere determinato attraverso parametri basati sullo spessore degli strati di sedimento, le proprietà del materiale stesso e la frequenza di eccitazione.

Diversi autori come **Kucukarslan et al** (39), **Bouaanani et al** (35) nello studio di problemi di interazione fluido-struttura utilizzano le ben note condizioni al contorno di Fenves e Chopra del 1984 (36), per includere l'effetto di smorzamento offerto dai sedimenti di fondo, ovvero:

$$\frac{\partial p}{\partial n}(x, 0, t) = -\rho a_n - \bar{q} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.96)$$

Dove \bar{q} rappresenta il coefficiente di smorzamento pari a:

$$\bar{q} = \frac{1 - \alpha_b}{c(1 + \alpha_b)} \quad (1.97)$$

α_b rappresenta il rapporto tra l'ampiezza e la riflessione dell'onda di pressione per un'onda di propagazione verticale.

Una tecnica proposta sul finire degli anni 80' proposta da Chopra e Hall (40), e successivamente migliorata da **Gogoi et al** (41) è la seguente condizione formulata nel dominio della frequenza:

$$\frac{\partial p}{\partial n}(x, 0, t) = -\rho a_n + i\omega q p(x) \quad (1.98)$$

Dove "n" è la direzione normale alla superficie. Il coefficiente "q" è dato da:

$$q = \frac{1}{c} \left(\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right) \quad (1.99)$$

Il coefficiente α dipendente dai parametri del materiale è calcolato come:

$$\alpha = \frac{1 - \frac{\rho_c}{\rho_s c_s}}{1 + \frac{\rho_c}{\rho_s c_s}} \quad (1.100)$$

In questa espressione, ρ_s rappresenta la densità di massa dei sedimenti, c_s la velocità dell'onda di compressione pari a $c_s = \sqrt{E_s/\rho_s}$, dove E_s = modulo elastico dei sedimenti.

I sedimenti depositati possono consistere in strati con diversi spessori e caratteristiche. Questo necessita una valutazione del coefficiente di riflessione che prende in



considerazione anche diversi spessori e diverse caratteristiche di materiale. Pur considerando l'effetto dei singoli strati di sedimento, il coefficiente di riflessione equivalente α è determinato dalla media dei coefficiente α_1 e α_2 per strati di sedimento d_{s1} e d_{s2} rispettivamente come:

$$\alpha = \left(\frac{\alpha_1 d_{s1} + \alpha_2 d_{s2}}{d_{s1} + d_{s2}} \right) \quad (1.101)$$

Un valore più realistico del coefficiente $\alpha(\omega)$ può essere ottenuto in dipendenza dalla frequenza considerando strati di sedimenti visco-elastici di altezza d_s sopra il terreno roccioso. Uno studio di tale coefficiente dipendente dalla frequenza rivela che per basse frequenze di eccitazione la profondità degli strati dei sedimenti non ha molta influenza sul coefficiente di riflessione. Ma per un incremento della frequenza di eccitazione è stato osservato che una maggiore profondità dello strato dei sedimenti può ridurre il coefficiente di riflessione. Quindi se il contenuto in frequenza dell' eccitazione sismica è alto, potrebbe essere necessario introdurre la dipendenza della frequenza nel coefficiente di riflessione.



1.3.1.2.4 Condizioni al contorno: “truncation boundary condition”

Studi più raffinati per mettere in conto lo smorzamento dovuto alla lunghezza del serbatoio sono stati compiuti recentemente da **Kucukarslan et al** (39); gli autori utilizzando il “metodo delle sottostrutture” implementano le condizioni al contorno di Sommerfeld (42) per studiare la parte distante dalla diga con elementi finiti di tipo acustico e solido.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{p}{c} \quad (1.102)$$

Tale condizione di troncamento del dominio è stata imposta a 900m dalla diga, con un serbatoio alto 180m; tale impostazione del problema si colloca ben oltre le classiche disposizioni degli autori classici che consigliano 3 volte l'altezza della diga. Questa condizione sul dominio fluido considera l'effetto di non-riflessione delle onde. In linea generale le condizioni al contorno di Sommerfeld si prestano ad essere implementate in risoluzioni numeriche agli elementi finiti per la semplicità di uso e buona precisione dei risultati; negli ultimi due decenni sono state utilizzate da molti studiosi (43)

Per ottenere un modello finito del serbatoio infinito dalla soluzione analitica e incorporarla nelle onde *non-reflecting*, gli autori **Gogoi et al** (41) trovano un modo alternativo di esplicitare tale condizione:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\left(\zeta_m - \frac{1}{c}\right)p \quad (1.103)$$

Dove il coefficiente ζ_m è rappresentato dalla seguente espressione:

$$\zeta_m = -\frac{i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_m^2 I_m}{\beta_m} e^{(-k_m x)} (\Psi_m)}{\Omega_c \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_m^2 I_m}{\beta_m} e^{(-k_m x)} (\Psi_m)} \quad (1.104)$$

I coefficienti presenti nella precedente espressione assumono il seguente significato:

- $I_m = \frac{1}{H} \int_0^H \Psi_m dy$
- $\Psi_m = \frac{1}{2\lambda_m} [(\lambda_m + \omega q)e^{i\lambda_m y} + (\lambda_m - \omega q)e^{-i\lambda_m y}]$
- $\lambda_m^2 = \left(\frac{(2m-1)\pi}{2H}\right)^2 + i2\frac{\omega q}{H}$
- $k_m = \sqrt{\lambda_m^2 - \Omega^2}$
- $\beta_m = (\lambda_m^2 - \omega^2 q^2) \left(H - \frac{\chi}{\lambda_m^2 + \chi^2}\right) + i\omega q$
- $\Omega = \frac{\omega}{c}$
- $\chi = \frac{\omega^2}{g}$



- λ_m rappresentano gli autovalori;
- q coefficiente di riflessione definito nell' espressione 1.99

Le “*truncation boundary condition*” sono scritte in termini di valori complessi e ottenute come soluzione esatta della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga. E' stato osservato dagli autori, che i risultati prodotti riproducono accuratamente le soluzioni esatte per tutti i campi di eccitazione. Con queste condizioni al bordo è possibile ottenere convergenza della soluzione ad una distanza molto piccola dall' interfaccia diga serbatoio (intervallo da $L=0.02H$ a $L=0.2H$) per tutti i rapporti T_c/H per dighe con paramento verticale. Il presente TBC può essere utilizzato per tutte le frequenze per analisi nel dominio temporale.

Bouaanani et al (35), considerano tre tipologie di condizioni al contorno corrispondenti ad una lunghezza finita oppure ad una lunghezza fittizia di troncamento del serbatoio infinito:

TIPO 1: condizione di frontiera rigida che implica accelerazioni orizzontali nulle sulla superficie di separazione;

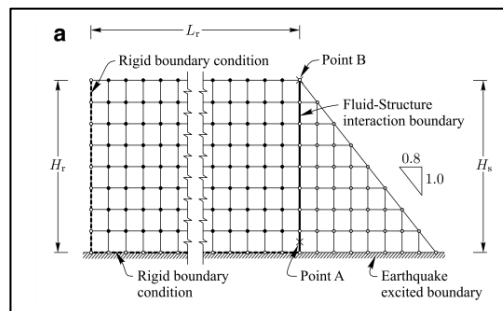


Figura 1.9 –Condizione di frontiera rigida

$$\frac{\partial p_{0x}}{\partial x}(-L_r, y, \omega) = \frac{\partial p_{0y}}{\partial x}(-L_r, y, \omega) = \frac{\partial p}{\partial x}(-L_r, y, \omega) = 0 \quad (1.105)$$

Questa condizione al contorno viene utilizzata nello studio per mettere a punto la formulazione della mesh.



TIPO 2: condizioni al contorno radiali che comporta pressione idrodinamica nulla ad una distanza infinita dal paramento di monte della diga;

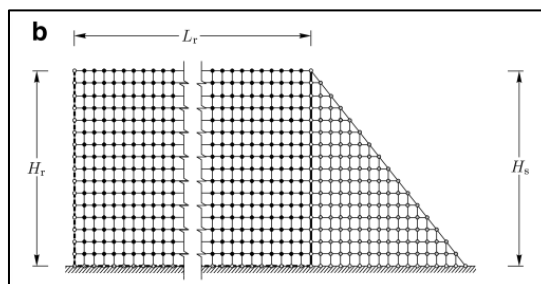


Figura 1.10 – Condizioni al contorno radiali

$$\lim_{x \rightarrow \infty} p_{0x}(x, y, \omega) = \lim_{x \rightarrow \infty} p(x, y, \omega) = 0 \quad (1.106)$$

TIPO 3: condizioni al contorno radiali di Sommerfield che prevengono riflessioni d'onda interferenti la superficie di separazione in direzione normale.

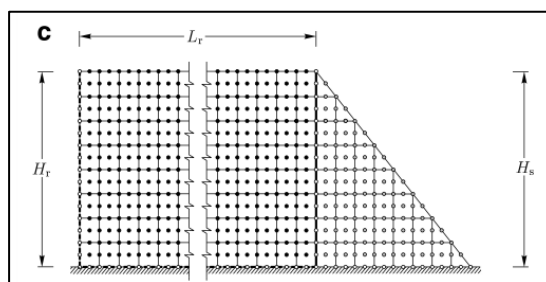


Figura 1.11 – Condizioni al contorno di Sommerfield

$$\frac{\partial p_{0x}}{\partial x}(-L_r, y, \omega) = \frac{i\omega}{c} p_0(-L_r, y, \omega) \quad (1.107)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}(-L_r, y, \omega) = \frac{i\omega}{c} p_0(-L_r, y, \omega) \quad (1.108)$$

Le condizioni al contorno sopraelencate sono state formulate per diversi scopi: la condizione di TIPO 1, viene utilizzata esclusivamente nella formulazione agli elementi finiti, mentre quelle di TIPO 2 e 3 sono idonee ad essere utilizzate per elaborare la risposta analitica.



1.3.1.3 Analisi con legami costitutivi non lineari

Il comportamento sismico delle dighe in calcestruzzo è stato soggetto ad un' ampia ricerca nell'ultimo decennio finalizzata a studiare il comportamento sotto eventi sismici. Le dighe in calcestruzzo si distinguono dalle altre per la loro dimensione e gli effetti di interazione con bacino e serbatoio. Rescher (44) suggerì che la maggior parte delle dighe a gravità in calcestruzzo presto saranno messe alla prova con carichi di servizio e terremoti di moderata intensità. Quindi, l'assunzione di materiali con comportamento lineare potrebbe non essere appropriato nell'analisi. I risultati ottenuti dall'analisi sono dipendenti dall'approccio utilizzato nella modellazione del sistema diga-bacino-fondazione.

La maggior parte delle analisi non lineari disponibili rappresentano l'interazione diga-serbatoio utilizzando l'approccio delle masse aggiunte. Per comprendere il comportamento non lineare della diga, è necessario modellare fessurazioni e la storia di danno.

Ghrib e Tinawi (45) introducono nelle analisi non lineari il modello del danno anisotropo. Il modello è capace di rappresentare l'apertura e chiusura delle fessurazioni utilizzando proprietà di elementi come resistenza a compressione, tensione di trazione e energia di frattura. Le difficoltà numeriche dovute all'apertura e chiusura delle fessurazioni sono superate utilizzando il "metodo α " con integrazioni numeriche.

In linea generale, finora sono disponibili due approcci per analizzare il comportamento non lineare dovuto alla propagazione di fessure in grandi dighe a gravità:

1. discrete crack model;
2. smeared crack model.

Feltrin et al (46) studiando la diga Pine Flat in California con l'approccio delle "fessure discrete" (*discrete crack model*). Tale metodo simula le fessurazioni discrete osservate, in un piano di calcestruzzo basato sui concetti di meccanica della frattura e successivamente utilizza una tecnica di mesh automatica per modellare la propagazione. Questo studio inoltre ha trovato una buona rispondenza dei risultati eseguendo un paragone con un'analisi lineari effettuata con il programma EAGD-84 (47). Recentemente **Javanmardi** (48) ha combinato il metodo delle fessure discrete con una formulazione per la pressione transitoria lungo le fessure per studiare la stabilità di dighe a gravità in calcestruzzo prendendo in considerazione anche la variazione dinamica delle forze di *uplift*. Sempre sul concetto delle fessure discrete, **Arabshahi** (49) studia la risposta sismica di dighe a gravità includendo le non linearità dell'interfaccia diga-fondazione utilizzando elementi i quali possono modellare il comportamento dell'apertura/chiusura delle lesioni e



scorrimento alla base della diga. Questi ultimi due lavori possono utilizzare il “*discrete crack model*” senza remeshing perché il potenziale quadro fessurativo è definito all'interfaccia fondazione-diga. Qualora non si conosce la propagazione del quadro fessurativo, bisogna implementare obbligatoriamente una tecnica di remeshing la quale comporta un maggiore sforzo computazionale. Quindi, è possibile affermare che il “*discrete crack model*” è inefficace per condurre analisi di fessurazione sismica su grandi dighe a gravità. Un approccio alternativo per modellare il comportamento fessurativo del calcestruzzo è lo “*smeared crack model*” proposto da **Bazant e Oh** (50): tale metodo si presta facilmente ad essere implementato su metodi agli elementi finiti. Con questo modello **Vargas-Loli e Fenves** (51) conducono una analisi non lineare di una diga a gravità includendo la fessurazione per trazione del calcestruzzo e l'interazione tra diga e fluido comprimibile. I loro risultati mostrano che la fessurazione è un importante fenomeno non lineare e quindi, un importante quadro fessurativo può compromettere la stabilità delle dighe. Successivamente, **Bhattacharjee e Léger** (52) migliorano il modello introducendo i parametri del materiale di frattura del materiale, quali il comportamento di apertura/chiusura della lesione sotto carichi ciclici, legame costitutivo migliorato con ramo di softening sotto carichi biassiali. Applicano questo modello modificato per indagare a fondo sulla risposta sismica, discutendo in maniera dettagliata sullo smorzamento prodotto sul corpo diga in seguito ad un quadro fessurativo vasto.

Sul modello proposto da Bhattacharjee (52), **Ghaemian e Ghobarah** (53) dimostrano l'importanza di utilizzare il modello corretto nelle analisi non lineari per simulare l'interazione diga-serbatoio. Gli autori studiano l'interazione tra diga e bacino nel dominio del tempo, paragonando le soluzioni ottenute per due approcci:

1. Masse aggiunte [Westergaard (1)]
2. Interazione diga- serbatoio (approccio acustico)

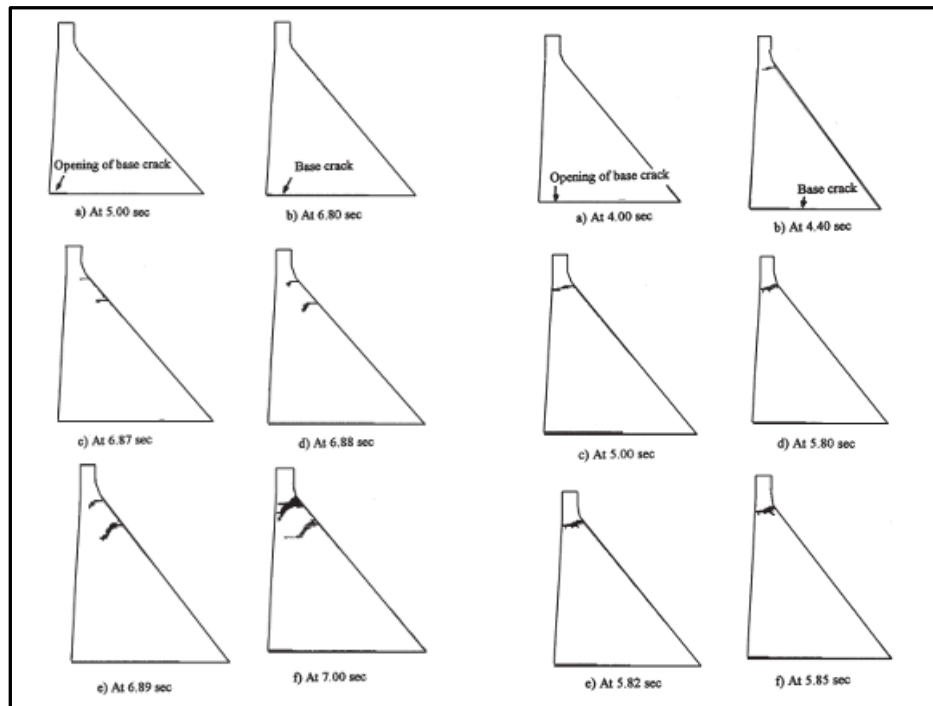


Figura 1.12 – Quadro fessurativo :

A - Interazione diga-serbatoio**B - Masse aggiunte**

Nell' approccio con interazione diga-serbatoio le fessure iniziano a propagarsi più tardi rispetto al caso delle masse aggiunte. Una volta che si è iniziato a propagare, il quadro fessurativo nel caso A si muove più velocemente rispetto al caso B. In una frazione di un secondo dopo l'inizializzazione delle fessure si arriva al massimo danneggiamento. Il motivo dell' iniziale ritardo nel caso A potrebbe essere dovuto allo smorzamento, presente nel caso dell'interazione. Un riscontro reale della effettiva coerenza dei risultati ottenuti, viene fornito dal terremoto a Manjil in Iran nel 1990 alla diga Sefid-Rud; le fessure riscontrate durante questo evento sismico sono analoghe al caso A (interazione diga-serbatoio).

Per condurre analisi sismiche su dighe ad arco, **Lofti** (54) combina il metodo "*discrete crack model*" con "*non orthogonal smeared crack method*" per modellare il comportamento di apertura/chiusura dei giunti di contrazione e la fessurazione del calcestruzzo nel monolite.

Molti ricercatori hanno utilizzato la "meccanica del danno continuo" per studiare il comportamento di fessurazione sotto sisma di grande dighe a gravità. Considerando la domanda della consistenza termodinamica, **Cervera** (55) sviluppa il modello del danno isotropo che divide il tensore delle tensioni dalle componenti di trazione e compressione e utilizzando leggi di danno evolutivo su questi due stati di tensione simula comportamenti di danno differenti del calcestruzzo in trazione e compressione. Tuttavia, è ancora difficile



modellare il comportamento di danno del calcestruzzo sotto carichi ciclici, poiché non c'è una rappresentazione della deformazione inelastica. Successivamente **Lee e Fenves** (56) propongono un modello di danno plastico per calcestruzzo soggetto a carichi ciclici basato su un concetto di danno generale che combina il degrado di rigidità elastico con l'evoluzione del ramo di deformazione inelastico e include l'effetto di ripresa di rigidità con fessure chiuse. Questo modello è stato utilizzato per analizzare la risposta sismica in termini di danno sulla diga di Koyna e si è ottenuto un quadro fessurativo per un prototipo di diga, comparabile con risultati sperimentali (57) (58) (59).

Per valutare l'efficacia delle misure di rinforzo, **Long e Zhang** (60) sviluppano un modello modificato con l'acciaio incorporato combinando "*approach of stiffening reinforced steel*" (61) con "*zoning method of lightly reinforced concrete*" (62). Questo modello può simulare la risposta non lineare dai danni causati da sisma nelle dighe in calcestruzzo, mentre ignora l'influenza dello scivolamento tra l'armatura ed il calcestruzzo circostante.

Kwak e Filippou (63) (64) sviluppano un modello (*reinforced steel model*) introducendo il legame di scivolamento dell'armatura incorporato in un elemento di calcestruzzo con equivalente acciaio in termini di rigidità. Questo modello è facilmente implementabile in una procedura agli elementi finiti, e può permettere un semplice studio sull'influenza dello scivolamento dell'armatura nella risposta sismica non lineare di dighe in calcestruzzo.

Yuchuan et al (65) eseguono analisi sismiche non lineari prendendo in considerazione la presenza di fessurazioni per trazione, deformazione plastica del calcestruzzo fessurato, recupero di rigidità durante apertura/chiusura delle fessure, *bond-slip effect* (scivolamento dell'armatura) con e senza la presenza di armatura. I risultati del studio in esame possono essere riassunti nei seguenti punti:

- a) Il recupero di rigidità costante ha un importante significato sulla risposta sismica, sulla storia dello spostamento, sulla deformazione residua ed il quadro fessurativo.
- b) C'è una piccola differenza nella risposta della diga calcolata dalle analisi con e senza condizione "*bond-slip*".
- c) L'armatura può ridurre la massima apertura ed estensione della lesione. Peraltro questo è benefico per l'integrità della diga e previene destabilizzazione nella parte alta.
- d) La presenza di fessure secondarie risultante dalle armature ha molti inconvenienti dal punto di vista strutturale; la pressione di *uplift* potrebbe sviluppare superfici di fessurazione e causare instabilità della diga. Tuttavia questo può essere risolto con



l' impermeabilizzazione dopo il terremoto.

Léger et al (66) utilizza il metodo “*smeared cracked finite-element*” per dimostrare la di esperimenti reali su una tavola vibrante per dighe alte 3,4m. I risultati numerici sono paragonati con il metodo utilizzando analisi non lineari. Per il meccanismo di sliding, nelle simulazioni numeriche è stato schematizzato il corpo diga come corpo rigido con forza di attrito derivante dal criterio di Mohr-Coulomb. Per quanto riguarda le cause di formazione del quadro fessurativo , è stato mostrato che la pulsazione di una singola accelerazione triangolare potrebbe inizializzare la propagazione della fessura. Le correlazioni numeriche mostrano buona rispondenza alle simulazioni reali su tavola vibrante. Tuttavia, lo smorzamento viscoso varia sperimentalmente da l' 1% nella situazione non fessurata al 20% nel caso di parziale fessurazione.

Calayir et al (67) eseguono analisi non lineari, introducendo nello “*smeared cracked finite-element*” un legame costitutivo per descrivere la formazione di fessure: “*co-axial rotating crack model*” CRCM.

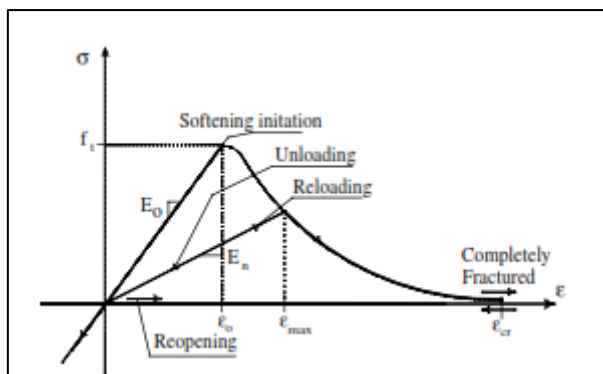


Figura 1.13-Diagramma legame costitutivo CRCM

L'approccio Lagrangiano viene scelto per modellare il problema di interazione diga-serbatoio. Le equazioni dinamiche di equilibrio del moto sono risolte utilizzando la forma migliorata dell'algoritmo di integrazione nel tempo HHT- α . Gli effetti della fessurazione vengono elaborati sulla base del terremoto del 1967 a Koyna. Le fessurazioni si iniziano a propagare vicino ai punti in cui si realizzano picchi di tensione. Gli spostamenti nelle analisi lineari e non lineari sono differenti tra loro come la propagazioni delle fessure nella diga. Il quadro fessurativo può cambiare il periodo di vibrazione del sistema diga-serbatoio. L'algoritmo “*time marching*” utilizzato riesce a smorzare le alte frequenze dai cambiamenti di rigidezza dovuti al quadro fessurativo del corpo diga. Pertanto è possibile concludere che tale modello “*co-axial rotating crack model*” può essere implementato con successo per prevedere la risposta sismica per problemi di interazione diga-serbatoio in congiunzione con l'algoritmo HHT- α .



Un contributo con diverso approccio alle analisi non lineari viene fornito nel 2008 da **Arabshahi et al** (68). Gli autori studiano la risposta non lineare della diga ponendo particolare attenzione alla distribuzione dinamica delle tensioni sul corpo diga. Utilizzano tre legami costitutivi nel sistema di riferimento locale per prendere in considerazione i vari meccanismi di collasso (scorrimento, ribaltamento, superamento delle tensioni limite, ribaltamento).

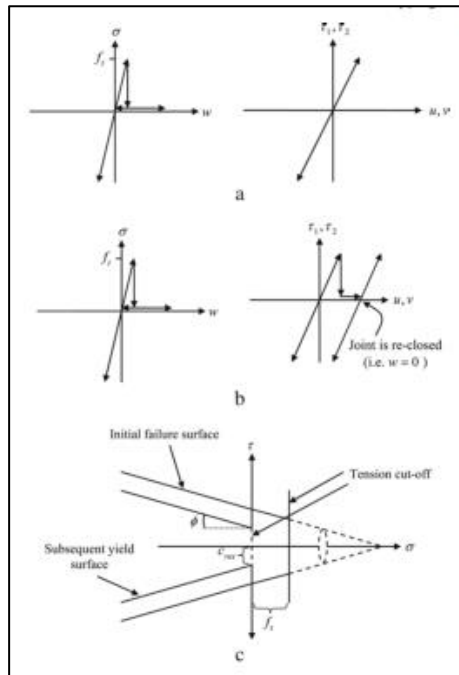


Figura 1.13: Legame costitutivo: a) modello giunto aperto ; b) apertura con modello di semplice scorrimento ; c) apertura con modello di scorrimento.

I risultati delle analisi mostrano alte tensioni di trazione al tacco così come sulla parte alta della diga. Quando vengono incluse le sottopressioni nel modello, la tensione di trazione alla base diminuisce drasticamente, tuttavia il massimo della tensione principale aumenta in modo sostanziale nelle parti alte. Quindi, l' *uplifting* può ridurre e amplificare allo stesso tempo la risposta. Nel caso in cui si verifica lo scorrimento (*sliding*) senza considerare le sottopressioni, la tensione di trazione sul tacco si riduce, ma nessun'altra riduzione è osservata per le tensioni principali sulle parti superiori del corpo diga. In questo caso le zone più alte come quelle basse sono soggette a sostanziali fessurazioni. I risultati di tale studio mostrano che generalmente lo scorrimento riduce gli effetti migliorativi delle sottopressioni sulle tensioni principali nelle zone alte della diga, ma queste tensioni possono superare lo stesso la resistenza a trazione e creare fessurazioni. Attraverso i risultati viene dimostrato che la resistenza a trazione del giunto così come la coesione non ha sostanziali effetti sulla risposta della diga quando si possono verificare scorrimento e sollevamento; altrettanto non può essere detto per diga rigida.



Riguardo ai danni alle dighe che sono state interessate dal sisma, ci sono poche informazioni, provenienti esclusivamente da alcuni paesi caratterizzati da alta sismicità, con un gran numero di dighe, come la Cina.

Una raccolta ICOLD e un'analisi statistica del 1995 su circa 180 dighe mostra tra quelle in cls. nessun singolo danneggiamento dovuto al sisma e tra le dighe in terra tre casi di collasso. Gli eventi più forti sono quelli di LLiu-LLiu e Lo Ovalle in Cile del 1985 e minore quello di San Fernando negli USA del 1971. In un'altra raccolta di dati questi casi sono stati classificati come molto severi, vicini al collasso. In generale si può dire che in tutto il mondo solo poche dighe sono state gravemente danneggiate dai terremoti e solo alcune piccole dighe in terra sono andate completamente in rovina. Non vi è alcun caso documentato in cui un collasso di una diga sia stato innescato da un sisma. Per le dighe in cls. non si conosce nessun caso di collasso da sisma. I danni osservati consistono soprattutto in fessure nella zona del coronamento, aperture e danni ai giunti tra i conci, danni alle spalle e aumento delle perdite. Nelle dighe a gravità o in quelle a contrafforti sono stati riscontrati danni maggiori rispetto al caso delle dighe a volta. L'esempio più famoso è quello della diga di Koyna in India con un'altezza di 103 m e una lunghezza al coronamento di 854 m.



1.3.1.4 Metodi Probabilistici

I carichi dovuti alle eccitazioni sismiche sono una delle più importanti azioni che devono essere considerate nella progettazione di dighe, soprattutto nelle regioni ad alta sismicità. Le procedure tradizionali considerano forze dovute al sisma come un' equivalente forza statica. Tuttavia, la formulazione pseudo-statica a volte non può riprodurre in maniera soddisfacente il comportamento dinamico del sistema diga-fondazione-bacino. Nei problemi di interazione fluido struttura, è necessario analizzare il moto del fluido dovuto alle vibrazioni strutturali e viceversa. Nei problemi di interazione diga-serbatoio, il fluido può essere considerato come non viscoso e il moto è assunto come irrotazionale con piccole ampiezze. Inoltre l'ipotesi di fondazione rigida può portare un' erronea valutazione della sicurezza strutturale e quindi è necessario considerare la flessibilità della fondazione. Conseguentemente la sicurezza strutturale deve essere ottenuta analizzando il comportamento dinamico di un sistema diga-fondazione-serbatoio.

Le azioni sismiche hanno essenzialmente carattere stocastico, pertanto loro dovrebbero essere considerati come carichi probabilistici. Inoltre, le proprietà dei materiali e le dimensioni strutturali hanno molta variabilità. Quindi un' analisi probabilistica dinamica del sistema diga-serbatoio-fondazione potrebbe essere necessaria. Sul finire degli anni 90' sono stati studiati molti metodi capaci di affrontare analisi strutturali probabilistiche, come "*Direct Monte Carlo Method*", "*Monte Carlo with Neumann expansion and perturbation techniques*" (69). Il "*Direct Monte Carlo Method*" risulta essere il più semplice e chiaro per realizzare un' analisi probabilistica, e per questo la più largamente utilizzata. In questo metodo, le proprietà dei materiali, carichi e le altre variabili casuali sono introdotte attraverso una simulazione digitale. Il principale inconveniente del "*Direct Monte Carlo Method*" è che la matrice di rigidezza deve essere definita per ogni caso che viene simulato; questo può portare ad alti sforzi computazionali. Un metodo alternativo per ridurre gli oneri computazionali potrebbe essere quello di utilizzare la simulazione con l' espansione di Neuman: tale tecnica era stata adottata per la prima volta da **Shinozuka** e **Wen** nel **1972** (70). Al contrario **J.M. de Araujo** e **A.M.Awruch** nel **1998** impiegarono nella loro teoria il metodo "*Direct Monte Carlo*" per valutare la sicurezza strutturale della diga sotto azione sismica. L'azione sismica è considerata come un processo non stazionario stocastico, mentre le proprietà del calcestruzzo sono assunte come variabili aleatorie. Il fluido invece viene schematizzato attraverso elementi finiti ad otto nodi isoparametrici. La sicurezza strutturale viene valutata rispetto le principali modalità di collasso: scorrimento, fessurazione e frantumazione del cls. I fattori di sicurezza alla punta ed al



tacco della diga ottenuti per 50 simulazioni vengono mostrati nella seguente figura:

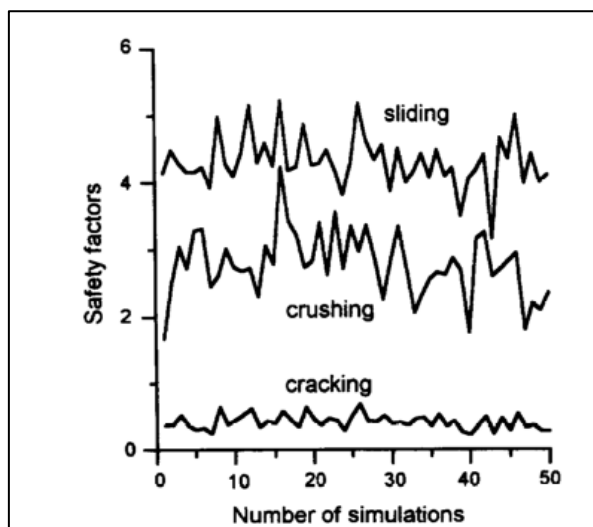


Figura 1.14 – Fattore di sicurezza con analisi probabilistiche

I risultati ottenuti da questa teoria mostrano risultati soddisfacenti rispetto alle principali modalità di collasso della struttura, anche per terremoti con accelerazioni pari a 0.1g, che è ragionevolmente alto per la zona dove è stata costruita la diga.



1.3.2 Approccio fluido-dinamico

L'approccio fluido-dinamico, che si basa sulle equazioni di Navier-Stokes, permette di risolvere lo stato di moto di un qualsiasi fluido reale newtoniano in condizioni di moto qualsiasi. Tale metodologia si è iniziata ad impiegare a partire dagli anni 80' vista la sua complessità analitica e di implementazione su software.

Si è dimostrata mediante l'analogia di Lighthill al p.to 1.1, l'uguaglianza tra la formulazione acustica basata sull'equazione dell'onda acustica di D'Alembert e approccio fluido-dinamico basato sulle equazioni di Navier-Stokes a meno di due ipotesi:

1. Viscosità;
2. Piccoli spostamenti.

Alcuni autori tra cui Navayineya (71), Aydin e Demirel (72) (73) dimostrano attraverso formulazioni analitiche e numeriche che queste due ipotesi possono essere rimosse, e pertanto risulta indifferente l'utilizzo tra l'approccio acustico e fluido-dinamico.

Questo comporta un notevole risparmio computazione, e sicuramente risultati facilmente interpretabili anche mediante formulazioni analitiche.

1.3.2.1 *Viscosità*

La questione sulla viscosità viene affrontata da **Navayineya** (71) il quale determina una soluzione in forma chiusa della pressione idrodinamica utilizzando l'equazione di Navier-Stokes. Trascurando l'effetto delle onde superficiali ed utilizzando una lunghezza del serbatoio pari a 3 volte l'altezza della diga, ottengono la seguente soluzione:

$$p = \frac{-8\alpha\rho gh}{\pi^2} e^{i\omega t} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2 \sqrt{1 - \frac{s^2}{\lambda_n^2}}} e^{-x \frac{n\pi}{2h} \sqrt{1 - \frac{s^2}{\lambda_n^2}}} \sin(\lambda_n y) \quad (1.109)$$

Dove :

- α coefficiente di amplificazione sismica
- ρ densità di massa del fluido;
- g accelerazione di gravità;
- h altezza del serbatoio;
- $\lambda_n = n\pi/2h$
- $s = \frac{\omega^2}{c^2 + \frac{\mu i \omega}{\rho}}$
- c velocità del suono nell' acqua;



- μ viscosità dinamica.

Facendo annullare il denominatore dell' espressione precedente, gli autori determinano il periodo di risonanza caratterizzato dalla presenza della viscosità:

$$T_{res,vis} = \frac{-\mu\pi}{\rho c^2} i \pm \frac{\sqrt{-\mu^2\pi^2 + 16\rho^2 c^2 h^2}}{\rho c^2} \quad (1.110)$$

Mentre il periodo del bacino determinato da Chopra (10) risulta essere pari:

$$T_{res} = \frac{4h}{nC} \quad (1.111)$$

Dalle espressioni (1.110) e (1.111) si nota come la viscosità comporti un cambiamento del periodo di risonanza del serbatoio. Per determinare in maniera esaustiva l'effetto della viscosità sulla risposta dinamica del sistema diga-bacino l'autore ha calcolato analiticamente la pressione idrodinamica per diversi valori della viscosità, riportati di seguito:

- **Vis1** $\mu = \mu_{water}$
- **Vis2** $\mu = 10 \mu_{water}$
- **Vis3** $\mu = 100 \mu_{water}$

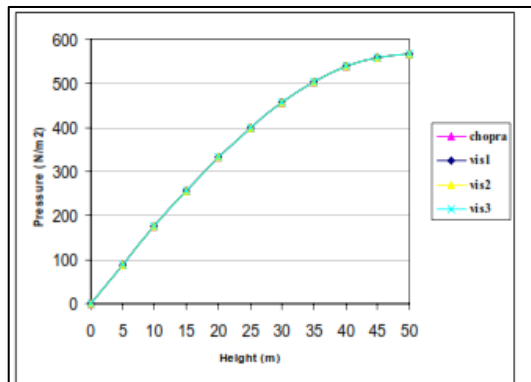


Figura 1.15 : Risultati per fluido viscoso e non Viscoso per $T_s=1sec$

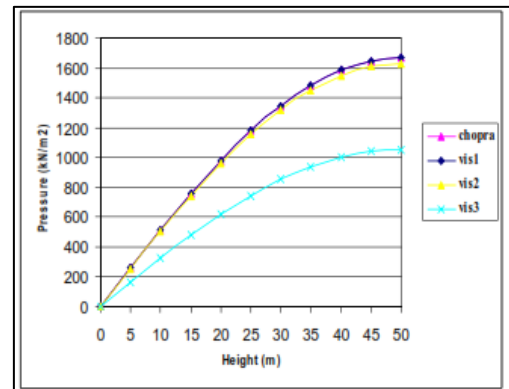


Figura 1.16 -Risultati per fluido viscoso e non Viscoso per $T_s=T_{risonanza}$

Dalle Figure soprastanti risulta chiaro come l'effetto della viscosità del fluido sia praticamente trascurabile in tutti i casi. In particolare nella Figura 1.15 si nota come per eccitazione sismica con periodo pari ad 1s l'approccio acustico, diagrammato con la trattazione di Chopra, porti esattamente allo stesso risultato elaborato con quello fluido-dinamico per ogni valore della viscosità. Nella Figura 1.16 invece si nota una leggera



differenza tra i due approcci solo per un valore della viscosità pari a 100 volte a quella del fluido reale. Pertanto è possibile concludere che la viscosità del fluido non influenza in termini di pressione idrodinamica la risposta sismica del sistema diga-bacino.

1.3.2.2 Piccoli spostamenti

Aydin e Demirel (72) (73) attraverso una formulazione 2D e 3D con elementi finiti di tipo fluido, implementato le equazioni di Navier-Stokes studiano la risposta del sistema diga-serbatoio in termini di pressione idrodinamica e onde di superficie. Le deformazioni della superficie libera sono tracciate prendendo diverse profondità. Viene applicata una forzante sinusoidale su un ideale dominio rettangolare con corpo diga rigido. Gli autori mostrano che l'equazione dell'onda di D'Alembert ottenuta trascurando il campo di velocità produce lo stesso campo di pressione che può essere ottenuto dalle equazioni di Navier-Stokes eccetto in bacini poco profondi dove il contributo delle onde di superficie porta ad una lieve differenza. Le onde di superficie sono funzione della profondità del bacino, accelerazione sismica e periodo di oscillazione.

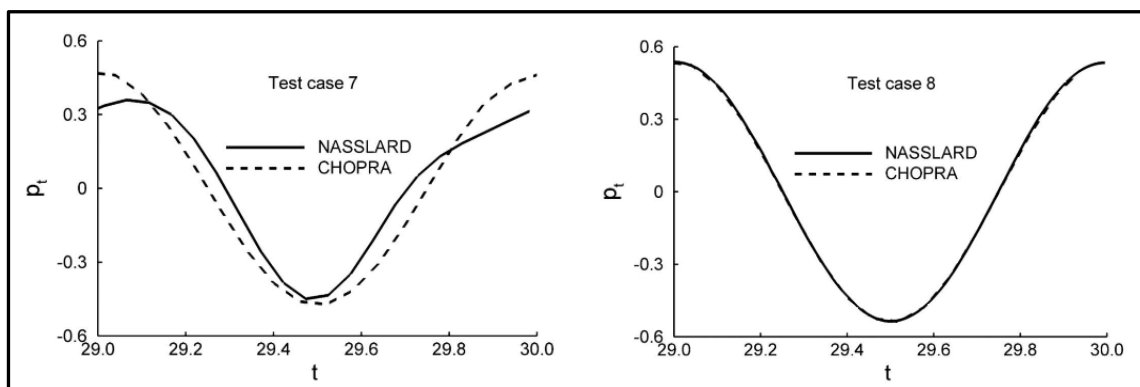


Figura 1.17 : Pressione idrodinamica per serbatoio con profondità di 30 m (a sinistra) e 600m (a destra)

Solitamente il patrimonio delle dighe esistente in Italia e nel mondo in media si aggira su dighe di altezza 70-90m, pertanto i piccoli spostamenti non giustificano l'utilizzo dell'approccio fluido-dinamico.



1.3.3 Analisi con carichi stocastici vs deterministici

Generalmente le analisi fluido-dinamiche sono basate su ipotesi semplificate le quali devono seguire uno dei due approcci:

1. Approccio Euleriano : spostamenti sono le variabili nella struttura, e le pressioni nel fluido;
2. Approccio Lagrangiano: spostamenti sono le variabili sia nel fluido che nella struttura .

Nell' approccio Euleriano, essendo diverse le variabili nel solido e fluido è richiesto un grado di complessità maggiore nell' implementazione di tale metodo in software di calcolo. Nell' approccio Lagrangiano, il comportamento del fluido e struttura sono espressi in termini di spostamenti. Per questa ragione, le equazioni di compatibilità ed equilibrio sono automaticamente soddisfatte lungo tutti i nodi dell' interfaccia. Questo rende l'approccio Lagrangiano basato sugli spostamenti e elementi finiti fluidi molto più versatile in quanto può essere incorporato più facilmente in un codice di calcolo.

In linea generale tali approcci sono stati utilizzati nel corso del tempo dagli autori per studiare l' interazione fluido struttura, da molti ricercatori (74) (75) (76) (77) (78) (79) (80). In questi studi, i carichi dovuti alle forze sismiche, che costituiscono l'azione più importante per la progettazione della diga, sono considerati come deterministici. In realtà l'azione sismica per la sua natura stocastica è una forza aleatoria, pertanto per una maggiore accuratezza delle analisi si potrebbe inserire tale aspetto nelle teorie.

Bayraktar et al (81) utilizzando il metodo degli elementi finiti fluidi paragonano la risposta dell' interazione fluido-struttura per carichi stocastici o deterministici utilizzando l' approccio Lagrangiano. Vengono utilizzati i programmi STOCALF e MULSAPF rispettivamente per carichi stocastici e deterministici. Sono stati calcolati spostamenti e valore della pressione idrodinamica su alcuni punti del paramento di monte.

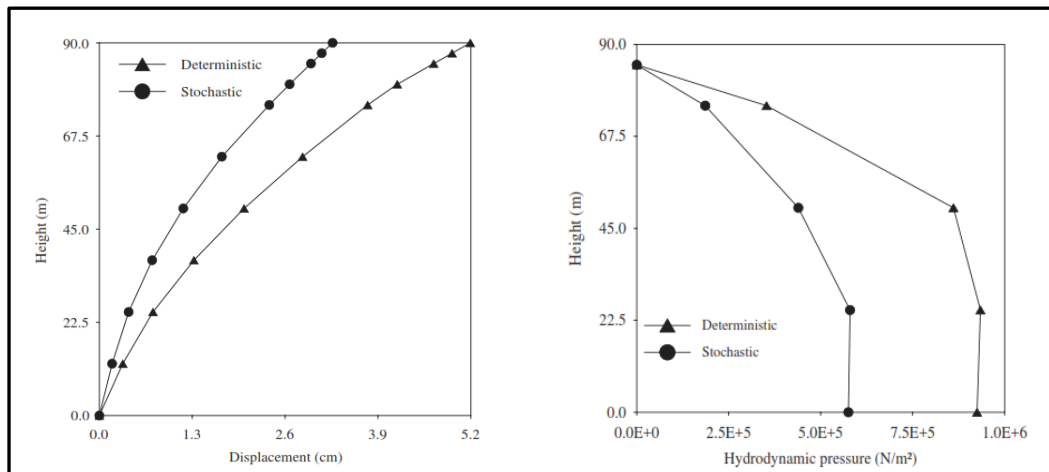


Figura 1.18 – Output delle analisi dinamiche in termini di spostamenti e pressione idrodinamica

Queste simulazioni numeriche sono state effettuate per la diga di Sanyar in Turchia. Generalmente si è osservato che gli spostamenti, tensioni e pressioni idrodinamiche ottenute dall'analisi stocastica sono più piccole rispetto a quella deterministica.

Sempre sulla stessa scia **Bayraktar et al** (82) si spingono a studiare l'influenza del terreno al di sotto della fondazione nell'interazione diga-bacino-fondazione per analisi dinamiche stocastiche. A questo scopo gli autori, utilizzando l'approccio Lagrangiano con elementi finiti fluidi e solidi, considerano tre differenti meccanismi di input del terremoto:

1. **MODEL 1:** *standard rigid-base;*
2. **MODEL 2:** *massless-foundation;*
3. **MODEL 3:** *deconvolved-base-rock.*

Nel primo modello (MODEL 1) viene applicato alla base del terreno stratificato un accelerogramma registrato in superficie. Nel secondo modello (MODEL 2) la fondazione ipotizzata è ipotizzata senza massa. Pertanto, l'assenza di massa fa della fondazione rocciosa una molla; in altre parole è presa in considerazione solo la flessibilità della fondazione. Il principale difetto dei modelli 1 e 2 è rappresentato dal fatto che l'accelerazione trasmessa alla base non è la stessa di quella registrata in superficie. Per superare questa lacuna sono state introdotte delle modifiche nel terzo modello (*deconvolved-base-rock*): si impiega l'accelerogramma registrato come un "free-field input" (campo libero) e quindi l'accelerazione è la stessa sia in superficie che alla base della fondazione.

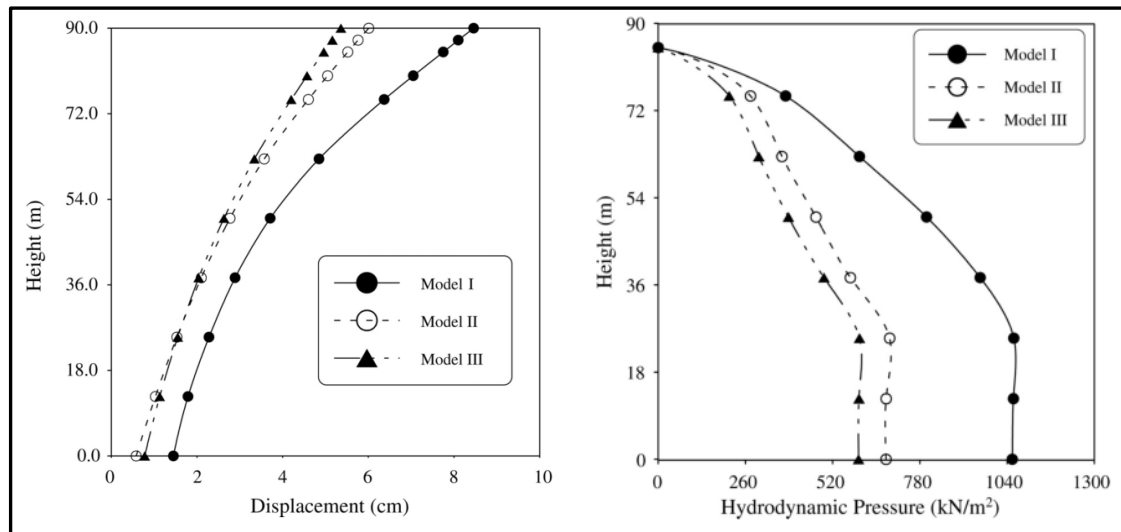


Figura 1.19 – Output dell’analisi dinamica stocastica – a sinistra sono riportati gli spostamenti ed a destra la pressione idrodinamica al variare dell’ altezza.

La media tra i massimi valori degli spostamenti, tensioni principali e pressione idrodinamica ottenuta usando il Modello 3 è più bassa rispetto all’ utilizzo dei Modelli 1 e 2. Il Modello 1 introduce amplificazioni significative nella risposta. Ciò porta a dimostrare l’inadeguatezza di tale modello per valutare la risposta dinamica per il sistema interazione diga-serbatoio-fondazione soggetto a carichi variabili. Il modello con fondazione senza massa, sebbene non è accurato come il Modello 3, può essere utilizzato per analisi pratiche e semplificate.

Bilici *et al* (83) introducono nelle analisi dinamiche stocastiche la variabilità spaziale del terremoto, valutando che effetti riproduce nell’ interazione fluido-struttura-fondazione. Gli autori sviluppa il modello sulla base dell’ approccio Lagrangiano con elementi finiti di tipo fluido e solido. La variabilità spaziale del sisma include gli effetti del sito di risposta, i cosiddetti *wave-passage*, utilizzando diverse velocità dell’onda, l’incoerenza del terreno. Dalle analisi condotte per la diga di Sanyar in Turchia si evince l’ importanza di prendere in considerazione la variabilità spaziale del terremoto in analisi stocastiche. Principalmente due conseguenze portano a tale conclusione:

- a) La media dei massimi spostamenti, tensioni ottenute dall’ analisi con variabilità spaziale del sisma sono maggiori rispetto all’ analisi con scuotimento del terreno uniforme;
- b) La non omogeneità del terreno comporta differenti valori di risposta.



1.3.4 Metodi innovativi

1.3.4.1 *Rete neurali artificiali*

Le dighe in calcestruzzo possono essere distinte dagli altri tipi di struttura per la loro dimensione e la loro interazione con il serbatoio di acqua, sedimenti di fondo, fondazione. L'identificazione del sistema strutturale posso essere categorizzato come uno degli aspetti più sostanziali dell'ingegneria delle dighe. La maggioranza delle tecniche di identificazione coinvolgono l'uso di risposte strutturali misurate sotto eccitazione dinamica. I risultati di questi metodi con modelli aggiornati possono essere usati per predire la risposta di un sistema sotto intense eccitazioni sismiche. A questo fine, sia vibrazioni forzate che test con vibrazioni ambientali possono essere usate (84). Questi ultimi impiegano eccitazioni ambientali per misurare le frequenze naturali, modi di vibrare e fattori di smorzamento modale. D'altro canto, le vibrazioni forzate vengono eseguite con vibrodine, masse con rotazione eccentrica che generano una forzante sinusoidale.

Nell'ingegneria delle dighe i risultati di test dinamici possono essere affetti dai seguenti aspetti: interazione diga-serbatoio la quale può cambiare le caratteristiche modali; interazione diga-fondazione che può essere caratterizzata da anisotropia, non omogeneità ed altri parametri; assorbimento di energia da parte dei sedimenti di fondo.

Negli ultimi due decenni, le reti artificiali neurali hanno avuto un significativo sviluppo nel dominio di problemi inversi, come identificazioni strutturali di grandi strutture, dove le misurazioni in situ potrebbero essere imprecise e a volte incomplete. ANNs (*artificial neural networks*) hanno aperto nuove possibilità per diversi campi, come analisi di insediamento di dighe (85) (86), rilevamento dei danni di ponti e strutture e dighe in calcestruzzo.

Karimi et al (87) presentano un approccio basato sulle reti neurali artificiali per l'identificazione di dighe in calcestruzzo con sistemi accoppiati FE-BE per predire le caratteristiche dinamiche. Vengono modellate diga e serbatoio rispettivamente con i metodi FE (*Finite Element*) e BE (*Boundary Element*), e l'analisi di interazione è effettuata accoppiando questi metodi numerici. L'approccio con sistema accoppiato FE-BE è impiegato per superare i problemi associati alla gestione di un grande numero di valori di input richiesti allo scopo di assemblare le ANNs. Per un veloce computo delle reti neurali vengono implementati in questo studio due algoritmi:

- CGA *Conjugate gradient algorithm*
- LMA *Levenberg-Marquardt algorithm*



1.3.4.1.1 Architettura delle reti neurali artificiali

Come menzionato nel precedente paragrafo, i test dinamici possono essere affetti da errori dovuti all'interazioni diga-serbatoio, diga-fondazione, assorbimento di energia da parte dei sedimenti di fondo. Un modo alternativo per la caratterizzazione dinamica può risiedere nell'utilizzo delle reti neurali, messe a punto sulla base simulazione del sistema accoppiato FE-BE. I principali step del metodo possono essere riassunti nel seguente sommario:

1. Si selezionano un adeguato numero di campioni con differente geometria;
2. Il serbatoio e la diga vengono modellati rispettivamente con BE e FE;
3. Per ogni campione viene effettuata una analisi nel dominio della frequenza con serbatoio vuoto. I risultati di queste analisi devono contenere:
 - a. Amplificazioni dinamiche degli spostamenti della diga in frequenza (DFP);
 - b. Prime frequenze del corpo diga con serbatoio vuoto;
 - c. Le rimanenti frequenze e/o deformazioni critiche, ed altri parametri critici.
4. Si propone un'architettura iniziale di ANNs;

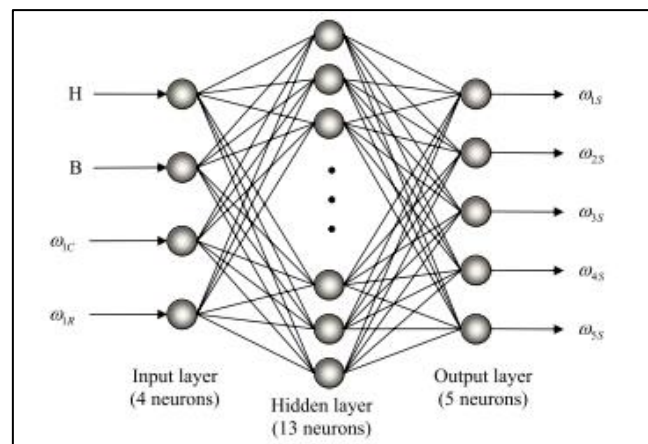


Figura 1.20 – Esempio di una architettura di rete neurale artificiale.

I dati di input da inserire nel modello sono:

- H, B scelti in funzione della geometria;
- ω_{1C} ricavato ad esempio con curve TFS (*transfer function spectrum*);
- ω_{1R} frequenza di interazione diga-bacino calcolata come $\omega_{1R} = \frac{\pi c}{2H}$.

Questi dati vengono elaborati dai due algoritmi LMA e CGA in funzione del database acquisto in fase di sperimentazione, e vengono restituire i dati di output. Nel modello proposto si restituiscono le frequenze della struttura in esame. Si tratta di un efficiente problema inverso per predire le caratteristiche dinamiche della struttura.



1.4 Conclusioni

Il problema dell'interazione fluido-struttura per le dighe a gravità è stato affrontato a partire dagli anni '30 per tutto il XX secolo fino ad oggi con modalità diverse in relazione agli strumenti di calcolo a disposizione. A partire dalla teoria di Westergaard del 1930, l'esigenza di ottenere i risultati in forma chiusa si traduce inizialmente nell'assunzione di ipotesi estremamente semplificate. La pressione idrodinamica è calcolata quasi sempre considerando rigido il corpo diga e talvolta l'acqua incompressibile. Nella schematizzazione del comportamento dell'acqua l'approccio è quello acustico, molto più semplice di quello fluido e in grado di consentire trattazioni analitiche. I diversi autori che successivamente si cimentano nella risoluzione del problema tentano di rimuovere le eccessive semplificazioni fino a Chopra che riesce a rimuovere l'ipotesi di diga rigida, proponendo metodi di calcolo che forniscono soluzioni in forma chiusa, oggi alla base delle indicazioni normative internazionali. Fino agli anni '70 le metodologie di calcolo trascurano dunque sostanzialmente gli effetti dell'interazione fluido-struttura, restituendo risultati talvolta non conservativi, e le prime trattazioni che affrontano realmente il problema si associano proprio agli studi di Chopra degli anni '70-'80. Con il passare degli anni questi studi vengono migliorati nel corso di una serie di tesi di dottorato (Chakrabarti and Chopra 1973; Hall and Chopra 1980; Fenves and Chopra 1984 ; Fok and Chopra 1985; Zhang and Chopra 1990; Tan and Chopra, 1995) che hanno determinato la nascita di programmi di calcolo denominati EAGD-84 e EACD-96, finalizzati ad effettuare analisi nel dominio della frequenza rispettivamente per dighe in calcestruzzo a gravità e ad arco . Entrambe i software vengono ancora distribuiti gratuitamente dal NISEE (*National Information Service for Earthquake Engineering*), per poter valutare la risposta sismica, includendo l'effetto dell'interazione diga-bacino-fondazione e l'assorbimento dei sedimenti di fondo. Purtroppo l'assenza di interfacce ha relegato questi programmi al ruolo di ricerca, con applicazione limitata a progetti concreti. La maggior parte degli sforzi della ricerca per includere nell'analisi delle dighe gli effetti della flessibilità della roccia di fondazione, degli effetti inerziali e di smorzamento, del parziale assorbimento da parte dei sedimenti di fondo o della roccia sottostante sono stati quindi effettuati più di trenta anni fa per le dighe a gravità e più di venti anni fa per dighe ad arco, ma, la pratica ha trascurato tali progressi, in parte perché non sono stati incorporati nei software commerciali di ampia diffusione. Lo stato della pratica ingegneristica per le dighe soggette al sisma non è in grado di avanzare, a meno che non vengano implementati i risultati della ricerca in



software user-friendly. Tuttavia, dal 1996, il US Bureau of Reclamation (USBR) ha intrapreso un importante programma per valutare la sicurezza sismica delle dighe per cui ha ritenuto necessario considerare la comprimibilità dell'acqua, l'assorbimento delle onde di pressione da parte dei sedimenti di fondo e dei bordi del bacino e gli effetti di interazione diga-fondazione roccia, utilizzando il programma EACD-3D-96 che implementa il metodo delle sottostrutture.

Di recente, il Prof. Anil Chopra in (88), afferma infatti che tutte le teorie post anni '90 non hanno apportato alcun sostanziale miglioramento nel calcolo della spinta idrodinamica.

Effettivamente, i più sofisticati programmi ad elementi finiti pur consentendo la schematizzazione di geometrie complesse e legami costitutivi dei materiali, tenendo conto dell'assorbimento delle onde sul bacino e della comprimibilità dell'acqua, non riescono a tener conto contemporaneamente di tutti gli effetti considerati dai programmi suddetti.

A partire dagli anni '90, i metodi numerici agli elementi finiti hanno quindi costituito il principale strumento di analisi e anche troppo spesso il principale obiettivo della ricerca sull'argomento. Si è cercato da un lato di validare sia le teorie esistenti, sia i nuovi metodi di modellazione, allo scopo di comprendere meglio il grado di approssimazione commesso nell'introduzione di ipotesi semplificative; dall'altro si è cercato di individuare strategie per la modellazione dei principali effetti non lineari relativi al materiale e alla geometria del sistema.

In merito alle ipotesi semplificative, nel 2009 Navayineya et al (71). hanno valutato l'influenza della viscosità sull'entità delle pressioni idrodinamiche, mostrando che variazioni di questa non determinano errori significativi, né in termini di periodo di risonanza del bacino né in termini di distribuzione ed entità delle pressioni agenti sul paramento di monte. Ciò favorisce e incoraggia l'uso del modello acustico per la schematizzazione del comportamento dell'acqua nell'interazione bacino-struttura, al posto del modello fluido. A Bounanni dobbiamo un miglioramento della teoria di Fenves e Chopra semplificata (14) in termini di grado di approssimazione delle forme modali del corpo strutturale.

L'altro filone di studi è rivolto ai legami costitutivi che riproducano le non linearità del calcestruzzo e il conseguente livello di danneggiamento. Tra i lavori più recenti sono da citare gli studi di Omid, Valliappan Lotfi et al (89), Xu, Chen, Li e Xu (90), Léger et al (48) che hanno implementato modelli costitutivi non lineari per valutare il livello di danneggiamento del materiale e le possibili modalità di collasso. I raffinati studi con materiale non lineare, spesso raccomandati dalle norme come ultimo livello di analisi, sono però di difficile gestione e interpretazione.



Un particolare interesse riveste in letteratura il comportamento dei giunti di contrazione, sempre presenti nelle dighe. La loro corretta modellazione è di cruciale importanza, in quanto il loro stato può notevolmente influenzare la configurazione e il comportamento strutturale delle dighe a gravità. Studi significativi in tal senso sono stati condotti da G. zenz (91), L. Fronteddu, P. Leger, R. Tinawi (92), M. Azmi, P. Paultre (93).

Infine altri autori approfondiscono tematiche come l'analisi termica (Z. Bofang (94), J. Zhang, C. Huang, C. Lu, L. Han, P. Wang, G. Li (95)) e la meccanica della frattura secondo modelli smeared e discrete crack (Z. Shi, M. Nakano, Y. Nakamura, C. Liu (96), M.A. Hariri-Ardebili, S.M. Seyed-Kolbadi (97)).

Un problema che si pone attualmente è quello della validazione sperimentale delle teorie esposte. Infatti, sia per le notevoli dimensioni delle strutture in gioco, sia per le difficoltà pratiche, disponiamo oggi di un limitato numero di prove sperimentali che potrebbero costituire utili strumenti per la taratura dei modelli. Alcuni studi, nei quali, con differenti approcci e tipologie di elementi finiti, si è tentato di riprodurre numericamente il comportamento reale della struttura sulla base di dati sperimentali, hanno fornito indicazioni estremamente interessanti come nel caso delle prove con vibrodina.

Con le tecniche numeriche è anche possibile effettuare prove parametriche che permettano di capire l'influenza di un determinato fattore sulla risposta strutturale, indirizzando quindi, all'occorrenza, specifiche analisi conoscitive.

Nonostante la creazione di raffinati software, non risulta ancora possibile valutare in maniera affidabile il comportamento delle dighe durante un importante evento sismico.

In definitiva, si può concludere che l'impiego dei moderni strumenti non ha portato in nessun caso allo sviluppo di nuovi pratici metodi di calcolo della pressione idrodinamica, tanto che i più recenti codici normativi e linee guida continuano a riferirsi alle teorie sviluppate dagli anni '30 agli anni '70 del '900.



2. CAPITOLO 2: Comsol Multiphysics : Equazioni ed analisi

2.1 Introduzione

La scelta del software di calcolo commerciale da utilizzare ai nostri scopi è ricaduta sul programma **Comsol Multiphysics**, che offre la possibilità di modellare fenomeni di natura fisica differente e soprattutto ha come punto di forza l'accoppiamento di questi in modo automatico, generando una risposta che tenga di conto dell'interazione tra i fenomeni in gioco.

Infatti il software contiene un modulo di analisi e modellazione dei fenomeni di natura acustica (*Acoustics Module*), che comprende vari pacchetti, tra i quali i più interessanti per i nostri scopi sono quello *Pressure Acoustics*, che permette l'analisi dello stato di pressione dovuto alla diffusione di onde acustiche in un fluido, e quello *Acoustic-Structure Interaction*, il quale invece permette sia di risolvere il campo acustico di pressione che quello solido di spostamento, generati da una perturbazione indotta sul sistema stesso, e fornisce una soluzione aggiornata dei due campi tenendo conto di quanto la soluzione di uno influenzi l'altro attraverso un aggiornamento iterativo delle stesse.

Passiamo quindi ad analizzare più nel dettaglio come funzionino i moduli citati.



2.1.1 Modulo Pressure Acoustics

Il ramo *Pressure Acoustics* di Comsol Multiphysics [1] contiene varie interfacce fisiche attraverso le quali il campo sonoro è descritto e risolto per mezzo della sola variabile pressione. Essa rappresenta le variazioni acustiche rispetto alla pressione stazionaria dell'ambiente, cioè rispetto al valore assoluto e stazionario di pressione che si ha nel sistema in assenza di perturbazioni. Di fatto il offre in output valori del campo di pressione *relativi*, cioè riferiti alla pressione assoluta e da intendersi come variazione rispetto ad essa.

All'interno del modulo sono presenti più interfacce che permettono di risolvere il problema acustico:

- l'interfaccia *Pressure Acoustics, Frequency Domain*, che risolve il problema nel campo delle frequenze attraverso la risoluzione dell'equazione di Helmholtz, una particolare formulazione dell'equazione dell'onda;
- l'interfaccia *Pressure Acoustics, Transient*, che invece risolve il problema acustico nel dominio del tempo attraverso la formulazione classica dell'equazione dell'onda, quella di D'Alembert.

È inoltre disponibile un'ampia scelta di condizioni al bordo, da condizioni di superficie riflettente al suono, assorbente o dotata di impedenza, a condizioni di irradiazione del suono, di simmetria o di periodicità del dominio, fino a condizioni per la modellazione delle fonti sonore.

2.1.2 Le equazioni risolte dal modulo Pressure Acoustics

I problemi di risoluzione di un campo di pressione generato da fenomeni di natura acustica consistono nella determinazione del campo di pressione p considerando però che la pressione subisce piccole variazioni rispetto al valore di riferimento p_0 della pressione stazionaria. Dal punto di vista matematico questo assunto rappresenta, in virtù della contenuta variazione di p , una linearizzazione delle variabili dipendenti attorno ai loro valori stazionari.

Le equazioni che governano il problema di flusso di un fluido comprimibile e privo di perdite (cioè privo di viscosità e non soggetto a fenomeni di trasferimento di calore) sono l'equazione di conservazione del momento (equazione di Eulero) e l'equazione di



continuità o di conservazione della massa, delle quali si ricorda di seguito la formulazione:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Nella formulazione acustica classica qualsiasi processo termodinamico è assunto come reversibile ed adiabatico, cioè isoentropico.

Si suppone quindi, per la natura stessa del problema, che le variazioni nello stato stazionario del fluido siano piccole e che si verificano su un fluido in condizione iniziali di assenza di moto ($\vec{u}_0 = 0$) e di densità iniziale ρ_0 e pressione stazionaria p_0 :

$$\begin{cases} p = p_0 + p' \\ \rho = \rho_0 + \rho' \\ \vec{u} = \vec{0} + \vec{u}' \end{cases} \quad \text{con} \quad \begin{cases} p' \ll p_0 \\ \rho' \ll \rho_0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Inserendo queste condizioni nelle relazioni che governano il problema (2.1) e considerando soltanto i termini lineari delle variabili che compaiono in esse si ottiene:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p' \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 (\nabla \cdot \vec{u}') = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Una delle variabili dipendenti, la densità ρ , può essere eliminata dalla formulazione precedente esprimendola in termini di pressione e bloccando l'espansione in serie di Taylor della relazione seguente al primo ordine, cioè al termine lineare:

$$\rho' = \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_s p' = \frac{1}{c_s} p' \quad (2.4)$$

In cui c_s è la velocità del suono isoentropica ad entropia s costante. Dalla condizione (2.4) si può quindi ricavare una utile espressione che fornisce una condizione da tenere in considerazione nella risoluzione di un problema acustico linearizzato:

$$|p'| \ll p_0 c_s^2 \quad (2.5)$$

Esprimendo infine l'equazione di continuità (2.3-2) considerando l'espressione (2.4) e mantenendo solo i termini lineari si ricava l'**equazione dell'onda in un mezzo privo di perdite** nella sua formulazione più generale:

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p - \vec{q}_d) \right) = Q_m \quad (2.6)$$

In cui:

- ρ è la densità del fluido;
- c è la velocità di propagazione del suono in esso;



- $\overline{q_d}$ è un termine che si riferisce ad eventuali sorgenti sonore di tipo dipolo;
- Q_m si riferisce ad eventuali sorgenti di tipo monopolo.

Si nota subito che nelle modellazioni che verranno proposte di seguito i termini $\overline{q_d}$ e Q_m saranno sempre nulli, ottenendo così la formulazione classica dell'equazione dell'onda di D'Alembert già fornita nel Capitolo 1:

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p) \right) = 0 \quad (2.6 \text{ bis})$$

Si osserva infine che il termine ρc_s^2 che compare nella (2.6) viene anche definito *modulo di comprimibilità adiabatico*, generalmente indicato con K , che corrisponde all'inverso del modulo di comprimibilità del fluido, cioè $\kappa = 1/K$.

Nell'equazione (2.6) i termini velocità del suono $c = c(\vec{x})$ e $\rho = \rho(\vec{x})$ possono dipendere dalla coordinata spaziale \vec{x} , ma sono generalmente indipendenti dal tempo o variano lentamente al variare di esso.

Un caso particolare molto importante da enunciare nel caso di onda sonora con variazione armonica nel tempo, per il quale la pressione segue la seguente legge di variazione nel tempo:

$$p(\vec{x}, t) = p(\vec{x}) e^{i\omega t} \quad (2.7)$$

In cui:

- $\omega = 2\pi f$ [rad/s] è la frequenza angolare;
- f [Hz] è la frequenza.

Ipotizzando che i termini relativi alle sorgenti abbiano la stessa dipendenza dal tempo, l'equazione dell'onda si riduce all'**equazione non omogenea di Helmholtz**:

$$\nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p - \overline{q_d}) \right) - \frac{\omega^2 p}{\rho c^2} = Q_m \quad (2.8)$$

In cui il pedice c apposto alle quantità densità e velocità del suono indica che essa potrebbe anche assumere valore complesso. E' il caso tipico di mezzi caratterizzati da perdite, come i materiali porosi o i fluidi altamente viscosi, i quali possono essere modellati interpellando valori complessi delle quantità suddette.

L'equazione (2.8) è utilizzata nella risoluzione di problemi di acustica nel dominio delle frequenze, ovvero è l'equazione base che viene risolta nelle modellazioni eseguite con il modulo *Pressure Acoustics, Frequency Domain*.

Om questo ambito tutte le quantità in input al modello vengono schematizzate perciò secondo il modello della relazione (2.7), ovvero sono intese dal software come variabili armonicamente nel tempo.



Nel dominio del tempo la formulazione utilizzata per l'equazione dell'onda è invece, come abbiamo già detto, quella classica espressa dall'equazione dell'onda (2.6), con $c_s=c$ e $p = p(\vec{x}, T)$.

Nel dominio del tempo possono essere modellate, in termini di fenomeni dipendenti dalla frequenza, soltanto delle dipendenze la cui conoscenza è certa e precisa, fatto che limita il numero di modelli fluidi implementabili nel modulo *Pressure Acoustics, Transient*.

Un modo per modellare fenomeni di smorzamento nel dominio del tempo è quello di aggiungere un termine dato dal prodotto di un coefficiente numerico per la derivata prima temporale della pressione, in modo da tenere di conto dell'attenuazione delle onde sonore come segue:

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - d_a \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p - \vec{q}_a) \right) = Q_m \quad (2.10)$$

In cui d_a è il termine di smorzamento, che corrisponde ad una sorgente monopolo proporzionale alla derivata temporale della pressione e che non compare comunque nella formulazione generale dell'equazione dell'onda risolta di default dal software nel dominio del tempo.

Anche quando il fenomeno di propagazione delle onde avviene in un mezzo privo di perdite, si possono comunque avere delle attenuazioni nella propagazione delle onde dovute all'interazione con i bordi del dominio modellato: tale fenomeno riguarda in particolare i bordi modellati attraverso condizioni di *impedenza*.

2.1.3 Le equazioni risolte dal modulo *Pressure Acoustics*

Il modulo *Acoustic-structure Interaction* è un ramo del software Comsol Multiphysics che permette di modellare fenomeni nei quali la pressione del fluido, trattato come dominio acustico, genera un carico agente sul dominio solido e, viceversa, l'accelerazione del dominio solido influenza lo stato del fluido sotto forma di una accelerazione normale che si trasmette all'interfaccia solido- fluido.

Infatti questo modulo unisce in modo automatico i due moduli *Pressure Acoustics* e *Solid Mechanics* e può essere utilizzato sia nel dominio delle frequenze, nel quale l'equazione risolta per il dominio acustico sarà quella dell'onda nella formulazione di Helmholtz, che nel dominio del tempo, in cui sarà invece risolta la classica equazione di D'Alembert.

Il vantaggio di utilizzare il modulo di interazione sta nel fatto che il software riconosce automaticamente la zona della geometria modellata che assume la funzione di interfaccia tra i due domini di natura differente e per essa introduce una condizione al bordo



specificata di default, chiamata *Acoustic-Structure Boundary*. Tale condizione al bordo valuta i carichi provenienti dal fluido e le accelerazioni dovute al solido e permette di aggiornare continuamente la soluzione dei due domini, considerando l'influenza che la soluzione di uno ha sull'altro, finché non viene raggiunta una convergenza nel meccanismo numerico iterativo di soluzione.

Le equazioni che vengono imposte e risolte dal software su questo contorno sono:

- Una equazione che identifica la pressione del fluido in corrispondenza dell'interfaccia col solido come un carico-pressione (forza per unità di superficie), descrivendo perciò come il fluido interagisce col solido:

$$\vec{F}_p = \underline{n}p \quad (2.11)$$

- Una seconda equazione che definisce la misura in cui il solido interagisce a sua volta con il fluido, trasforma la derivata seconda del campo di spostamento del dominio solido in corrispondenza dell'interfaccia solido-fluido in una accelerazione normale, che influenzerà la pressione del fluido:

$$a_n = \underline{n} \cdot u_{tt} \quad (2.12)$$

Generalmente il riconoscimento del bordo che assume la funzione di interfaccia è automatica da parte del software e nessun altro bordo può essere aggiunto nel ramo dedicato a questa condizione al bordo per il modello.

2.1.4 Indicazioni per la creazione della mesh

Risolvendo problemi di acustica la modellazione può coinvolgere scale temporali o dimensionali differenti nella schematizzazione del fenomeno che si vuole risolvere numericamente. Alcune di queste scale sono, appunto, imposte dalla fisica del problema, altre invece sono introdotte dal metodo numerico che viene impiegato dal software per la risoluzione del modello.

La dimensione che queste scale hanno relativamente tra loro può influenzare l'accuratezza e la precisione della soluzione stessa. In campo acustico, nel dominio delle frequenze la frequenza f impone una sola scala temporale data da $T = 1/f$, mentre coesistono più scale dimensionali: quella dettata dalla lunghezza d'onda $\lambda = c/f$, quella dovuta alla minima dimensione geometrica del modello L_{\min} , alla dimensione della mesh h ed, eventualmente, allo spessore dello strato limite acustico δ .

Per ottenere una soluzione che sia sufficientemente precisa la mesh dovrà essere fitta abbastanza da poter cogliere e, di conseguenza, risolvere tutte le caratteristiche geometriche principali del modello e la lunghezza d'onda λ .



È quindi buona regola imporre per la mesh una **dimensione massima degli elementi** che sia tale da cogliere la lunghezza d'onda con almeno 5 elementi:

$$h_{max} \leq \frac{\lambda}{N} = \frac{c}{f \cdot N} \quad (2.13)$$

In cui:

- h_{max} è la dimensione massima degli elementi della mesh;
- $\lambda = c/f$ è la lunghezza d'onda caratteristica del fenomeno modellato;
- f è la frequenza di lavoro del sistema;
- N è un numero intero compreso tra 5 e 10 e definisce il numero di elementi che devono modellare la singola lunghezza d'onda.

In problemi di natura transitoria, cioè risolti nel dominio del tempo, la relazione (2.13) è valida, ma coesistono anche diverse scale temporali, legate ad esempio al contenuto in frequenza del segnale, alla massima risoluzione in frequenza desiderata $T = 1/f_{max}$ e alla dimensione del passo Δt utilizzato nell'analisi step-by-step da parte del solutore numerico.

Proprio in relazione a questa ultima scala, regolata dal valore di Δt , si può mettere in relazione il passo dell'analisi con la dimensione minima degli elementi della mesh h_{min} attraverso la definizione del **CFL Number** (*Courant-Friedrichs-Lewy Number*).

$$CFL = \frac{c \cdot \Delta t}{h_{min}} \cong 0,20 \quad (2.14)$$

Parametro che deve valere circa 0,20, permettendo di regolare h_{min} con Δt .



3. CAPITOLO 3 – Validazione dei metodi di analisi

3.1 *Introduzione*

Il panorama esistente in termini di metodologie disponibili per la caratterizzazione dinamica e valutazione della pressione idrodinamica sul paramento di monte è molto vasto. Tuttavia i metodi maggiormente adoperati dalle normative internazionali per la caratterizzazione dinamica e successivamente per il calcolo della pressione idrodinamica possono ricondursi ai seguenti:

1. Analisi modale con masse aggiunte implementate con teoria di Westergard (1)
2. Analisi semplificata di Fenves e Chopra (14)
3. Analisi agli elementi finiti di tipo acustico [*risoluzione dell'equazione dell'onda di D'Alembert*]

L'obiettivo di tale capitolo risiede nella validazione di tali metodologie attraverso confronti effettuati mediante valutazione numerica. Tali raffronti saranno effettuati in termini di periodi e frequenze relativi ai modi di vibrare, forme modali, distribuzione di pressione e masse partecipanti.

Infine particolare attenzione verrà rivolta al metodo delle masse aggiunte determinate con la teoria di Westergard, studiando ed analizzando la possibilità di estendere tale metodologia di analisi ad un fluido di caratteristiche fisiche qualsiasi, definendo in tal modo un campo di applicazione.

Tale metodologia occupa oggi in ambito normativo internazionale un importante ruolo, infatti è attualmente impiegata nei seguenti paesi:

- Francia (*Risque sismique et Securite des ouvrages hydrauliques*);
- Giappone (*River Law*);
- Spagna (*1967_Instruction for the Project, Construction and Operation of large dams*);
- Svizzera (*Ordonnance sur la sécurité des ouvrages d'accumulation*);
- USA – (*USACE 1110-2-2200, FEMA, USACE EM 110-2-6053*);
- Canada (*Dam safety Guidelines*).



3.2 Il caso pilota

Si è scelto di studiare come caso fittizio un corpo diga alto 100m con diverse quote del livello di invaso: 100m, 75m, 50m ed infine 25m. Per la validazione delle metodologie esposte al precedente paragrafo, si effettuano le seguenti analisi:

- Analisi semplificata attraverso metodo di Fenves e Chopra;
- Analisi modale con Masse Aggiunte;
- Analisi agli elementi finiti di tipo acustico:
 - Analisi Modale
 - Analisi Parametrica.

3.2.1 Analisi semplificata Fenves e Chopra

Il metodo pseudo dinamico ideato da Fenves e Chopra risulta essere molto speditivo ed utilizzabile senza l'ausilio di alcun software agli elementi finiti. In ambito normativo oggi viene impiegato dalle *FERC* e *USACE 111-2-6050*. Si tratta di una metodologia empirica derivata per interpolazione di risultati ottenuti per via numerica con trattazione analitica. I dati necessari per l'utilizzo di tale metodologia sono quindi contenuti in forma tabellare. Ai fini della caratterizzazione dinamica del sistema diga-bacino, il procedimento che deve essere seguito risulta essere il seguente:

- 1) Si calcola il periodo fondamentale della struttura T_s , in condizioni di bacino vuoto e suolo rigido:

$$T_s = 1,4 \frac{H_s}{\sqrt{E_s}} \quad (3.1)$$

La relazione di tipo empirico richiede H_s (*altezza corpo diga*) espresso in ft ed E_s (*modulo elastico diga*) in psi.

- 2) Calcolo del periodo considerando l'interazione acqua-struttura:

$$\bar{T}_r = R_r \cdot T_s \quad (3.2)$$

Il valore del coefficiente R_r , è stato tabellato dagli autori in funzione del modulo elastico del calcestruzzo e del rapporto h/H_s , dove h è l'altezza del pelo libero e H_s l'altezza della struttura.



3.2.2 Analisi modale con Masse Aggiunte

L'analisi dinamica di grandi dighe, in particolare in vista di una sollecitazione sismica, richiede la definizione delle forze trasmesse in conseguenza del moto dall'acqua del bacino sul paramento di monte della diga. La determinazione rigorosa di queste forze richiederebbe un'analisi completa ed accoppiata del moto della diga e dell'acqua del bacino. La tecnica comunemente utilizzata per alleggerire l'onere computazionale, quando l'interesse è focalizzato sulla risposta della sola diga, consiste nell'aggiungere sul paramento di monte della diga una massa fittizia che rappresenti, seppure in modo approssimato, l'effetto dell'interazione con l'acqua del bacino.

Il valore di queste masse possono essere determinate dalla teoria di Westergaard, l'effetto sul sistema è quello di riprodurre le sovrappressioni idrodinamiche, ma anche di allungare il periodo del sistema.

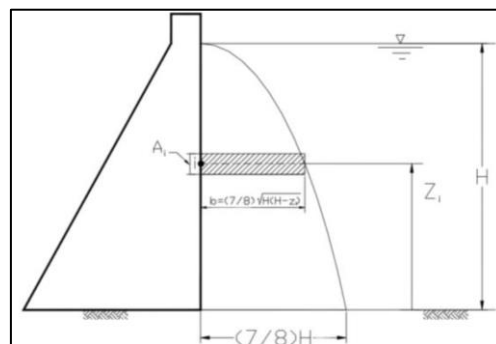


Figura 3.1 – Schematizzazione delle masse aggiunte

$$m_{ai} = \frac{7}{8} \rho_w \sqrt{H(H - z_i)} A_i \quad (3.3)$$

Dove:

- ρ_w massa per unità di volume dell'acqua;
- H altezza del serbatoio;
- z_i coordinata spaziale di riferimento;
- A_i area della striscia di riferimento.

Tale formula è stata desunta nelle ipotesi di diga rigida, con paramento di monte perfettamente verticale, con acqua comprimibile ed un terremoto con periodo di circa 1,3 secondi. Inoltre, si assumeva che il problema fosse rappresentabile esattamente con una geometria bidimensionale, riferendosi ad una sezione verticale della diga di larghezza unitaria, quindi in linea di principio valida per una diga a gravità..



3.2.2.1 Il modello a masse aggiunte

La massa d'acqua è stata infatti schematizzata attraverso un numero di masse concentrate equivalenti, che discretizzassero la distribuzione continua di massa partecipante ogni 0,50 m di altezza. Il confronto tra il valore risultante di massa partecipante ottenuto integrando la distribuzione continua di massa è ottimamente riscontrato nella sommatoria dei valori delle masse concentrate che lo approssimano.

Di seguito vengono riportate schematicamente le grandezze che descrivono la fisica del problema:

Corpo Diga

- $B=80$ m base maggiore
- $b=5$ m larghezza al coronamento
- $H=100$ m altezza corpo diga
- $E_s=25000$ MPa modulo elastico
- $\rho=2400$ kg/m³ densità volumetrica del cls

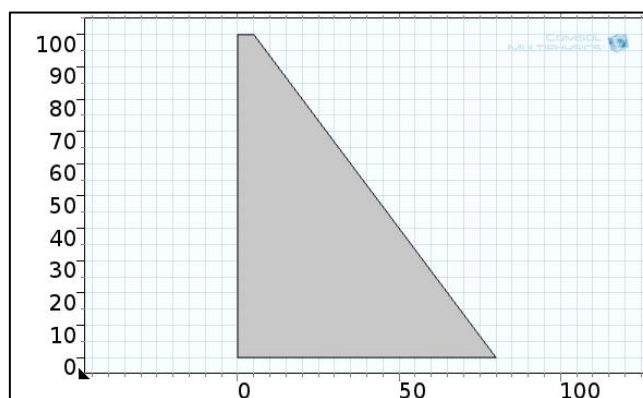


Figura 3.2 – Modello Masse aggiunte

Condizioni al contorno

- Fixed Constraint alla base del corpo diga per imporre spostamenti nulli;
- Added Mass per discretizzare le masse lungo l'altezza della diga.



3.2.3 Analisi F.E.M. con elementi acustici

3.2.3.1 *Analisi Modale*

L'analisi modale del sistema diga-bacino viene effettuata con elementi finiti di tipo acustico, risolvendo l'equazione ben nota di equilibrio dinamico per un sistema a molti gradi di libertà:

$$E\ddot{u} + D\dot{u} + ku = L \quad (3.4)$$

Dove E è la matrice di massa, D la matrice di smorzamento e K la matrice di rigidezza. Il vettore L è una variabile dipendente dal tempo. In questo il software *Comsol Multiphysics* implementa l'algoritmo solutore dell'analisi modale.

Le matrici di massa, rigidezza e smorzamento vengono assemblate risolvendo per il dominio strutturale le equazioni indefinite di equilibrio, mentre per quello acustico l'equazione delle onde acustiche di D'Alembert.

Per maggiore chiarezza, è possibile affermare che il comportamento del dominio fluido viene descritto principalmente dal *modulo di comprimibilità "k"* pari a:

$$k = \rho_w c^2 \quad (3.5)$$

Dove ρ_w rappresenta la densità del fluido e c la velocità delle onde sonore nel fluido. Questi due parametri influiscono nelle analisi modali in termini di massa e rigidezza, più precisamente è possibile affermare:

- ρ_w opera in termini di massa; pertanto studiando un generico fluido un aumento di tale parametro si traduce in un aumento della massa e quindi in una diminuzione del periodo proprio di vibrare;
- c oltre ad esprimere in termini numerici la velocità delle onde sonore nel fluido, indica quanto liquido (in questo caso studio) è comprimibile, pertanto nell'analisi modale agisce in termini di rigidezza. Un aumento di tale parametro si traduce in una diminuzione del periodo proprio di vibrare e viceversa nel caso ci sia una diminuzione.



3.2.3.2 Analisi parametrica

Per simulare il moto sismico, le analisi sono state effettuate imponendo una forzante armonica imposta al corpo diga come legge accelerazione con andamento sinusoidale nel tempo del tipo:

$$a(t) = a_{max} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = \alpha g \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (3.6)$$

In cui:

- $a_{max} = \alpha g$ ampiezza del moto sismico, con α coefficiente sismico posto pari a 0.5.
- T periodo della forzante

Le analisi parametriche sono state eseguite risolvendo tante analisi Time-History per ogni valore desiderato del parametro “T” (periodo della forzante). Ogni analisi Time History viene eseguita per un intervallo temporale da “0 s” a “150T s”, con step temporale di $T/4$, dove T è il periodo della forzante: quindi a seconda del periodo considerato la durata dell’analisi sarà diversa. Come step temporale è stato scelto “T/4”, in quanto il valore massimo in una forzante sinusoidale si raggiunge nei quarti del periodo, e quindi tale intervallo è in grado, al variare del periodo, di cogliere i valori massimi della risposta.

Tale metodologia risulta essere la più dispendiosa in termini computazionali, ma d’ altro canto permette di studiare l’ interazione fluido-struttura con ottima precisione. Infatti gli output di tale analisi vengono presi come riferimento per effettuare confronti tra le diverse metodologie nei paragrafi seguenti.



3.2.3.3 Il modello

Il modello con analisi agli elementi finiti di tipo acustico risulta essere il medesimo sia nel caso di analisi parametrica, che analisi modale. Di seguito vengono riportate schematicamente le grandezze geometriche che descrivono la fisica del problema:

Corpo Diga

- $B=80$ m base maggiore
- $b=5$ m larghezza al coronamento
- $H=100$ m altezza corpo diga
- $E_s=25000$ MPa modulo elastico
- $\rho=2400$ kg/m³ densità volumetrica del cls

Bacino

- $L=300$ m lunghezza del serbatoio
- $H_w=100,75,50,25$ m differenti livelli di invaso considerati
- $C_s=1480$ m/s velocità onde sonore nell' acqua
- $\rho=1000$ kg/m³ densità volumetrica dell' acqua

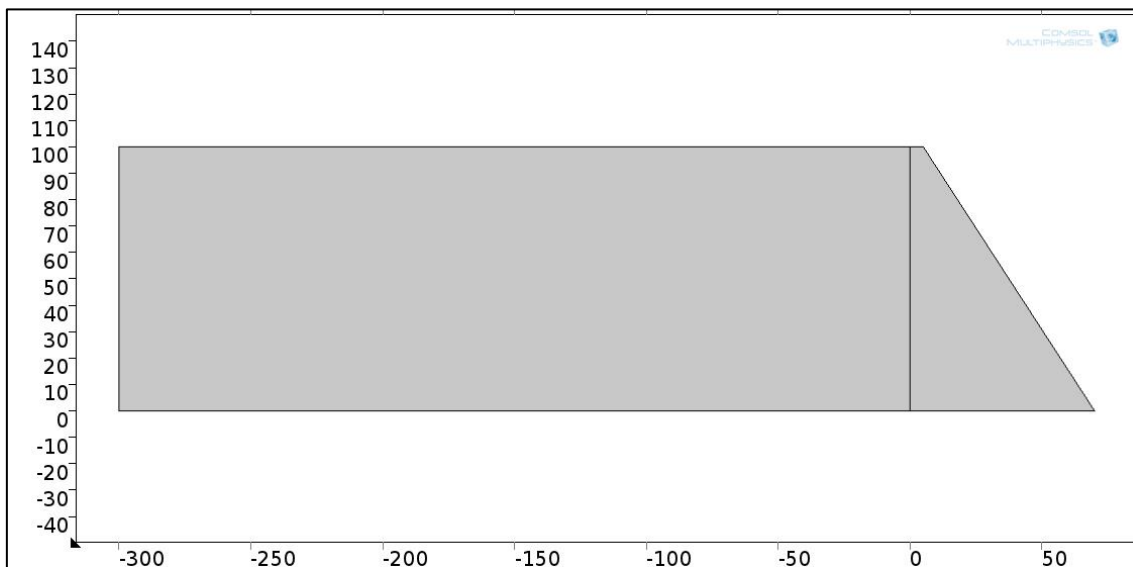


Figura 3.3 – Modello F.E.M. con elementi finiti di tipo acustico

Il bacino viene troncato in lunghezza verso monte a 300 m, il quale equivale a tre volte l' altezza della diga seguendo l'ipotesi proposta in (98) secondo la quale oltre tale distanza le sezioni del bacino non influenzano più il campo delle pressioni nel fluido.



Condizioni al contorno

Per rendere il modello più rispondente possibile alla realtà fisica del fenomeno sono state impostate le seguenti condizioni al bordo:

- a. una condizione del tipo Sound Soft Boundary è stata applicata per il bordo superiore del dominio fluido, il quale schematizza il pelo libero. Essa definisce un bordo sul quale la pressione vale:

$$p=0$$

e costituisce la più adeguata approssimazione per descrivere un' interfaccia fluido-gas, come è il pelo libero del bacino;

- b. una condizione del tipo Plane Wave Radiation per la sezione in corrispondenza della quale il dominio fluido viene troncato. Si tratta appunto di una condizione che permette di schematizzare una superficie o un bordo come radiante rispetto ad un'onda piana, incidente, cioè come penetrabile da parte dell' onda stessa, minimizzando la riflessione dell' onda in allontanamento quando il suo angolo di incidenza col piano stesso è prossimo alla normale;
- c. una condizione Sound Hard Boundary(Wall) per schematizzare il fondale del bacino come una parete con piena riflessione delle onde acustiche, in modo da ottenere derivata nulla della pressione in direzione normale al bordo stesso nei confronti di un' onda sonora incidente;
- d. una condizione di *Acoustic – Structure Boundary* all' interfaccia tra il dominio solido e fluido. Questa condizione connette la variazione di pressione acustica nel dominio fluido con la deformazione strutturale nel dominio solido. [condizione presente solo nel caso di diga flessibile].



Mesh del dominio

Entrambi i domini sono stati risolti attraverso una mesh *Free Quad* il quale produce una meshatura con forme non necessariamente quadrilatere in funzione della complessità della fisica del problema. Tale tecnica, oltre a permettere un risparmio in termini di oneri computazionali, consente di ottenere una ottima rispondenza dei risultati.

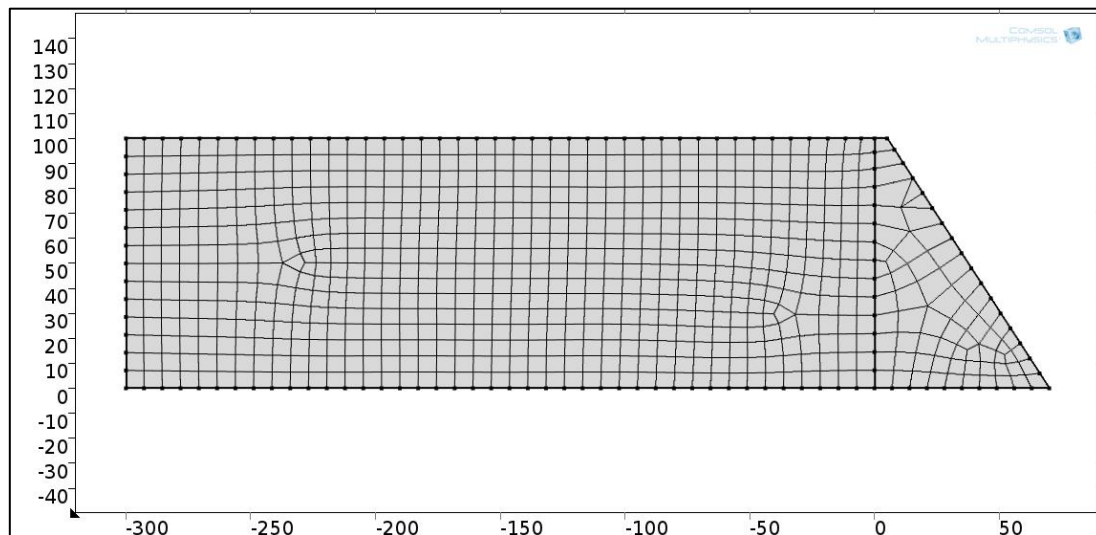


Figura 3.4 – Mesh del modello F.E.M.



3.2.4 Analisi semplificata Fenves e Chopra

Seguendo la procedura illustrata al p.to 3.2.1 per ogni livello di invaso si determina il primo modo di vibrare del sistema diga-bacino.

3.2.4.1 $H_w=100m$

$H=100\text{ m}$	altezza della struttura;
$E_s=25000\text{ MPa}$	modulo elastico corpo diga;
$T_s=0.241\text{ s}$	periodo della sola struttura determinato attraverso la (3.1);
$R_r=1.341$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$T_r=0.323\text{ s}$	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (3.2).

Il periodo determinato corrisponde quindi al primo modo di vibrare del sistema diga-bacino. Trattandosi di un' analisi semplificata non è possibile estrapolare altre informazioni sui modi di vibrare superiori.

3.2.4.2 $H_w=75m$

Variando il livello di altezza del bacino si può notare che l'unico coefficiente che varia è rappresentato da " R_r ", il quale rappresenta l'interazione fluido-struttura e dipende dal modulo elastico della struttura, e dal rapporto di riempimento del serbatoio.

$H=75\text{ m}$	altezza della struttura;
$E_s=25000\text{ MPa}$	modulo elastico corpo diga;
$T_s=0.241\text{ s}$	periodo della sola struttura determinato attraverso la (3.1);
$R_r=1.063$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$T_r=0.256\text{ s}$	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (3.2).



3.2.4.3 $H_w=50m$

$H=50\text{ m}$	altezza della struttura;
$E_s=25000\text{ MPa}$	modulo elastico corpo diga;
$T_s=0.241\text{ s}$	periodo della sola struttura determinato attraverso la (3.1);
$R_r=1.006$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$T_r=0.243\text{ s}$	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (3.2).

3.2.4.4 $H_w=25m$

$H=25\text{ m}$	altezza della struttura;
$E_s=25000\text{ MPa}$	modulo elastico corpo diga;
$T_s=0.241\text{ s}$	periodo della sola struttura determinato attraverso la (3.1);
$R_r=1.000$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$T_r=0.241\text{ s}$	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (3.2).



3.2.5 Analisi modale con Masse Aggiunte

Il primo step di tale metodologia consiste nel computare le masse che saranno aggiunte sulla struttura per ogni 0,5m di altezza. In seguito si effettua l'analisi modale attraverso il software *Comsol Multiphysics*, plottando i risultati in termini di periodi, frequenze dei modi di vibrare e masse partecipanti.

3.2.5.1 $H_w=100m$

Nella tabella 3.1 vengono riportate le caratteristiche dinamiche del sistema diga-bacino determinate con il metodo delle masse aggiunte.

Modale con Masse aggiunte per $H_w=100m$				
Modi	f [Hz]	T [s]	Masse Par. [kg]	Masse Par. [%]
1	3,256	0,307	7,58E+06	47,29%
2	7,641	0,131	4,20E+06	26,22%
3	11,475	0,087	2,40E+05	1,50%
4	13,213	0,076	1,47E+06	9,14%
5	18,728	0,053	5,05E+05	3,15%
6	22,826	0,044	7,99E+04	0,50%
7	24,724	0,040	3,66E+05	2,28%
8	26,071	0,038	1,29E+05	0,80%
9	26,920	0,037	2,44E+04	0,15%
10	27,488	0,036	1,16E+03	0,01%
11	30,111	0,033	8,07E+04	0,50%
12	32,980	0,030	1,00E+05	0,63%
13	33,066	0,030	7,43E+04	0,46%
14	35,819	0,028	1,73E+04	0,11%
15	37,804	0,026	1,39E+05	0,86%
16	38,348	0,026	2,52E+04	0,16%
17	40,748	0,025	2,02E+04	0,13%
18	40,813	0,025	1,02E+01	0,00%
19	42,085	0,024	1,40E+04	0,09%
20	43,121	0,023	2,27E+04	0,14%
TOTALE			1,51E+07	94%

Tabella 3.1 – Analisi modale con masse aggiunte per $H_w=100 m$

Con i primi due modi di vibrare si arriva ad una massa partecipante pari a circa il 73%, e quindi per raggiungere almeno l'85% bisogna considerare i primi cinque modi di vibrare.. Per una maggiore comprensione si plottano di seguito le immagini illustranti i primi quattro modi di vibrare, essendo quelli con massa partecipante maggiore.

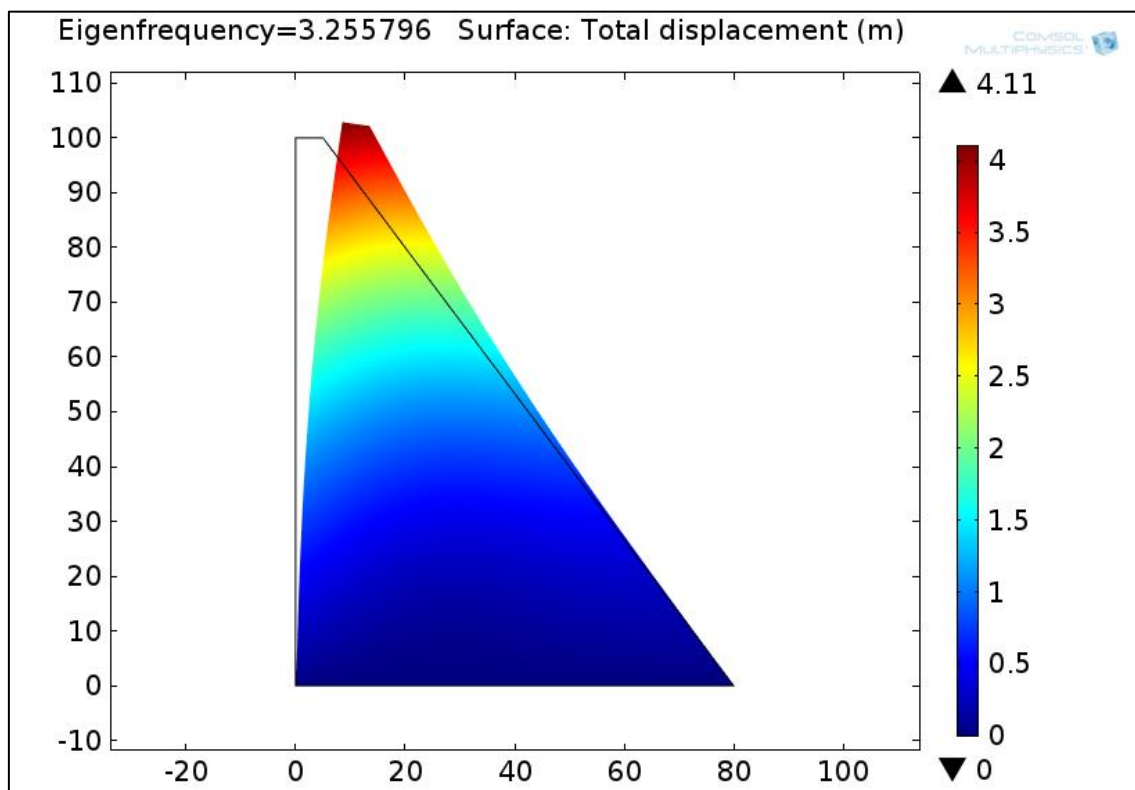


Figura 3.5 – 1° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 47,29%

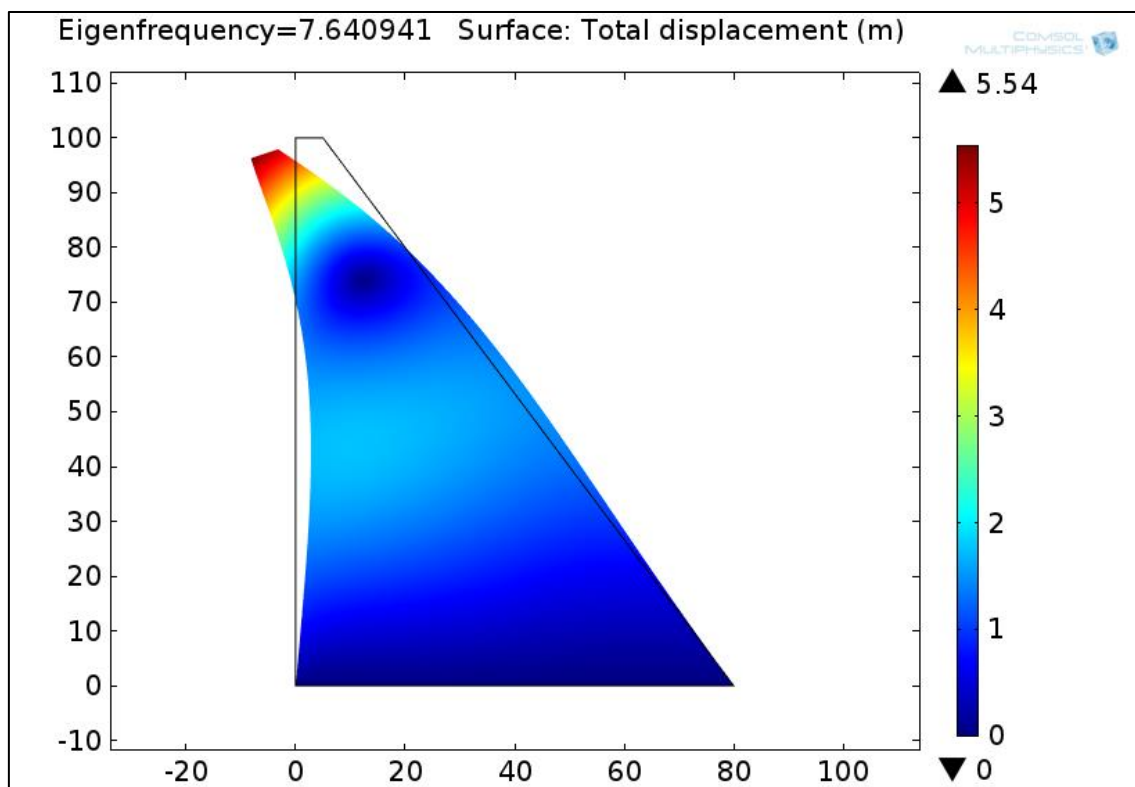


Figura 3.6 – 2° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 26,22%

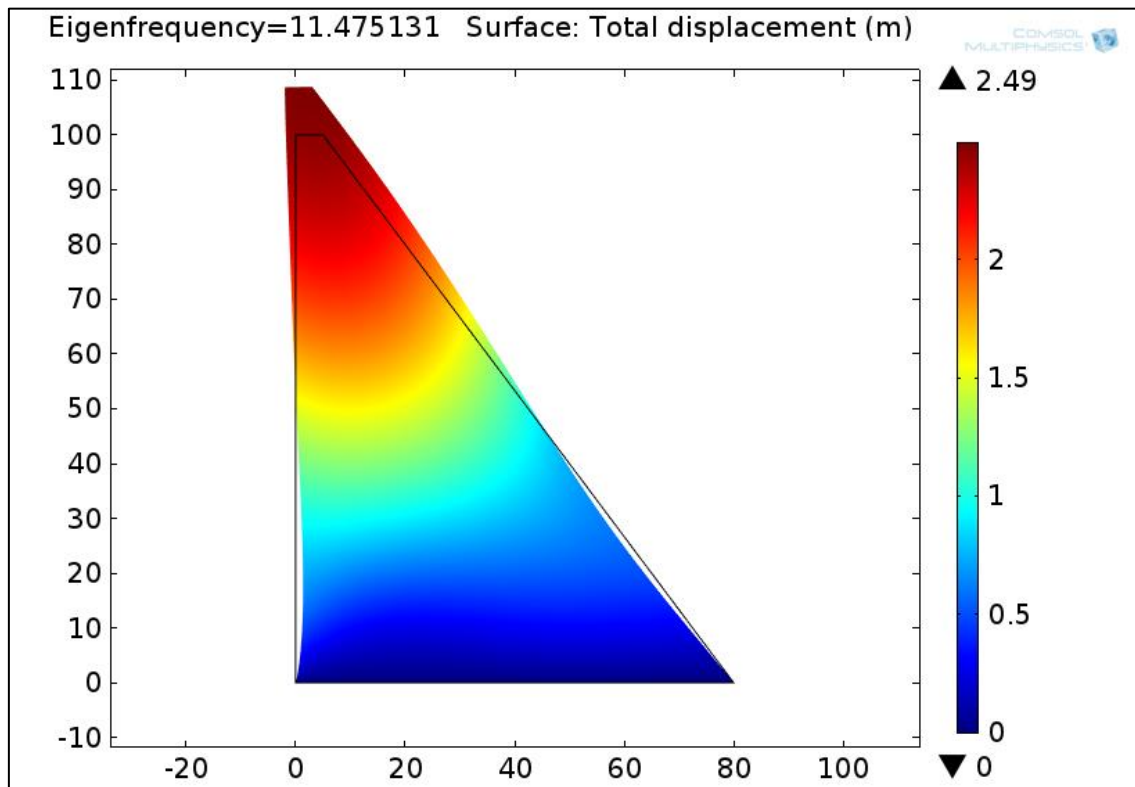


Figura 3.7 – 3° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 1,50%

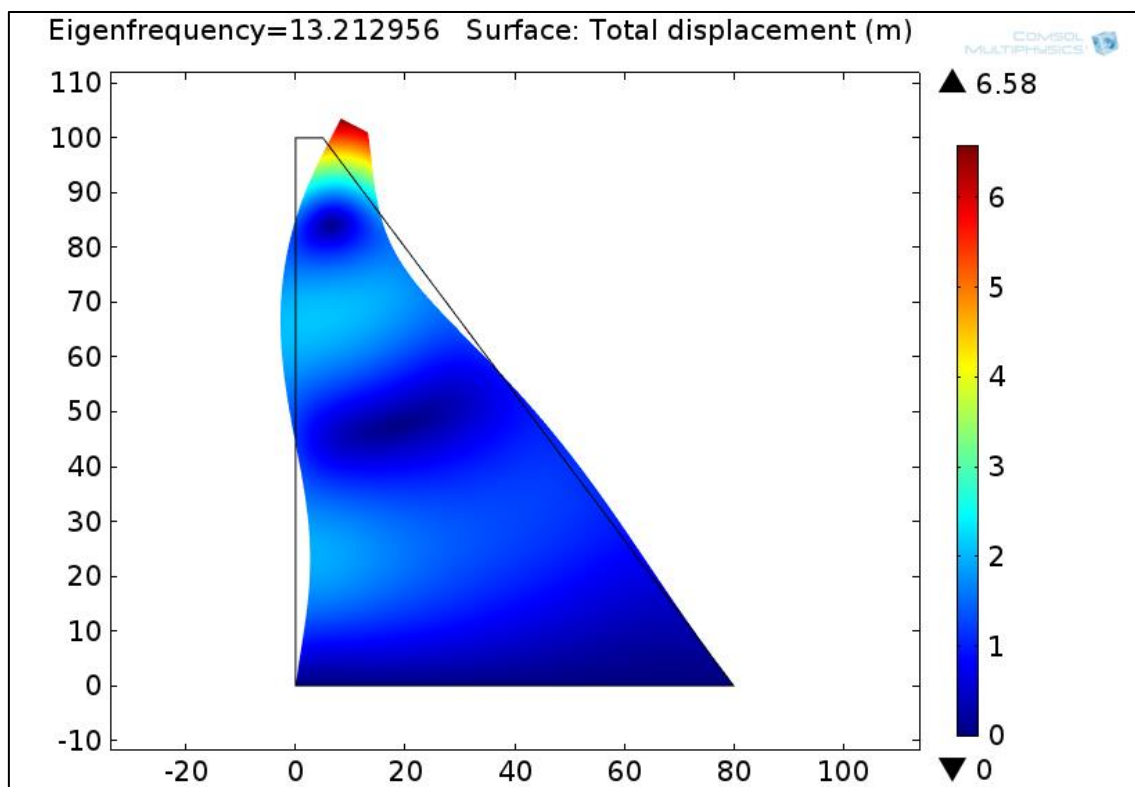


Figura 3.8 – 4° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 9,14%



3.2.5.2 $H_w=75m$

Nella tabella 3.2 vengono riportate le caratteristiche dinamiche del sistema diga-bacino determinate con il metodo delle masse aggiunte.

Modale con Masse aggiunte per $H_w=75m$				
Modi	f [Hz]	T [s]	Masse Par. [kg]	Masse Par. [%]
1	3,974	0,252	6,30E+06	46,73%
2	8,808	0,114	3,64E+06	27,00%
3	11,620	0,086	1,37E+05	1,02%
4	15,193	0,066	1,20E+06	8,90%
5	21,758	0,046	3,81E+05	2,83%
6	24,760	0,040	1,67E+05	1,24%
7	26,859	0,037	2,70E+05	2,01%
8	27,471	0,036	1,71E+02	0,00%
9	28,673	0,035	9,99E+03	0,07%
10	31,725	0,032	7,05E+04	0,52%
11	33,662	0,030	1,46E+05	1,08%
12	35,896	0,028	4,07E+04	0,30%
13	38,430	0,026	8,68E+04	0,64%
14	39,609	0,025	5,57E+04	0,41%
15	41,650	0,024	2,06E+04	0,15%
16	43,113	0,023	3,07E+04	0,23%
17	43,231	0,023	4,46E+03	0,03%
18	46,594	0,021	3,39E+04	0,25%
19	47,742	0,021	7,43E+04	0,55%
20	49,133	0,020	2,40E+04	0,18%
TOTALE			1,27E+07	94%

Tabella 3.2 – Analisi modale con masse aggiunte per $H_w=75m$

Analogamente al livello di invaso pari a 100m, con i primi due modi di vibrare si raggiunge una massa partecipante pari a circa il 73%, mentre per ottenere almeno l'85% c'è bisogno di considerare i primi cinque modi. Di seguito si riportano le forme modali relative alle prime quattro forme modali, essendo quelle con massa partecipante maggiore e quindi maggiormente condizionanti per l'analisi modale.

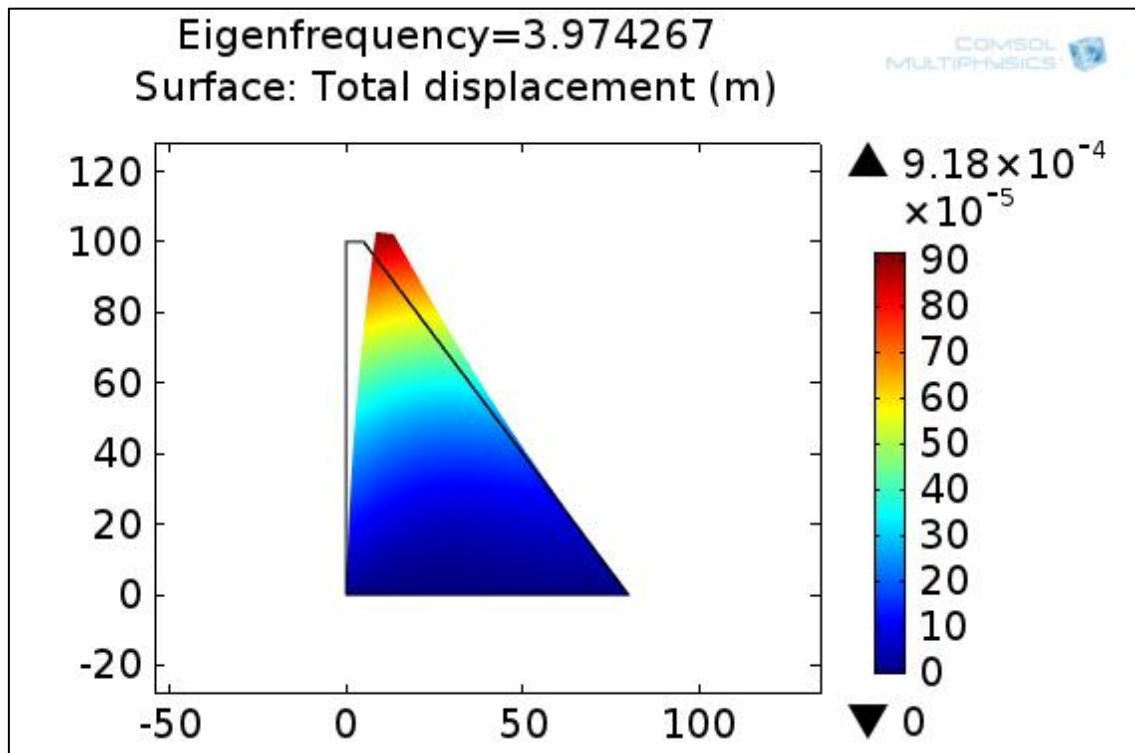


Figura 3.9 – 1° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 46,73%

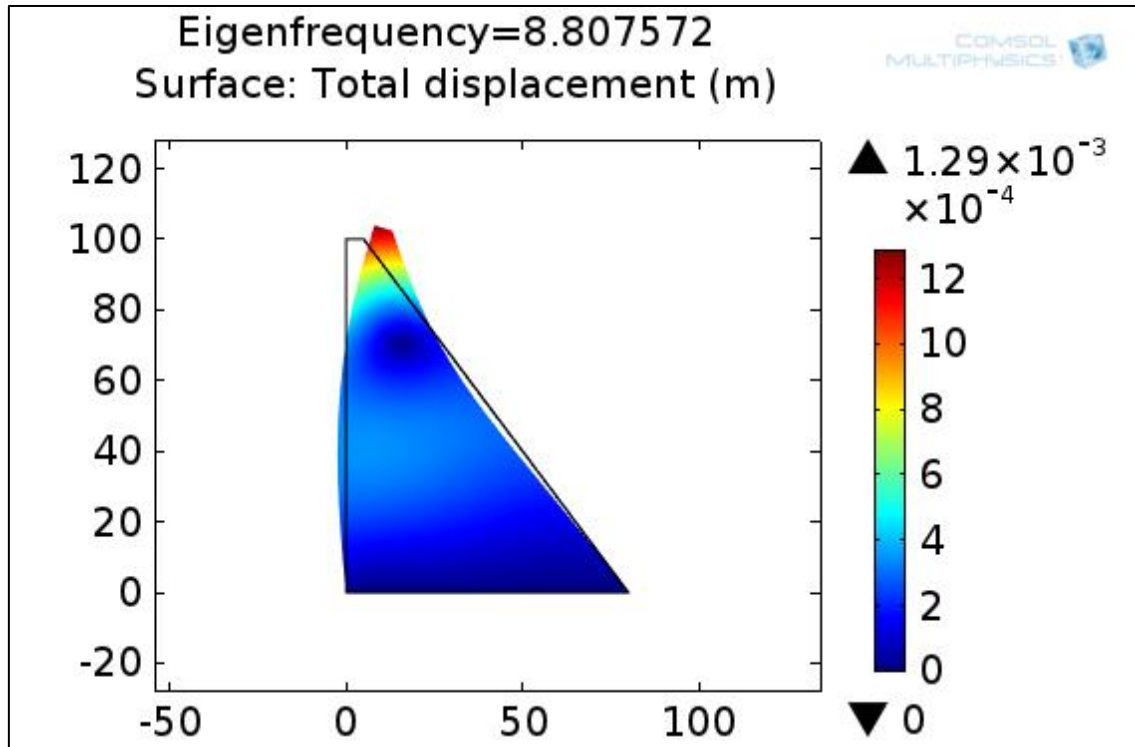


Figura 3.10 – 2° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 27,00%

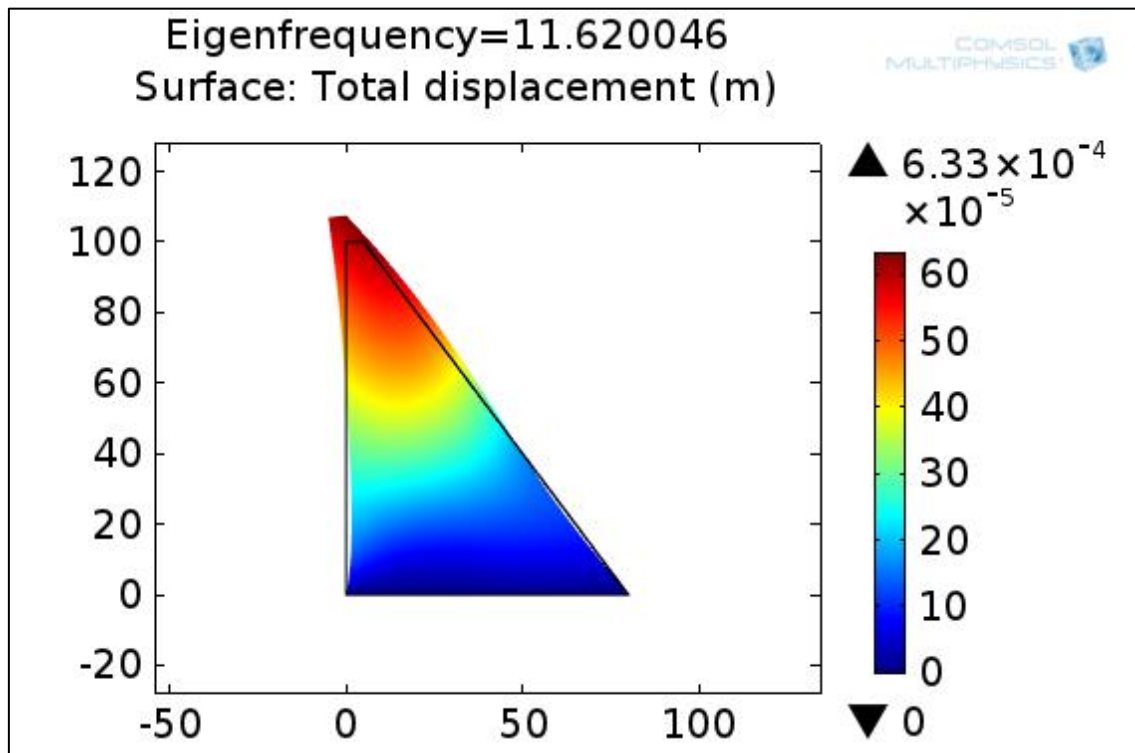


Figura 3.11 – 3° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 1,02%

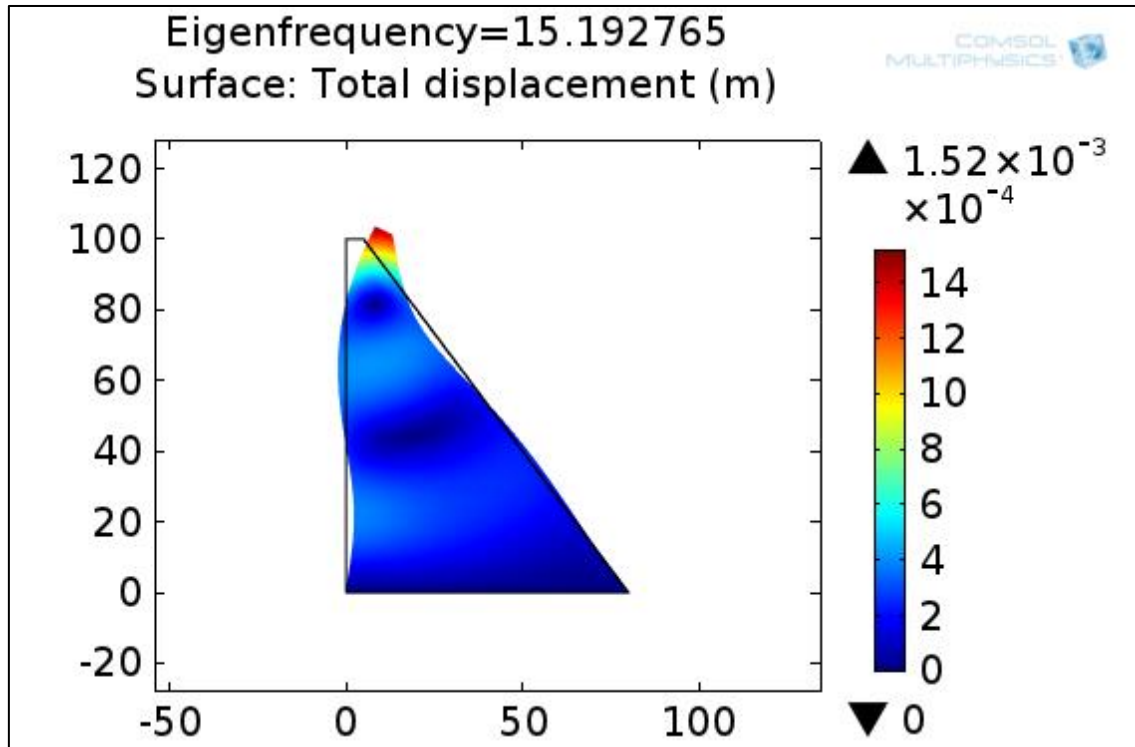


Figura 3.12 – 4° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 8,90%



3.2.5.3 $H_w=50m$

Nella tabella 3.3 vengono riportate le caratteristiche dinamiche del sistema diga-bacino determinate con il metodo delle masse aggiunte.

Modale con Masse aggiunte per $H_w=50m$				
Modi	f [Hz]	T [s]	Masse Par. [kg]	Masse Par. [%]
1	4,237	0,236	4,92E+06	42,19%
2	9,328	0,107	3,52E+06	30,16%
3	11,675	0,086	1,38E+05	1,18%
4	16,291	0,061	1,04E+06	8,93%
5	24,062	0,042	5,09E+05	4,37%
6	25,021	0,040	7,62E+04	0,65%
7	28,709	0,035	1,83E+04	0,16%
8	29,676	0,034	6,13E+04	0,53%
9	32,109	0,031	1,80E+05	1,54%
10	34,058	0,029	4,74E+04	0,41%
11	37,558	0,027	8,75E+04	0,75%
12	38,773	0,026	9,47E+04	0,81%
13	41,850	0,024	4,09E+03	0,04%
14	43,943	0,023	8,01E+04	0,69%
15	44,656	0,022	2,96E+03	0,03%
16	48,030	0,021	3,25E+04	0,28%
17	49,524	0,020	9,28E+04	0,80%
18	51,436	0,019	3,16E+03	0,03%
19	52,445	0,019	6,87E+03	0,06%
20	52,977	0,019	2,09E+03	0,02%
TOTALE			1,09E+07	94%

Tabella 3.3 – Analisi modale con masse aggiunte per $H_w=50m$

I risultati derivanti dalla Tabella 3.3 mostrano in analogia ai precedenti livelli di invaso caratteristiche analoghe:

- Diminuzione dei periodi dovuta da una diminuzione della massa del bacino;
- I primi due modi di vibrare raggiungono la soglia del 73% della massa partecipante, mentre per ottenere l'85% c'è bisogno di considerare almeno i primi cinque modi.

Per una maggiore chiarezza dell'analisi modale vengono riportate di seguito le forme modali della struttura a masse aggiunte relative ai primi quattro modi di vibrare.

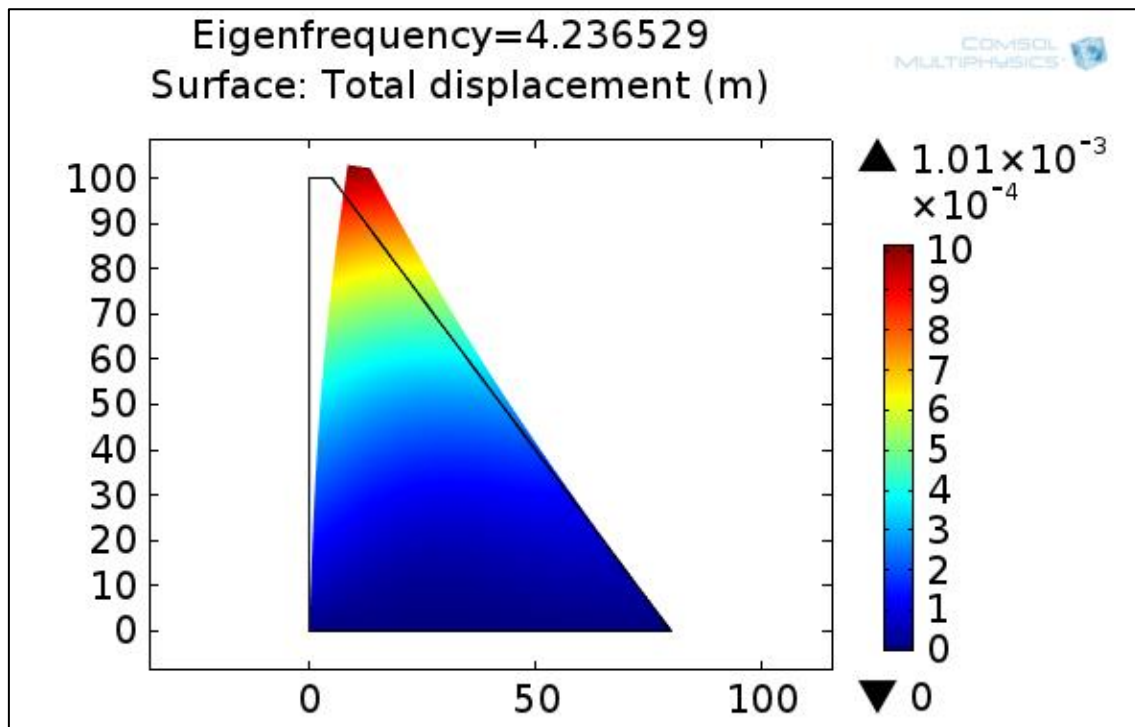


Figura 3.13 – 1° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 42,19%

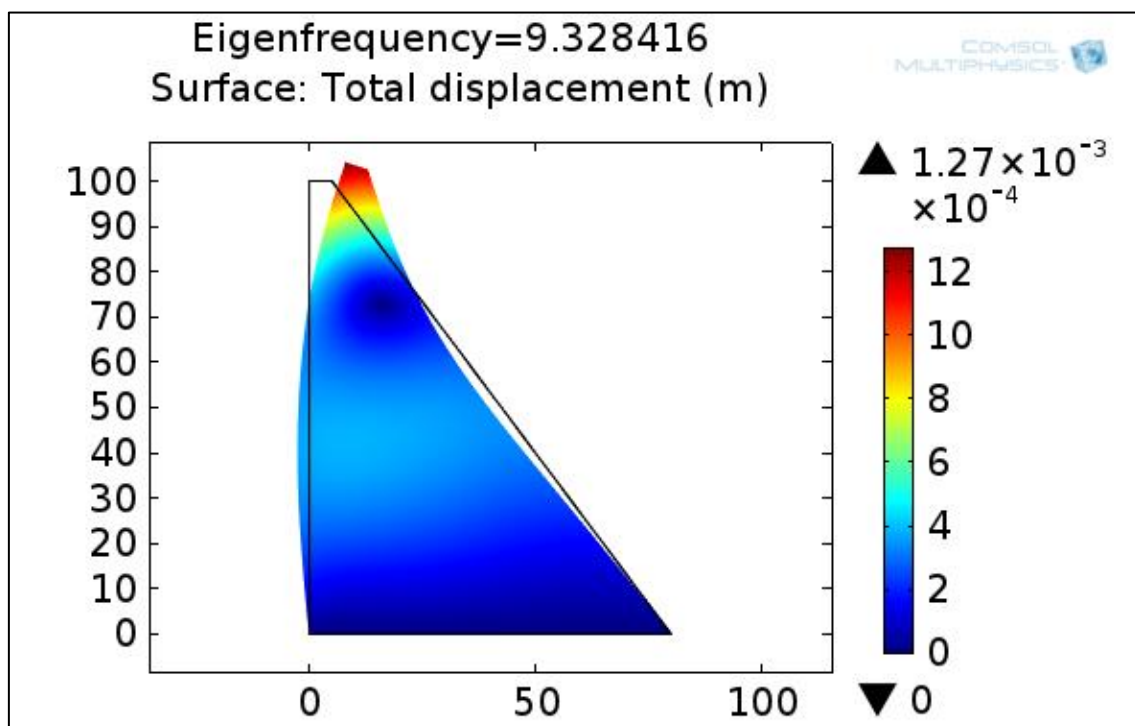


Figura 3.14 – 2° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 30,16%

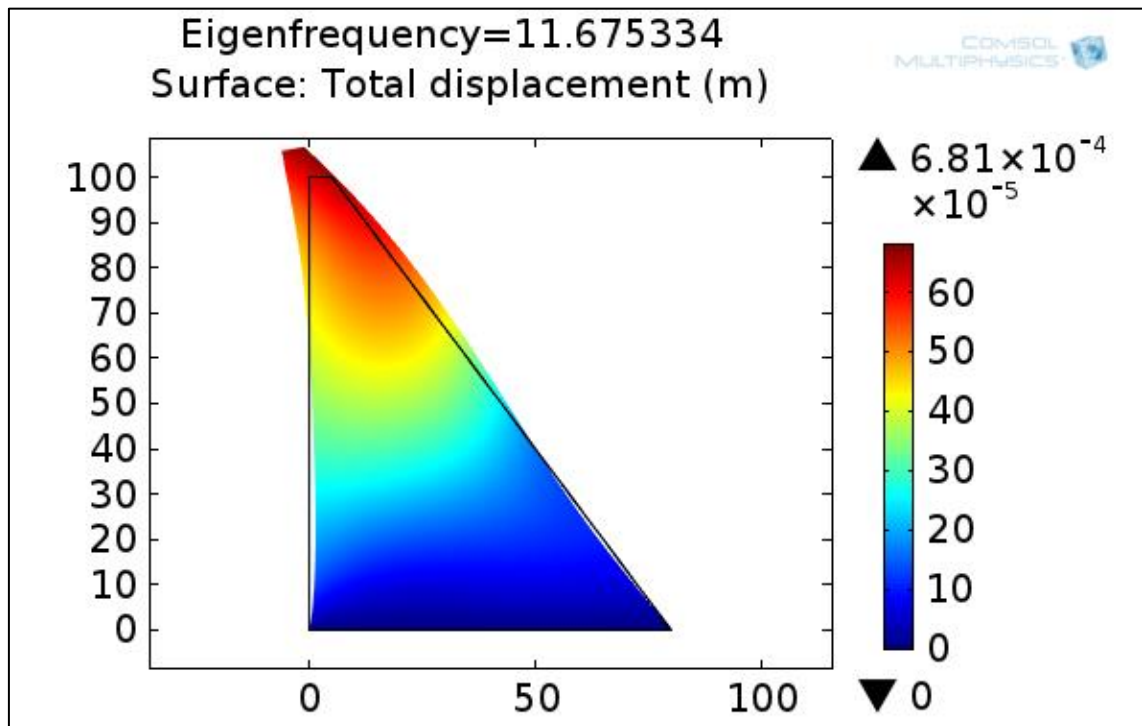


Figura 3.15 - 3° Modo di vibrare - Massa partecipante pari al 1,18%

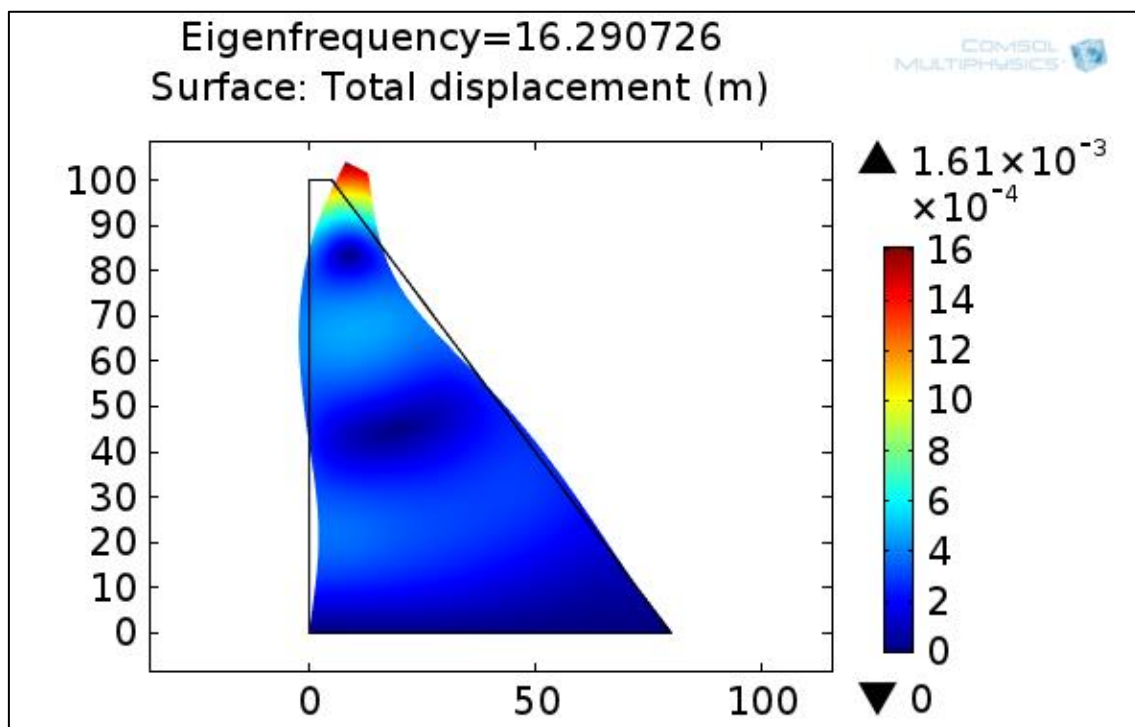


Figura 3.16 - 4° Modo di vibrare - Massa partecipante pari al 8,93%



3.2.5.4 $H_w=25m$

Nella tabella 3.4 vengono riportate le caratteristiche dinamiche del sistema diga-bacino determinate con il metodo delle masse aggiunte.

Modale con Masse aggiunte per $H_w=25m$				
Modi	f [Hz]	T [s]	Masse Par. [kg]	Masse Par. [%]
1	4,279	0,234	4,39E+06	41,52%
2	9,709	0,103	3,13E+06	29,65%
3	11,730	0,085	1,10E+05	1,04%
4	16,907	0,059	1,00E+06	9,49%
5	24,700	0,040	5,31E+05	5,03%
6	25,598	0,039	2,12E+04	0,20%
7	30,174	0,033	2,84E+04	0,27%
8	33,120	0,030	1,91E+05	1,81%
9	33,250	0,030	7,54E+04	0,71%
10	36,398	0,027	5,98E+03	0,06%
11	39,280	0,025	7,55E+04	0,71%
12	41,632	0,024	1,13E+05	1,07%
13	44,894	0,022	9,10E+03	0,09%
14	45,657	0,022	9,42E+01	0,00%
15	48,653	0,021	1,12E+05	1,06%
16	51,078	0,020	2,49E+03	0,02%
17	52,767	0,019	4,06E+04	0,38%
18	54,789	0,018	3,75E+03	0,04%
19	55,156	0,018	1,11E+03	0,01%
20	57,494	0,017	6,03E+04	0,57%
TOTALE			9,90E+06	94%

Tabella 3.4 – Analisi modale con masse aggiunte per $H_w=25m$

Il livello di invaso minore, ovvero 25m, in conformità ai precedenti livelli riporta:

- Diminuzione dei periodi dovuta da una diminuzione della massa del bacino;
- I primi due modi di vibrare raggiungono la soglia del 71% della massa partecipante, mentre per ottenere l'85% c'è bisogno di considerare almeno i primi cinque modi.

Anche per questo livello di invaso si riportano le forme modali relative ai primi quattro modi di vibrare, di seguito nelle figure 3.17 – 3.18 – 3.19 – 3.20.

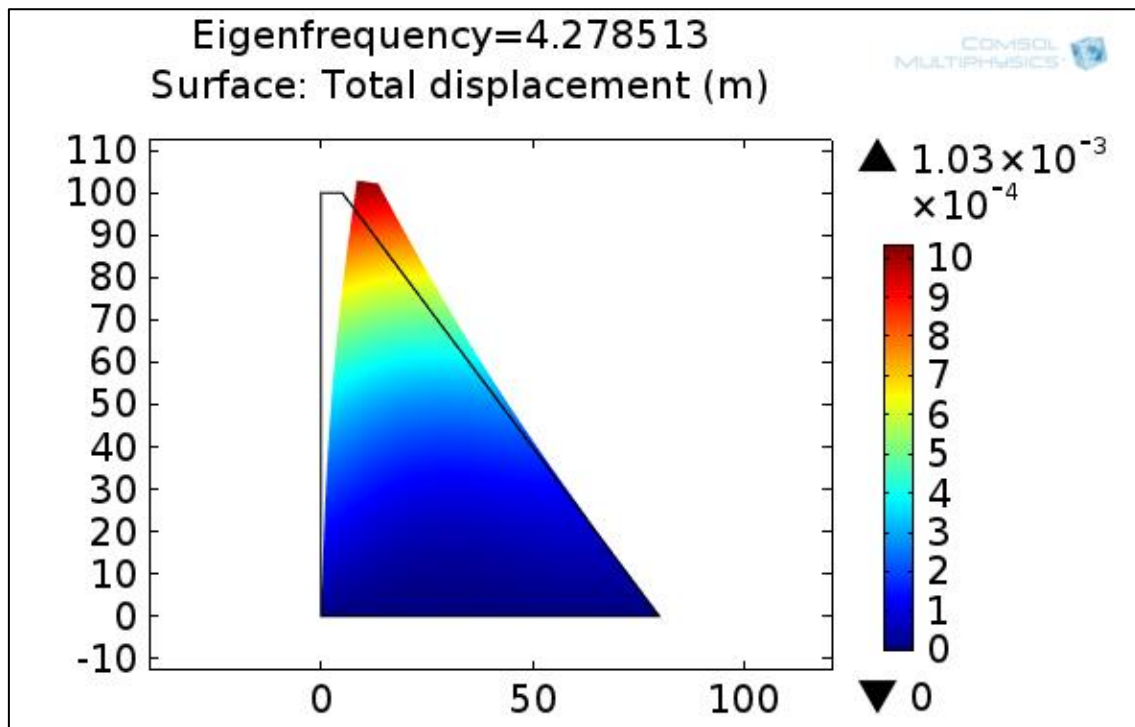


Figura 3.17 – 1° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 41,52%

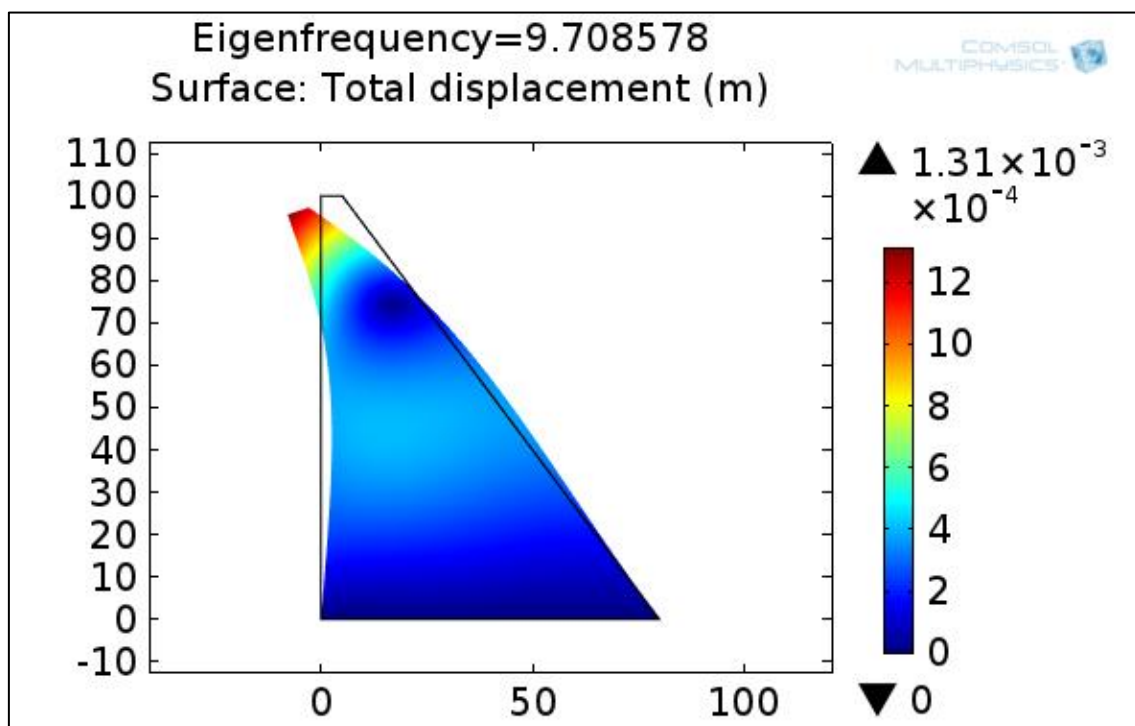


Figura 3.18 – 2° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 29,65%

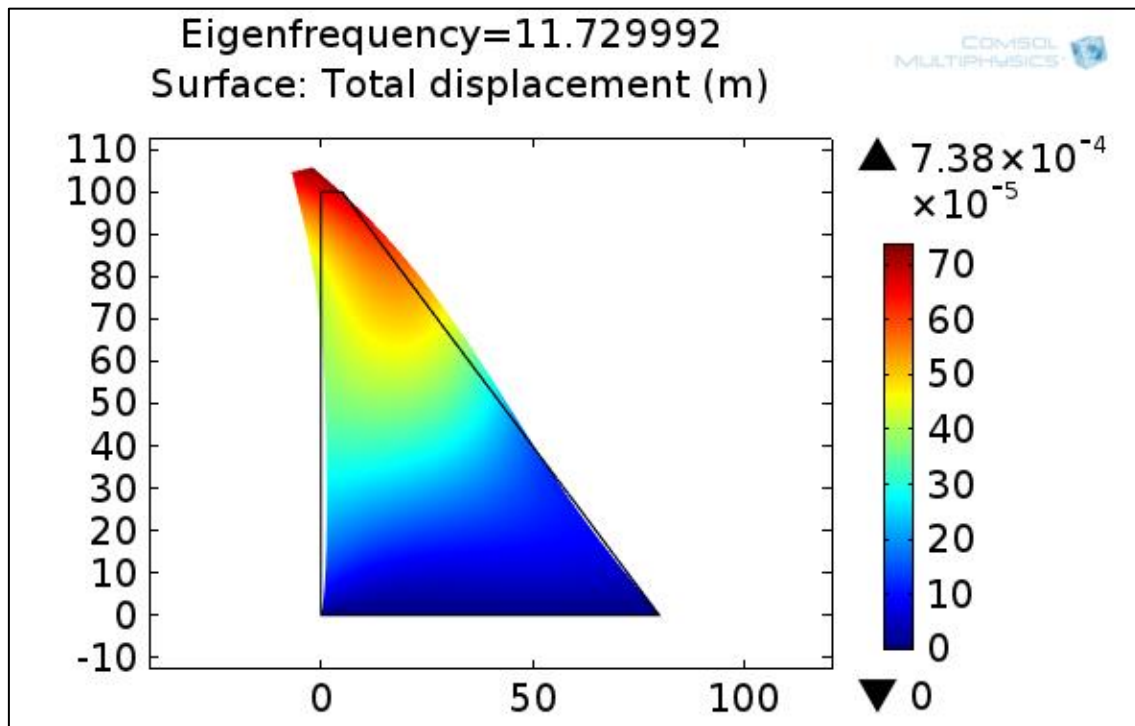


Figura 3.19 – 3° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 1,04%

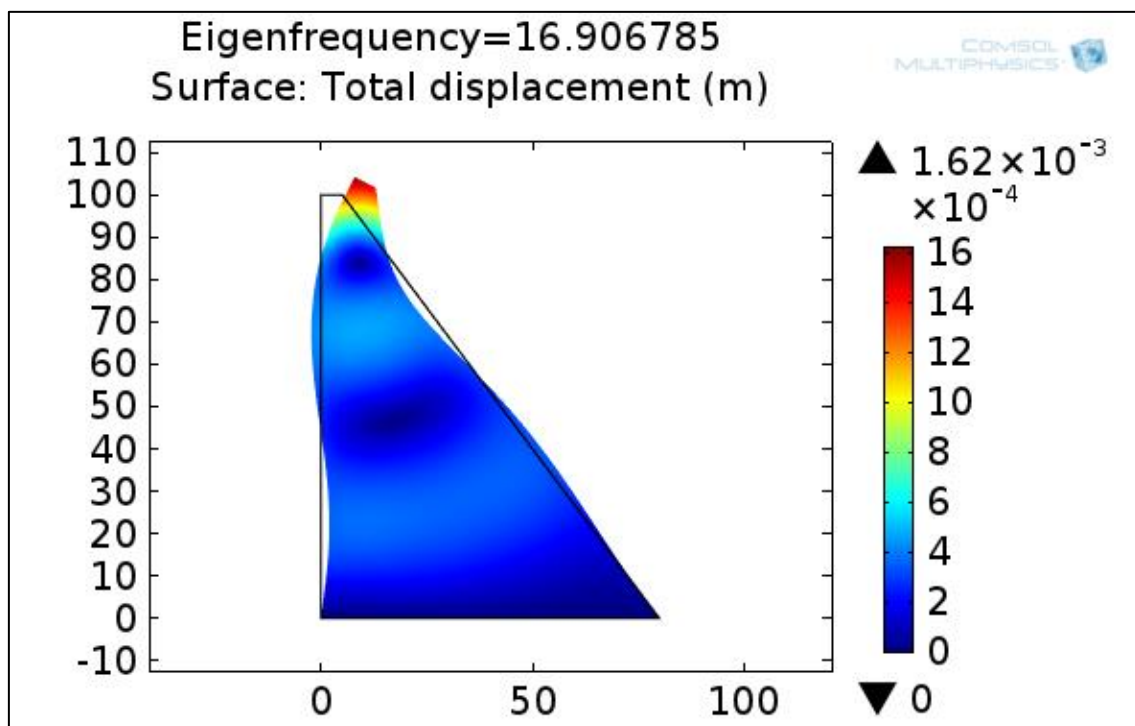


Figura 3.20 – 4° Modo di vibrare – Massa partecipante pari al 9,49%



3.2.5.5 Confronti sulla variazione dei livelli di invaso attraverso il metodo delle Masse aggiunte

Il metodo delle masse aggiunte, con trattazione di Westergard, permette di effettuare un'analisi dinamica lineare con minimo sforzo computazionale.

Attraverso queste analisi effettuate al variare dei livelli di invaso è possibile trarre le seguenti conclusioni:

a. Diminuzione del periodo

- Al variare dei livelli di invaso è possibile affermare che ottenendo una diminuzione della massa del bacino, i periodi diminuiscono poiché direttamente proporzionali ad essa. Tale caratteristica poteva essere facilmente predetta anche analiticamente.

b. Masse partecipanti

- Per ogni livello di invaso con i primi due modi di vibrare si raggiunge sempre il 70% della massa partecipante. Mentre per superare l'85% sono necessari almeno i primi cinque modi di vibrare, indipendentemente dal livello di invaso.

c. Modi di Vibrare

- Le forme modali della struttura rimangono invariate per la maggior parte dei livelli di invaso tranne che per il serbatoio completamente pieno. In tal caso il secondo e terzo modo di vibrare si discostano dalle corrispettive forme modali per i restanti livelli di invaso, ovvero 75m, 50m e 25m.
- I modi di vibrare con massa partecipante maggiore risultano essere sempre i medesimi, ovvero primo, secondo e quarto.



3.2.6 Analisi modale con elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino

L'analisi modale del sistema diga-bacino tiene conto dell'interazione fluido-struttura restituendo i modi propri di vibrare della struttura vincolata dalla presenza del bacino.

Analogamente a quanto effettuato per le altre metodologie, si effettuano analisi per i quattro livelli di invaso prescelti: 100m, 75m, 50, ed infine 25m.

3.2.6.1 $H_w=100m$

I risultati dell'analisi modale del sistema diga-bacino con livello di invaso pari a 100m vengono riportati nella tabella 3.5.

Modale del sistema Diga-Bacino per $H_w=100m$		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	3,201	0,312
2	4,222	0,237
3	5,288	0,189
4	7,069	0,141
5	9,112	0,110
6	9,517	0,105
7	11,187	0,089
8	11,540	0,087
9	11,739	0,085
10	11,843	0,084
11	12,740	0,078
12	14,037	0,071
13	14,056	0,071
14	15,543	0,064
15	16,441	0,061
16	16,585	0,060
17	17,678	0,057
18	18,581	0,054
19	18,839	0,053
20	18,896	0,053

Tabella 3.5 – Analisi modale del sistema diga-bacino per $H_w=100m$

Il periodo del primo modo di vibrare risulta essere pari a 0.312s: risultato molto vicino a quello ottenuto con le altre metodologie. D'altro canto i risultati dei modi successivi al primo si discostano notevolmente rispetto al metodo delle masse aggiunte.

Inoltre si riportano le immagini rappresentanti le prime cinque forme modali della sola struttura, con l'interazione del bacino.

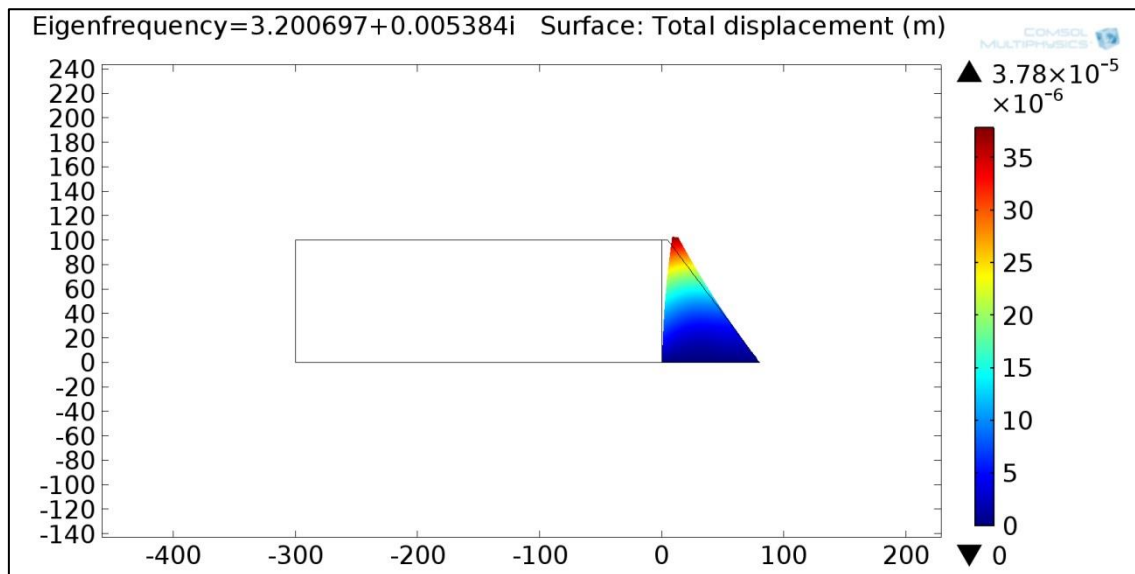


Figura 3.21 – 1° Modo di vibrare – $T=0,312s$

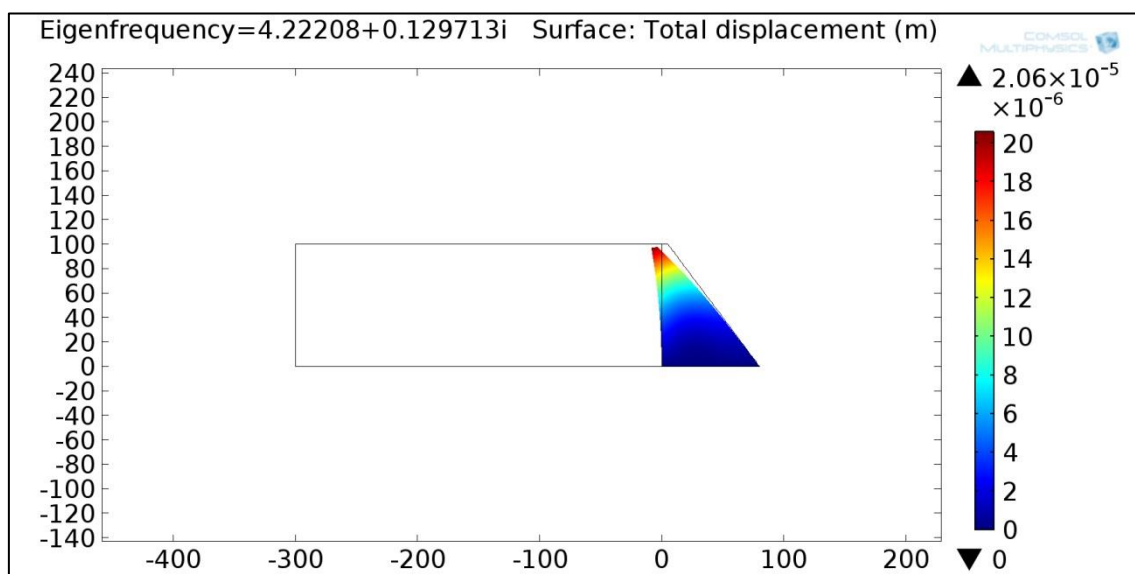


Figura 3.22 – 2° Modo di vibrare – $T=0,237s$

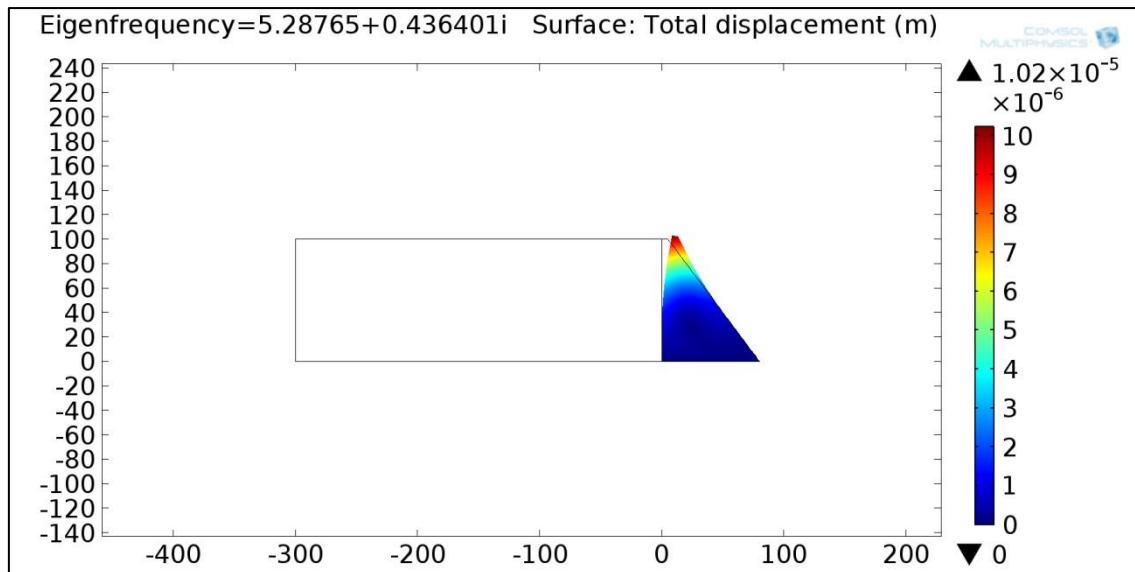


Figura 3.23 – 3° Modo di vibrare – $T=0,189s$

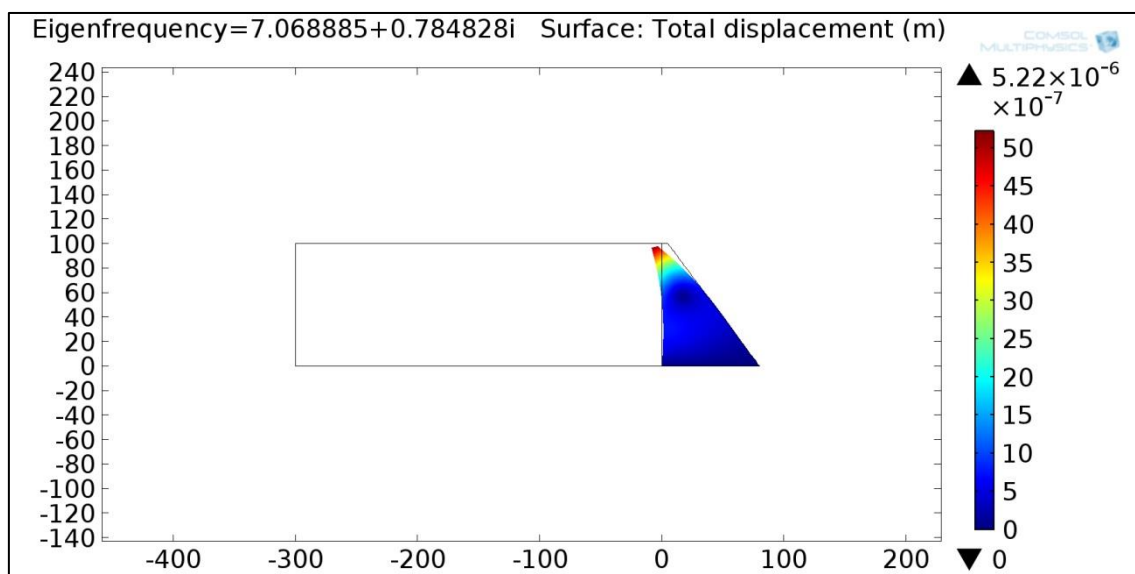


Figura 3.24 – 4° Modo di vibrare – $T=0,141s$



3.2.6.2 $H_w=75m$

I risultati dell' analisi modale per livello di invaso pari a 75m del sistema diga-bacino vengono schematizzati nella seguente tabella.

Modale del sistema Diga-Bacino per $H_w=75m$		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	3,970	0,252
2	5,138	0,195
3	6,097	0,164
4	7,711	0,130
5	9,393	0,106
6	10,090	0,099
7	11,734	0,085
8	12,150	0,082
9	14,374	0,070
10	14,839	0,067
11	15,226	0,066
12	15,948	0,063
13	16,679	0,060
14	16,767	0,060
15	17,246	0,058
16	18,496	0,054
17	19,139	0,052
18	20,033	0,050
19	21,499	0,047
20	21,738	0,046

Tabella 3.6 – Analisi modale del sistema diga-bacino per $H_w=75m$

Diminuendo il livello di invaso e quindi la massa del bacino, analogamente al metodo delle masse aggiunte, i periodi relativi ai modi di vibrare diminuiscono. In questo caso il periodo del primo modo di vibrare risulta essere pari a 0.252s. Vengono riportate di seguito le forme modali relative ai primi quattro modi di vibrare.

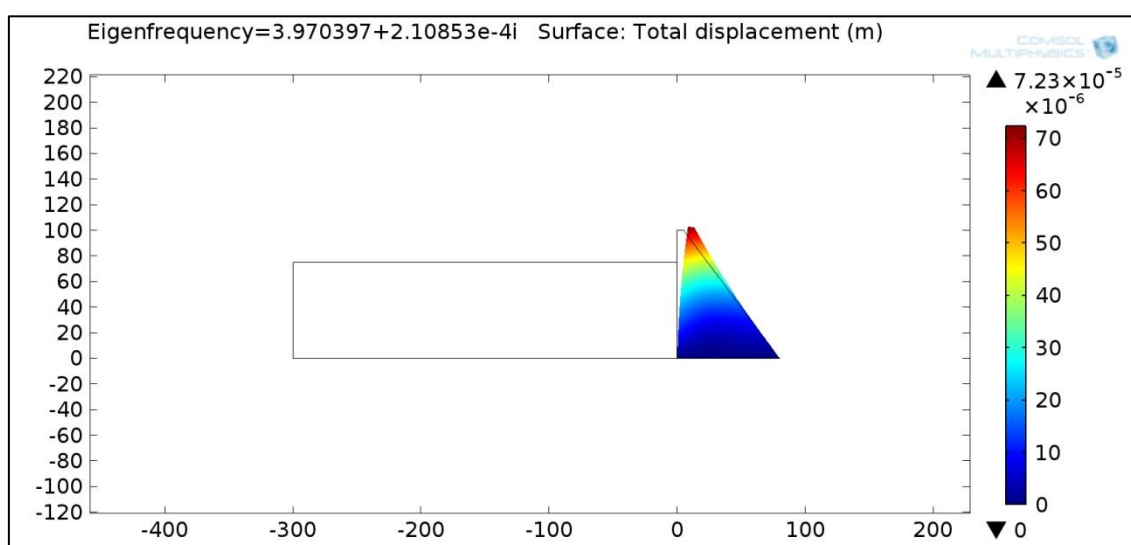
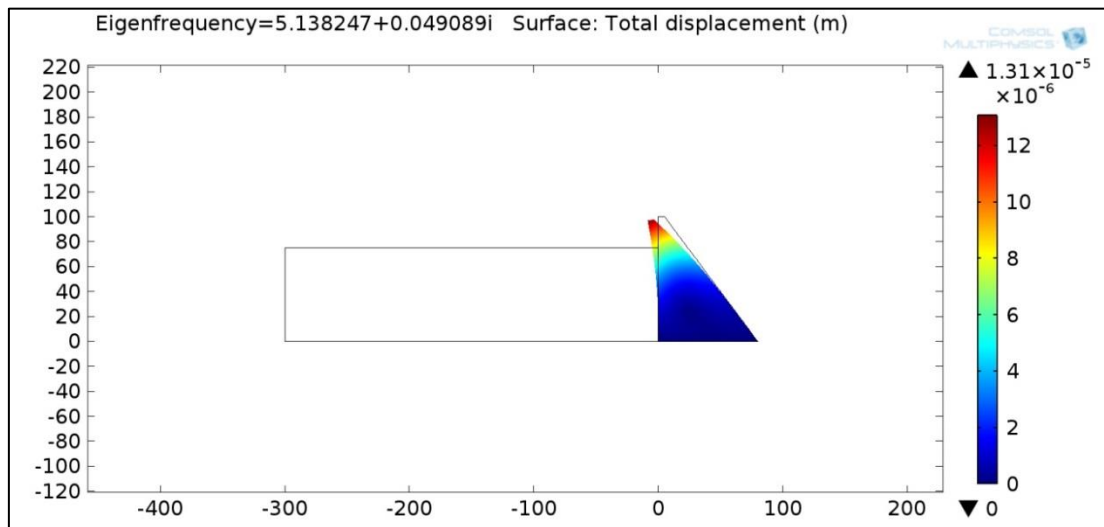
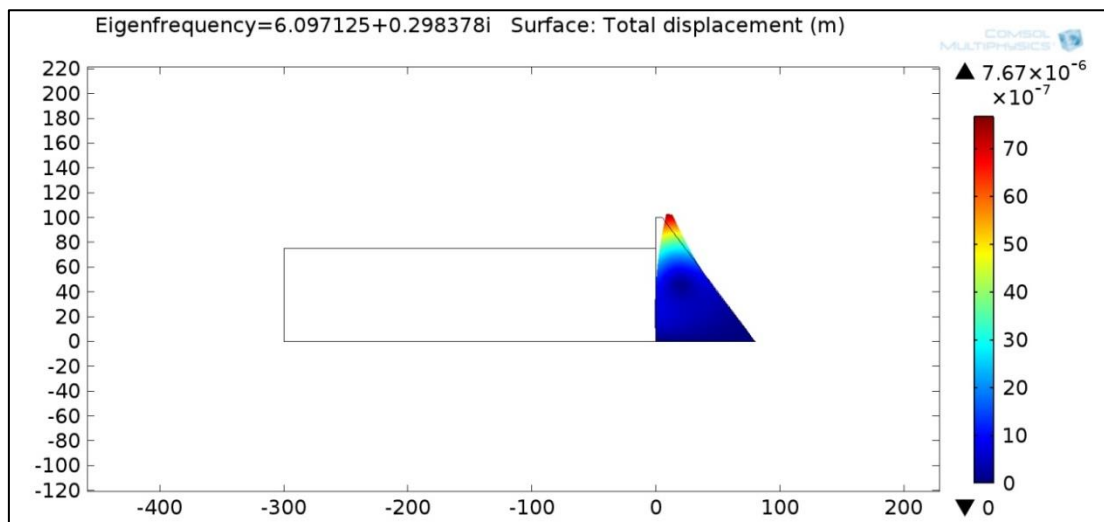
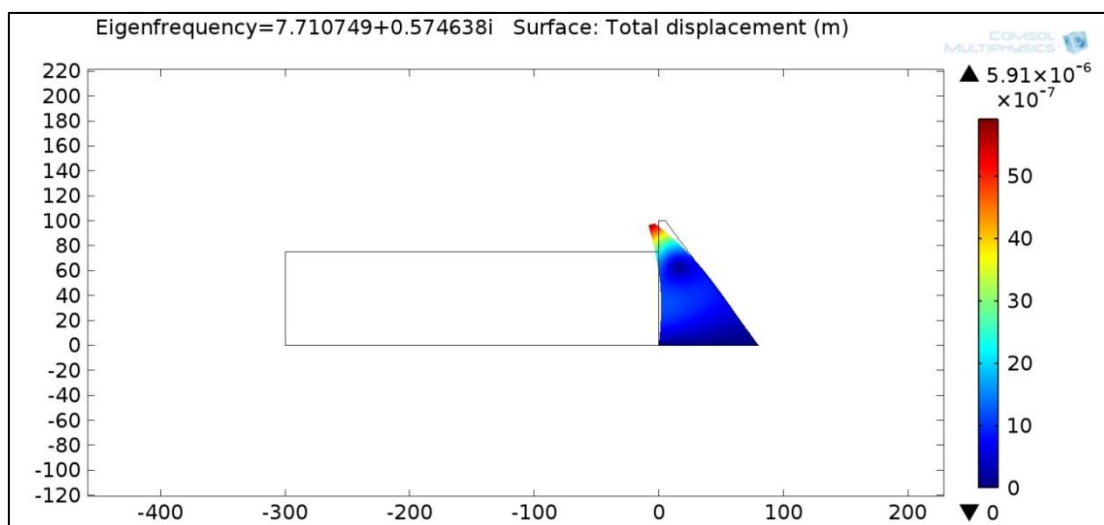


Figura 3.25 – 1° Modo di vibrare – $T=0,252s$

Figura 3.26 – 2° Modo di vibrare – $T=0,195s$ Figura 3.27 – 3° Modo di vibrare – $T=0,164s$ Figura 3.28 – 4° Modo di vibrare – $T=0,130s$



3.2.6.3 $H_w=50m$

L'analisi modale per livello di invaso pari a 50m viene eseguita analogamente alle precedenti, ottenendo i seguenti risultati:

Modale del sistema Diga-Bacino per $H_w=50m$		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	4,248	0,235
2	7,403	0,135
3	8,139	0,123
4	9,299	0,108
5	9,923	0,101
6	11,334	0,088
7	11,760	0,085
8	13,276	0,075
9	15,323	0,065
10	17,009	0,059
11	17,691	0,057
12	19,903	0,050
13	22,159	0,045
14	22,182	0,045
15	22,482	0,044
16	23,004	0,043
17	23,766	0,042
18	24,509	0,041
19	24,731	0,040
20	24,837	0,040

Tabella 3.7 – Analisi modale del sistema diga-bacino per $H_w=50m$

Dalla tabella 3.7, si può osservare che essendo diminuito il livello d'invaso i periodi si abbassano. Il primo modo di vibrare è ottenuto per un periodo pari a 0.235s.

Di seguito si riportano le immagini illustranti i primi quattro modi di vibrare del sistema diga-bacino, ottenuti dall'analisi modale con elementi finiti di tipo acustico.

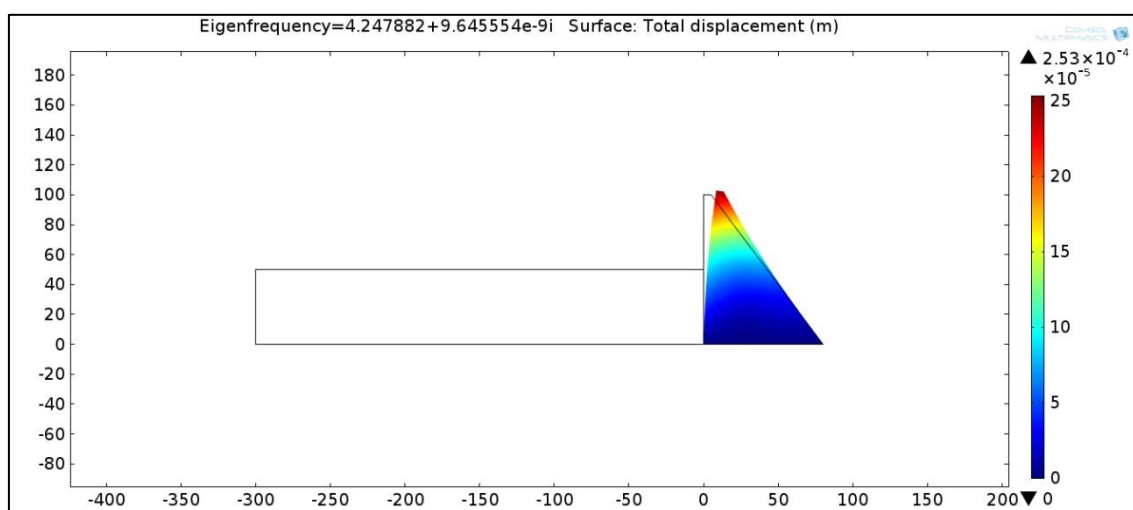
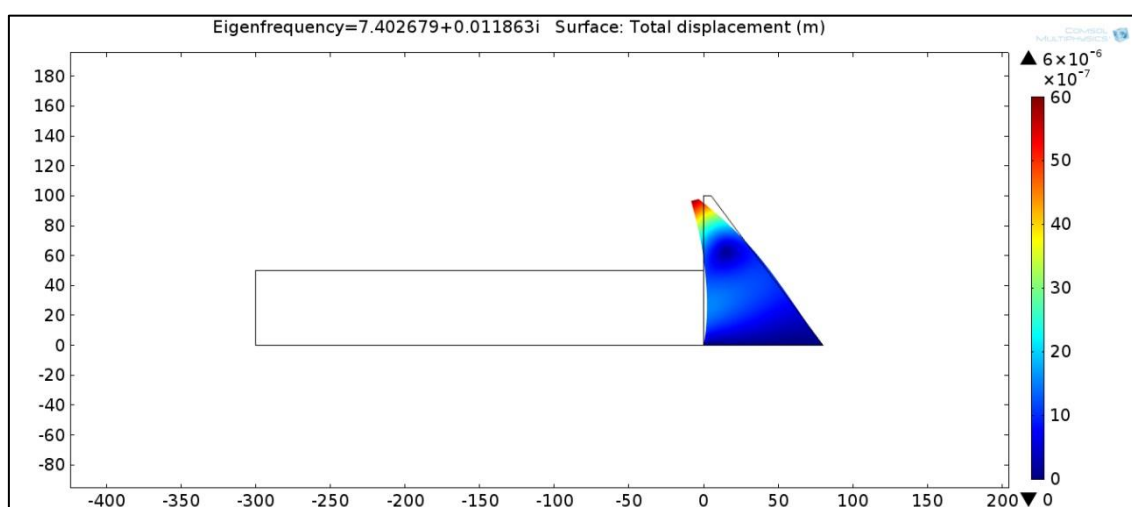
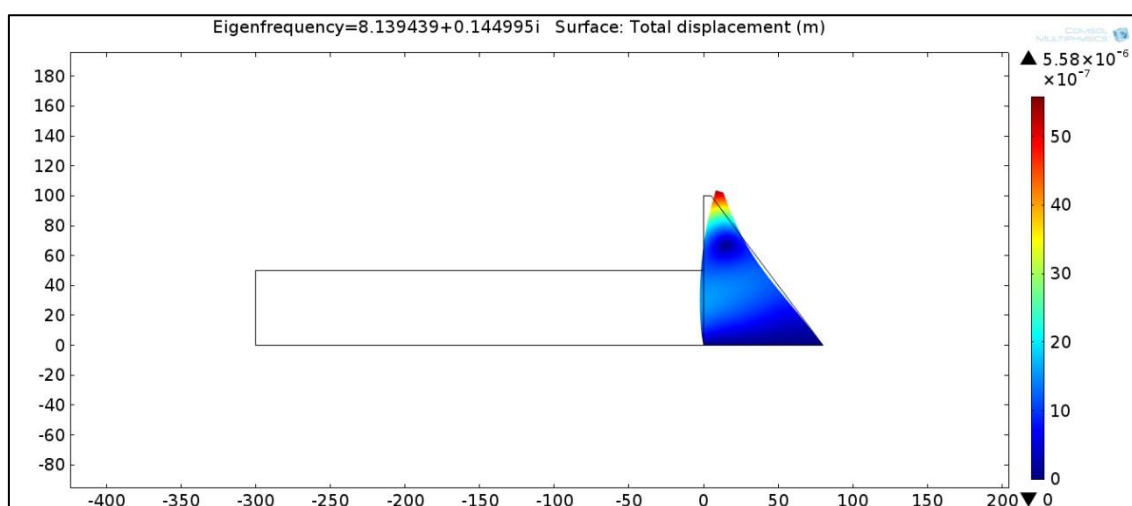
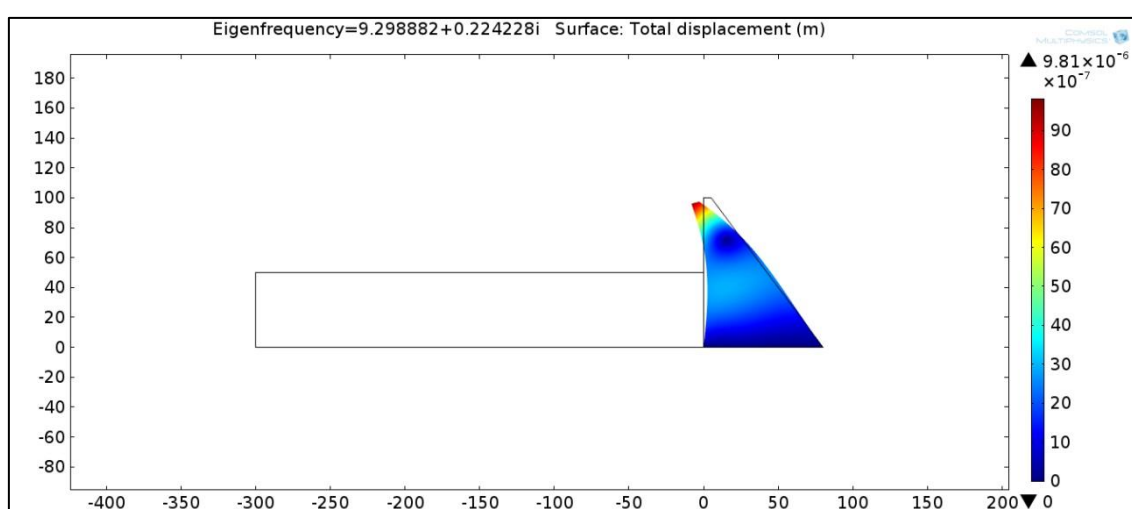


Figura 3.29 – 1° Modo di vibrare – $T=0,235s$

Figura 3.30 – 2° Modo di vibrare – $T=0,135s$ Figura 3.31 – 3° Modo di vibrare – $T=0,123s$ Figura 3.32 – 4° Modo di vibrare – $T=0,108s$



3.2.6.4 $H_w=25m$

Come ultimo step, si effettua la medesima analisi modale del sistema diga-bacino per livello di invaso pari a 25m. I risultati vengono mostrati in termini di frequenza e periodo per ogni modo di vibrare nella seguente tabella:

Modale del sistema Diga-Bacino per $H_w=25m$		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	4,284	0,233
2	9,730	0,103
3	11,736	0,085
4	14,788	0,068
5	15,203	0,066
6	15,955	0,063
7	16,919	0,059
8	17,349	0,058
9	18,492	0,054
10	20,036	0,050
11	21,760	0,046
12	23,613	0,042
13	24,922	0,040
14	25,568	0,039
15	26,092	0,038
16	27,674	0,036
17	29,765	0,034
18	30,532	0,033
19	31,972	0,031
20	33,725	0,030

Tabella 3.8 – Analisi modale del sistema diga-bacino per $H_w=25m$

Come è possibile constatare dalla tabella 3.8, il periodo del primo modo di vibrare scende a 0.233s. Tutti i modi superiori di vibrare per livello di invaso pari a 25m si posizionano nel range inferiore a 0.10s. Per una maggiore chiarezza di seguito si riportano le figure raffiguranti le prime quattro forme modali del sistema diga-bacino.

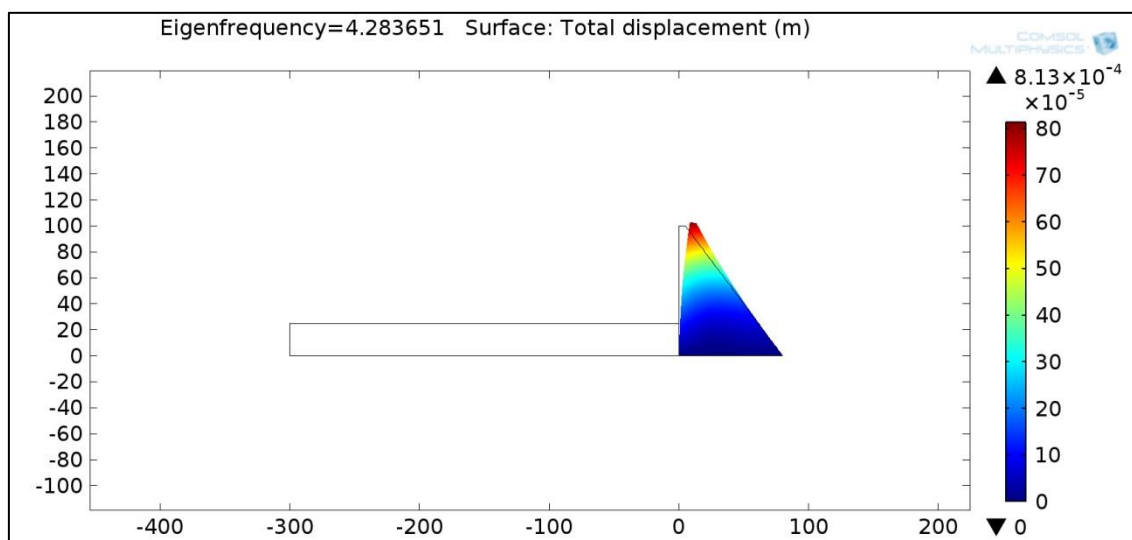
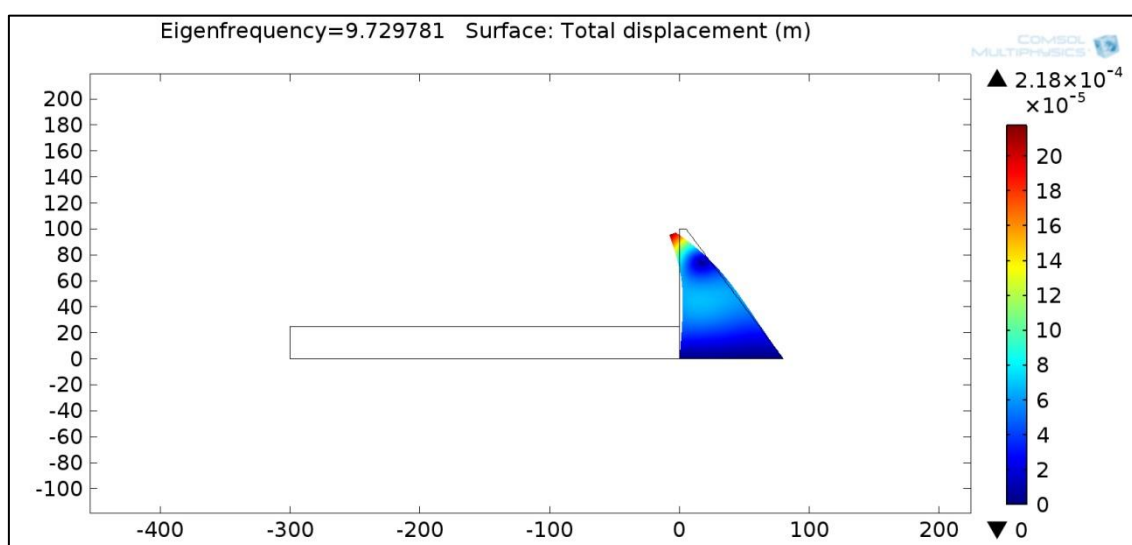
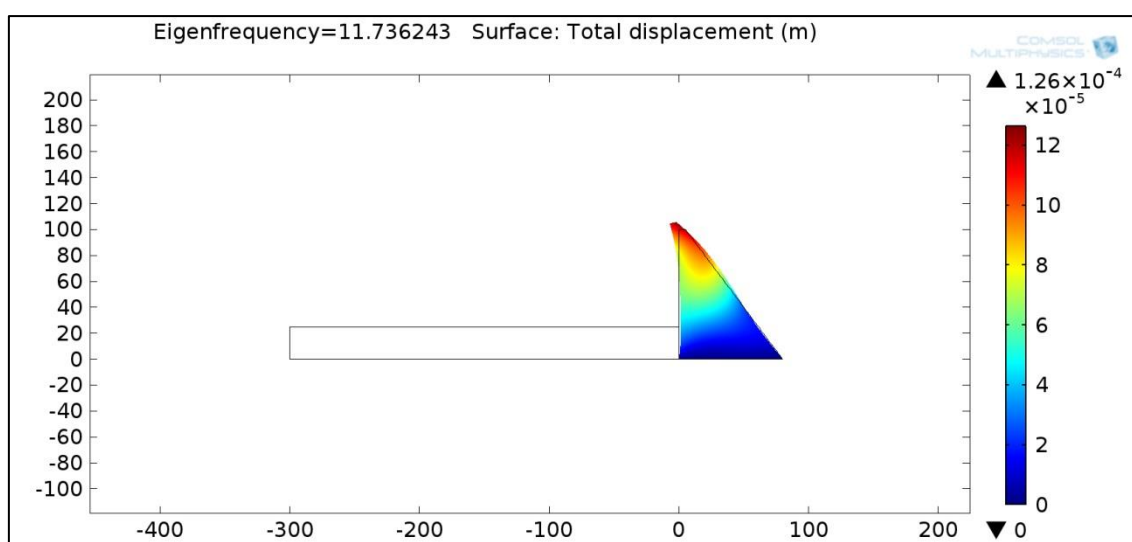
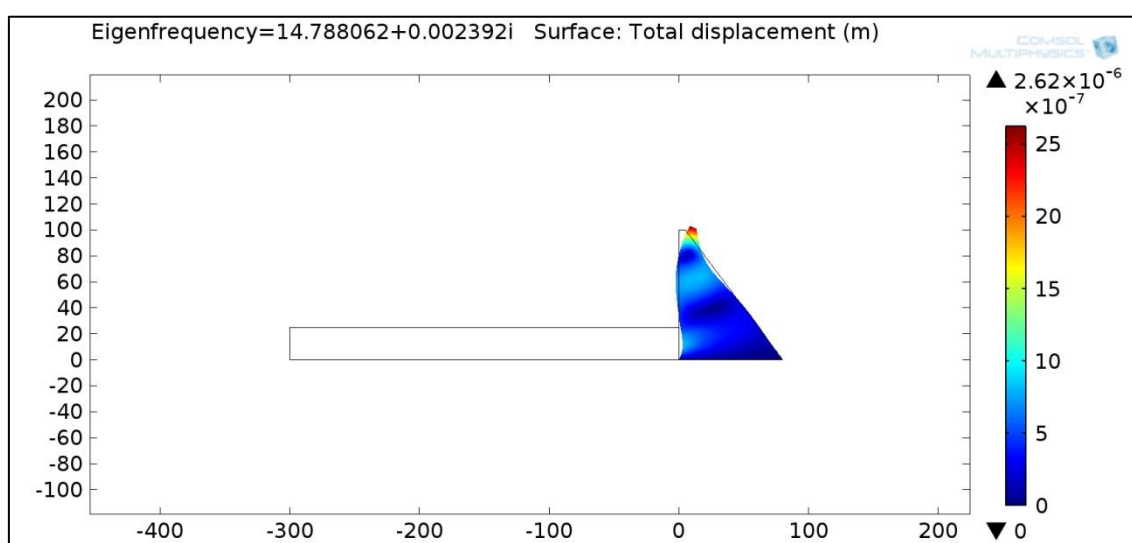


Figura 3.33 – 1° Modo di vibrare – $T=0,233s$

Figura 3.34 – 2° Modo di vibrare – $T=0,103s$ Figura 3.35 – 3° Modo di vibrare – $T=0,085s$ Figura 3.36 – 4° Modo di vibrare – $T=0,068s$



3.2.6.5 Confronti sulla variazione dei livelli di invaso attraverso analisi modali con F.E.M. di tipo acustico

L'analisi modale attraverso elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino permette di studiare in maniera accurata l'interazione fluido struttura, risolvendo per il dominio fluido l'equazione delle onde di D'Alembert, e per il dominio solido le equazioni della meccanica strutturale.

Al variare del livello di invaso è possibile constatare che le forme modali della struttura rimangono sempre le stesse, tranne che per quello più basso, ovvero 25m. In quest'ultimo, le forme modali è come se non risentissero della presenza della bacino, ma solo di quella della diga a causa della sua notevole rigidità rispetto al serbatoio.

Al contrario in tutti gli altri livelli di invaso, il bacino esplica nei confronti della struttura un vincolo, il quale permette solo modi di vibrare di tipo oscillatorio. Tale vincolo viene esercitato in termini di *Modulo di comprimibilità del fluido*, ovvero il prodotto ρc^2 .

Ovviamente al diminuire del livello di invaso c'è una diminuzione dei periodi; questo è dovuto ad una diminuzione della massa del bacino, la quale è legata in maniera direttamente proporzionale al periodo.



3.2.6.6 Confronto sui due tipi di analisi modale: Masse aggiunte vs Diga-Bacino interazione

L'analisi modale con Masse Aggiunte, determinate con trattazione semplificata alla Westeergard, e analisi modale del sistema diga-bacino risultano essere molto diverse tra loro, soprattutto per lo sforzo computazionale derivante e quindi per la precisione dei risultati restituiti. Nelle tabelle seguito vengono mostrati i risultati in termini di frequenza e periodo per tutti i modi di vibrare nel caso di analisi modale con masse aggiunte ed elementi finiti di tipo acustico.

H _w =100 m				
Modi	Modale con masse aggiunte		Modale F.E.M. Diga-Bacino	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	3,256	0,307	3,201	0,312
2	7,641	0,131	4,222	0,237
3	11,475	0,087	5,288	0,189
4	13,213	0,076	7,069	0,141
5	18,728	0,053	9,112	0,110
6	22,826	0,044	9,517	0,105
7	24,724	0,040	11,187	0,089
8	26,071	0,038	11,540	0,087
9	26,920	0,037	11,739	0,085
10	27,488	0,036	11,843	0,084
11	30,111	0,033	12,740	0,078
12	32,980	0,030	14,037	0,071
13	33,066	0,030	14,056	0,071
14	35,819	0,028	15,543	0,064
15	37,804	0,026	16,441	0,061
16	38,348	0,026	16,585	0,060
17	40,748	0,025	17,678	0,057
18	40,813	0,025	18,581	0,054
19	42,085	0,024	18,839	0,053
20	43,121	0,023	18,896	0,053

H _w =75 m				
Modi	Modale con masse aggiunte		Modale F.E.M. Diga-Bacino	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	3,974	0,252	3,970	0,252
2	8,808	0,114	5,138	0,195
3	11,620	0,086	6,097	0,164
4	15,193	0,066	7,711	0,130
5	21,758	0,046	9,393	0,106
6	24,760	0,040	10,090	0,099
7	26,859	0,037	11,734	0,085
8	27,471	0,036	12,150	0,082
9	28,673	0,035	14,374	0,070
10	31,725	0,032	14,839	0,067
11	33,662	0,030	15,226	0,066
12	35,896	0,028	15,948	0,063
13	38,430	0,026	16,679	0,060
14	39,609	0,025	16,767	0,060
15	41,650	0,024	17,246	0,058
16	43,113	0,023	18,496	0,054
17	43,231	0,023	19,139	0,052
18	46,594	0,021	20,033	0,050
19	47,742	0,021	21,499	0,047
20	49,133	0,020	21,738	0,046

H _w =50 m				
Modi	Modale con masse aggiunte		Modale F.E.M. Diga-Bacino	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	4,237	0,236	4,248	0,235
2	9,328	0,107	7,403	0,135
3	11,675	0,086	8,139	0,123
4	16,291	0,061	9,299	0,108
5	24,062	0,042	9,923	0,101
6	25,021	0,040	11,334	0,088
7	28,709	0,035	11,760	0,085
8	29,676	0,034	13,276	0,075
9	32,109	0,031	15,323	0,065
10	34,058	0,029	17,009	0,059
11	37,558	0,027	17,691	0,057
12	38,773	0,026	19,903	0,050
13	41,850	0,024	22,159	0,045
14	43,943	0,023	22,182	0,045
15	44,656	0,022	22,482	0,044
16	48,030	0,021	23,004	0,043
17	49,524	0,020	23,766	0,042
18	51,436	0,019	24,509	0,041
19	52,445	0,019	24,731	0,040
20	52,977	0,019	24,837	0,040

H _w =25 m				
Modi	Modale con masse aggiunte		Modale F.E.M. Diga-Bacino	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	4,279	0,234	4,284	0,233
2	9,709	0,103	9,730	0,103
3	11,730	0,085	11,736	0,085
4	16,907	0,059	14,788	0,068
5	24,700	0,040	15,203	0,066
6	25,598	0,039	15,955	0,063
7	30,174	0,033	16,919	0,059
8	33,120	0,030	17,349	0,058
9	33,250	0,030	18,492	0,054
10	36,398	0,027	20,036	0,050
11	39,280	0,025	21,760	0,046
12	41,632	0,024	23,613	0,042
13	44,894	0,022	24,922	0,040
14	45,657	0,022	25,568	0,039
15	48,653	0,021	26,092	0,038
16	51,078	0,020	27,674	0,036
17	52,767	0,019	29,765	0,034
18	54,789	0,018	30,532	0,033
19	55,156	0,018	31,972	0,031
20	57,494	0,017	33,725	0,030

Tabelle 3.9 – Confronto tra analisi modale a masse aggiunte e interazione del sistema diga-bacino



a. Periodi dei modi propri di vibrare

- Primo modo di vibrare
 - L'analisi modale con masse aggiunte computa il periodo del primo modo di vibrare con la stessa precisione dell'analisi modale effettuata con elementi finiti di tipo acustico sul sistema digabacino.
- Modi di vibrare superiori
 - I modi di vibrare superiori al primo vengono restituiti con differenti valori numerici; questo è dovuto al fatto che l'analisi modale con masse aggiunte, determinate con la trattazione di Westeergard, non tiene conto dell'interazione fluido-struttura. Tale affermazione viene confermata dalle forme modali nelle figure da 3.5 a 3.35.

b. Forme modali

- Primo modo di vibrare
 - La forma modale del primo modo di vibrare risulta essere la medesima sia per analisi modale con masse aggiunte che con elementi finiti di tipo acustico. Tale uguaglianza è confermata anche dal valore numerico del periodo del primo modo di vibrare.
- Modi di vibrare superiori
 - Le forme modali per i modi superiori al primo presentano notevoli differenze. Mentre nel caso di analisi modale con elementi di tipo acustico le forme modali superiori al primo sono di tipo oscillatorio, proprio per l'effetto fornito dal bacino, nell'analisi a masse aggiunte sono prevalentemente modi di deformarsi che fanno riferimento alla presenza di sola massa strutturale.

Le divergenze tra i risultati ottenuti dai metodi sopra esposti sono da ricercare un po' nelle semplificazioni introdotte della trattazione di Westeergard. La prima ipotesi semplificativa che viene fatta è quella di diga rigida: tale semplificazione cozza pienamente con l'interazione fluido-struttura, fenomeno realmente presente nella fisica del problema, il quale esplica un'influenza notevole sui risultati. Altra semplificazione introdotta riguarda la forma della distribuzione delle pressioni, la quale viene imposta come parabolica; una distribuzione di tale forma non può cogliere l'interazione fluido-struttura.



3.2.7 Analisi parametrica con elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino

L'analisi parametrica è stata effettuata andando a perturbare il sistema diga-bacino con una forzante di tipo armonica di ampiezza 0,5g imposta sul fondo della diga, facendo variare il periodo della forzante stessa.

Pertanto, obiettivo di tale metodologia, in tale sede, risulta essere quello della caratterizzazione dinamica del sistema diga-bacino, analogamente a quanto effettuato per le altre metodologie per trarne i dovuti raffronti.

3.2.7.1 $H_w=100m$

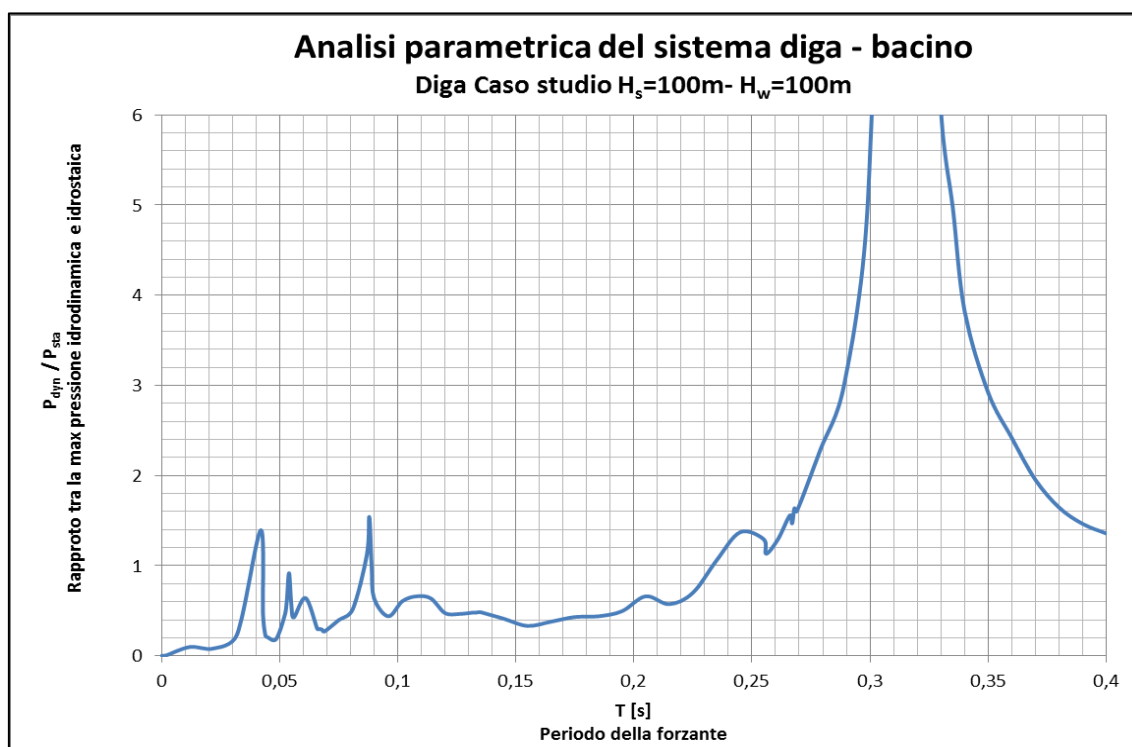


Figura 3.37 – Analisi parametrica con livello di invaso pari a 100m

Si evidenziano diversi periodi di marcata risonanza del sistema diga-bacino, dovuti all'interazione fluido struttura, ai modi propri di vibrare del bacino.

Per cercare di evidenziare la natura dovuta dei fenomeni di amplificazione si determinano analiticamente i periodi dovuti ai modi propri di vibrare del solo bacino, con la seguente formula:

$$T = \frac{4 \cdot H_w}{nc} \quad (3.7)$$

Dove H_w corrisponde alla quota del livello di invaso, n il numero del modo di vibrare e "c"



la velocità delle onde sonore nell'acqua pari a 1480m/s.

Modi di vibrare Bacino		
N°	f [Hz]	T [s]
I	3,70	0,270
II	7,40	0,135
III	11,10	0,090
IV	14,80	0,068
V	18,50	0,054
VI	22,20	0,045

Tabella 3.10 – Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 100m e c pari a 1480m/s

Oltre ai modi di vibrare del bacino, un'altra possibile causa di amplificazione di pressione idrodinamica potrebbe essere dovuta a modi propri di vibrare del sistema diga-bacino, pertanto di seguito vengono riportati i risultati dell'analisi modale.

Modale del sistema Diga-Bacino per Hw=100m		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	3,201	0,312
2	4,222	0,237
3	5,288	0,189
4	7,069	0,141
5	9,112	0,110
6	9,517	0,105
7	11,187	0,089
8	11,540	0,087
9	11,739	0,085
10	11,843	0,084
11	12,740	0,078
12	14,037	0,071
13	14,056	0,071
14	15,543	0,064
15	16,441	0,061
16	16,585	0,060
17	17,678	0,057
18	18,581	0,054
19	18,839	0,053
20	18,896	0,053

Tabella 3.11 – Analisi modale del sistema diga-bacino con F.E.M. di tipo acustico

Nella tabella seguente vengono riportati i periodi che manifestano amplificazione di pressione idrodinamica, riscontrati nell'analisi parametrica

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	3,185	0,314
I	3,717	0,269
2	4,167	0,240
II	7,463	0,134
5	9,091	0,110
III	11,236	0,089
15	16,393	0,061
18	18,519	0,054
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 3.12 – Risultati analisi parametrica per livello di invaso pari a 100m



Nella tabella 3.11 sono state riassunte le locali risonanze riscontrate nell'analisi parametrica. E' possibile notare come la natura di tali amplificazione può essere dovuta a modi propri di vibrare del sistema diga-bacino, oppure a quelli del serbatoio.

3.2.7.2 $H_w=75m$

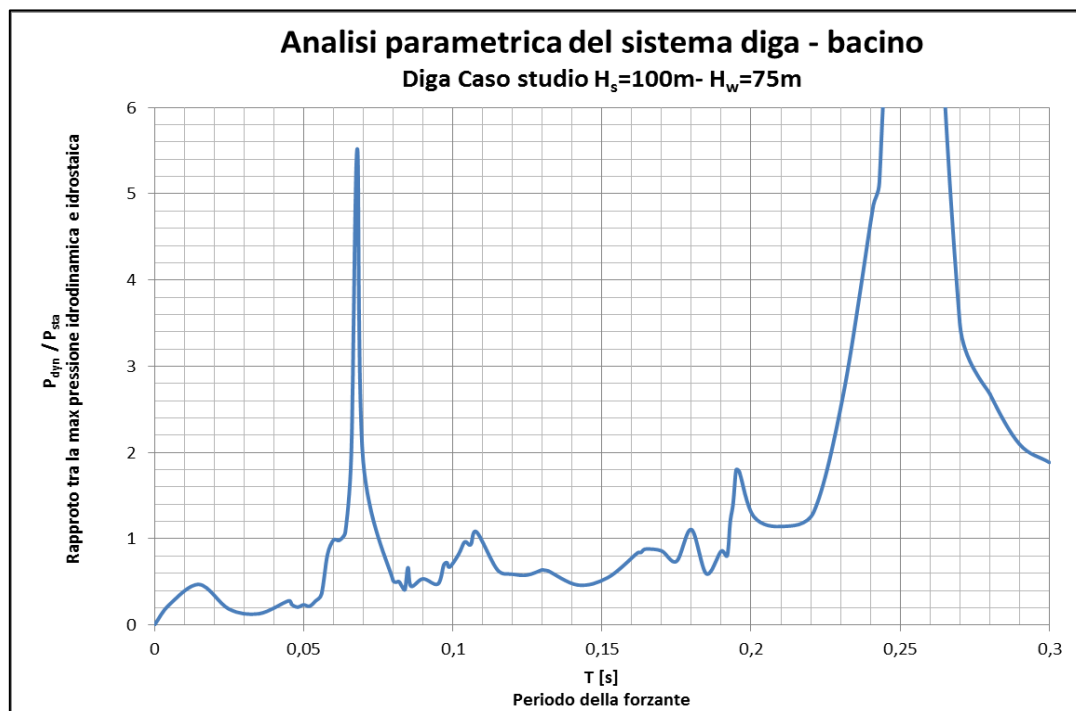


Figura 3.38 – Analisi parametrica con livello di invaso pari a 75m

Analogamente al precedente livello di invaso, per identificare la causa delle risonanze locali si determinano in maniera analitica i modi propri di vibrare del serbatoio e si riportano i risultati dell'analisi modale del sistema diga-bacino con elementi finiti di tipo acustico.

Modi di vibrare Bacino		
N°	f [Hz]	T [s]
I	4,93	0,203
II	9,87	0,101
III	14,80	0,068
IV	19,73	0,051
V	24,67	0,041
VI	29,60	0,034

Tabella 3.13 – Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 75m e c pari a 1480m/s



Modale del sistema Diga-Bacino per $H_w=75m$		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	3,970	0,252
2	5,288	0,189
3	6,097	0,164
4	7,711	0,130
5	9,393	0,106
6	10,090	0,099
7	11,734	0,085
8	12,150	0,082
9	14,374	0,070
10	14,839	0,067
11	15,226	0,066
12	15,948	0,063
13	16,679	0,060
14	16,767	0,060
15	17,246	0,058
16	18,496	0,054
17	19,139	0,052
18	20,033	0,050
19	21,499	0,047
20	21,738	0,046

Tabella 3.14 – Analisi modale del sistema diga-bacino con F.E.M. di tipo acustico

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	3,922	0,255
I	5,051	0,198
2	5,291	0,189
3	6,098	0,164
4	7,752	0,129
5	9,346	0,107
II	10,101	0,099
7	11,765	0,085
III	14,706	0,068
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 3.15 – Risultati analisi parametrica per livello di invaso pari a 75m

Nella tabella 3.15 viene identificata la natura delle risonanze locali: il primo modo di vibrare risulta essere caratterizzato da un'amplificazione infinita ed è dovuto all'interazione struttura-bacino. Tutti gli altri modi presentano aumenti locali dovuti al modo di vibrare del bacino oppure ad a quelli superiori del sistema diga-serbatoio.



3.2.7.3 $H_w=50m$

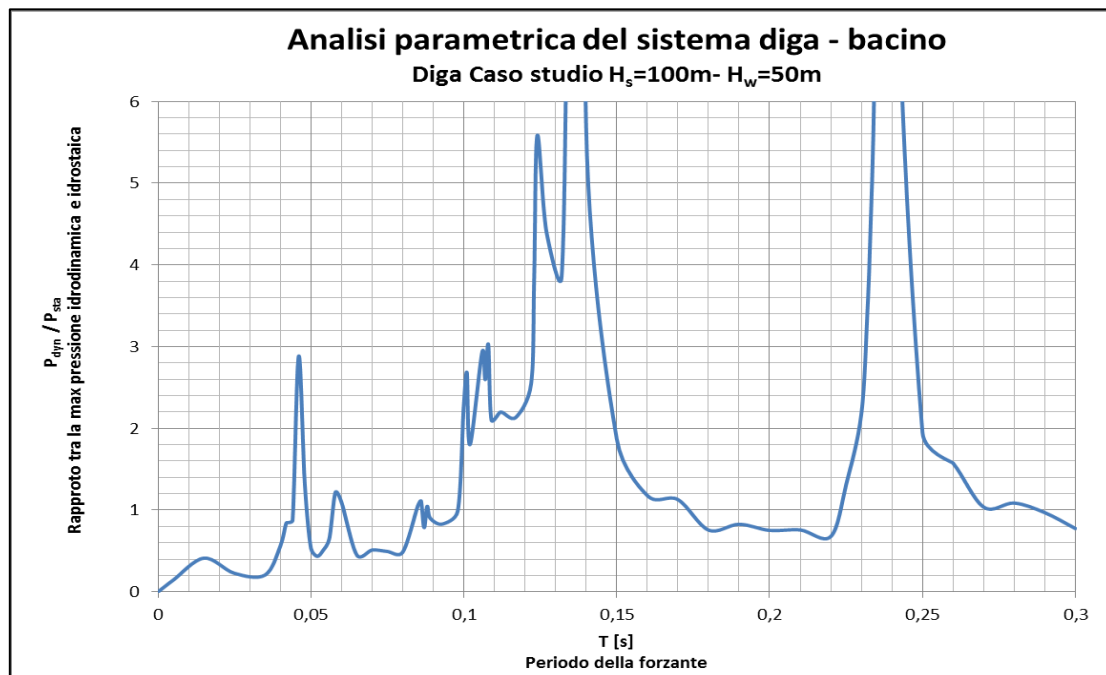


Figura 3.39 – Analisi parametrica con livello di invaso pari a 50m

Per ricercare la natura delle risonanze locali si determinano, analogamente a quanto effettuato per gli altri livelli di invaso, i modi propri di vibrare del bacino ed inoltre si riportano i risultati dell'analisi modale del sistema diga-bacino con elementi finiti di tipo acustico.

Modi di vibrare Bacino		
N°	f [Hz]	T [s]
I	7,40	0,135
II	14,80	0,068
III	22,20	0,045
IV	29,60	0,034
V	37,00	0,027
VI	44,40	0,023

Tabella 3.16 – Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 50m e c pari a 1480m/s



Modale del sistema Diga-Bacino per Hw=50m		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	4,248	0,235
2	7,403	0,135
3	8,139	0,123
4	9,299	0,108
5	9,923	0,101
6	11,334	0,088
7	11,760	0,085
8	13,276	0,075
9	15,323	0,065
10	17,009	0,059
11	17,691	0,057
12	19,903	0,050
13	22,159	0,045
14	22,182	0,045
15	22,482	0,044
16	23,004	0,043
17	23,766	0,042
18	24,509	0,041
19	24,731	0,040
20	24,837	0,040

Tabella 3.17 – Analisi modale del sistema diga-bacino con F.E.M. di tipo acustico

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	4,202	0,238
I	7,353	0,136
3	8,130	0,123
4	9,259	0,108
5	9,901	0,101
6	11,364	0,088
7	11,765	0,085
II	14,493	0,069
10	16,949	0,059
III	21,739	0,046
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 3.18 – Risultati analisi parametrica per livello di invaso pari a 50m



3.2.7.4 $H_w=25m$

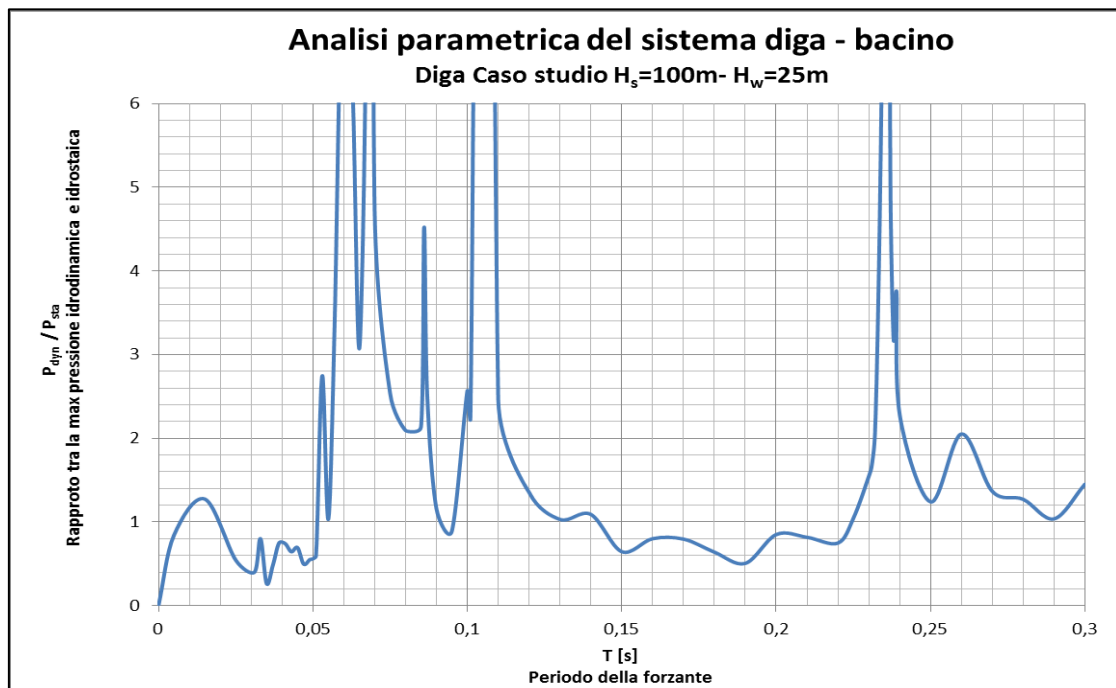


Figura 3.40 – Analisi parametrica con livello di invaso pari a 25m

Analogamente a tutti gli altri livelli di invaso, per identificare la causa delle risonanze locali si determinano in maniera analitica i modi propri di vibrare del serbatoio e si riportano i risultati dell'analisi modale del sistema diga-bacino con elementi finiti di tipo acustico.

Modi di vibrare Bacino		
N°	f [Hz]	T [s]
I	14,80	0,068
II	29,60	0,034
III	44,40	0,023
IV	59,20	0,017
V	74,00	0,014
VI	88,80	0,011

Tabella 3.19 – Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 25m e c pari a 1480m/s



Modale del sistema Diga-Bacino per $H_w=25m$		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	4,284	0,233
2	9,730	0,103
3	11,736	0,085
4	14,788	0,068
5	15,203	0,066
6	16,346	0,061
7	16,919	0,059
8	17,349	0,058
9	18,492	0,054
10	20,036	0,050
11	22,160	0,045
12	23,613	0,042
13	24,922	0,040
14	25,568	0,039
15	26,092	0,038
16	27,674	0,036
17	29,765	0,034
18	30,532	0,033
19	31,972	0,031
20	33,725	0,030

Tabella 3.20 – Analisi modale del sistema diga-bacino con F.E.M. di tipo acustico

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	4,237	0,236
2	9,615	0,104
3	11,765	0,085
I	14,706	0,068
6	16,393	0,061
9	18,519	0,054
11	22,222	0,045
14	25,641	0,039
II	29,412	0,034
III	43,478	0,023
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 3.21 – Risultati analisi parametrica per livello di invaso pari a 25m

3.2.7.5 Valutazioni e confronti – Analisi parametrica per diversi livelli di invaso

L'analisi parametrica risulta essere una metodologia onerosa in termini computazionali poiché necessita di risoluzioni particolarmente lunghe. Allo stesso tempo tale analisi presenta notevoli vantaggi in termini di precisione:

- Riesce ad individuare sia i modi propri di vibrare del sistema diga-bacino che quelli del solo bacino, derivanti da formulazione analitica ($T=4H_w/nc$);
- Fornisce un'indicazione sulla possibile amplificazione dei modi di vibrare; infatti non tutti i modi rivelati dall'analisi modale F.E.M. comportano risonanze locali.



3.2.8 Confronti con le diverse metodologie di analisi sul primo modo di vibrare del sistema diga-bacino

In linea generale il primo modo di vibrare del sistema diga-bacino rappresenta un'importanza notevole nella caratterizzazione dinamica. Pertanto attraverso le diverse metodologie studiate, si desidera analizzare la percentuale di errore commessa dalle analisi semplificate rispetto a quella parametrica, essendo la più sofisticata tra le presenti in termini di sforzo computazionale e quindi di precisione dei risultati restituiti.

Nella tabella 3.21, i risultati vengono presentati nel seguente modo:

- Dalla colonna 2 a 9, sono presenti i valori del primo modo di vibrare della sistema diga-bacino in termini di periodo e frequenza per ogni livello di invaso studiato (100m – 75m – 50m – 25m);
- Dalla colonna 10 a 13 viene mostrata la percentuale di errore commessa dall'analisi modale con Masse Aggiunte (1), modale del sistema diga-bacino F.E.M (2) e analisi semplificata by Fenves e Chopra (3) rispetto a quella parametrica F.E.M.;
- Infine nella colonna 14 e 15 viene visualizzata rispettivamente la percentuale di errore minima e massima: pertanto mostra ad ogni livello di invaso il metodo più e meno preciso.

Tipologie di analisi effettuate - confronti sul PRIMO MODO DI VIBRARE in termini di frequenza e periodo									% di errore analisi parametrica rispetto a metodo 1) - 2) - 3)				
Livello invaso	1) Modale Masse aggiunte		2) Modale del sistema diga-bacino F.E.M.		3) Analisi semplificata Chopra analitico		4) Analisi parametrica F.E.M.		Errore % parametrica rispetto a:			errore minimo	errore massimo
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	1)	2)	3)		
Hw=100m	3,256	0,307	3,200	0,313	3,091	0,323	3,185	0,314	-2,19%	-0,48%	3,02%	0,48%	3,02%
Hw=75m	3,974	0,252	3,970	0,252	3,900	0,256	3,922	0,255	-1,33%	-1,23%	0,56%	0,56%	1,33%
Hw=50m	4,237	0,236	4,248	0,235	4,121	0,243	4,202	0,238	-0,82%	-1,09%	1,96%	0,82%	1,96%
Hw=25m	4,279	0,234	4,284	0,233	4,145	0,241	4,237	0,236	-0,96%	-1,08%	2,21%	0,96%	2,21%

Tabella 3.22 – Primo modo di vibrare restituito dalle metodologie di analisi studiate

A meno di un errore del 3% è possibile osservare come tutte le metodologie studiate riescono a cogliere in maniera più o meno accurata il primo modo di vibrare della sistema diga-bacino. Naturalmente la scelta discriminante il metodo da utilizzare per una corretta caratterizzazione dinamica del sistema diga-bacino non si sofferma solo sulla restituzione esatta del primo modo di vibrare ma anche sui modi superiori di vibrare.



3.2.9 Confronti con le diverse metodologie di analisi sui modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino

Un'altra valutazione che permette di validare una metodologia di analisi è fornita dalla restituzione corretta o quasi dei modi superiori di vibrare. Di seguito vengono mostrati in formato tabellare sotto forma di periodi e frequenze tutti i modi superiori di vibrare determinati per ogni livello di invaso con le diverse analisi studiate.

H _w =100 m						
Modi	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	3,256	0,307	3,201	0,312	3,185	0,314
2	7,641	0,131	4,222	0,237	3,717	0,269
3	11,475	0,087	5,288	0,189	4,167	0,240
4	13,213	0,076	7,069	0,141	7,463	0,134
5	18,728	0,053	9,112	0,110	9,091	0,110
6	22,826	0,044	9,517	0,105	11,236	0,089
7	24,724	0,040	11,187	0,089	16,393	0,061
8	26,071	0,038	11,540	0,087	18,519	0,054
9	26,920	0,037	11,739	0,085		
10	27,488	0,036	11,843	0,084		
11	30,111	0,033	12,740	0,078		
12	32,980	0,030	14,037	0,071		
13	33,066	0,030	14,056	0,071		
14	35,819	0,028	15,543	0,064		
15	37,804	0,026	16,441	0,061		
16	38,348	0,026	16,585	0,060		
17	40,748	0,025	17,678	0,057		
18	40,813	0,025	18,581	0,054		
19	42,085	0,024	18,839	0,053		
20	43,121	0,023	18,896	0,053		

Tabella 3.23 – Modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino per livello di invaso pari a 100m

H _w =75 m						
Modi f [Hz]	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	3,974	0,252	3,970	0,252	3,922	0,255
2	8,808	0,114	5,138	0,195	5,051	0,198
3	11,620	0,086	6,097	0,164	5,291	0,189
4	15,193	0,066	7,711	0,130	6,098	0,164
5	21,758	0,046	9,393	0,106	7,752	0,129
6	24,760	0,040	10,090	0,099	9,346	0,107
7	26,859	0,037	11,734	0,085	10,101	0,099
8	27,471	0,036	12,150	0,082	11,765	0,085
9	28,673	0,035	14,374	0,070	14,706	0,068
10	31,725	0,032	14,839	0,067		
11	33,662	0,030	15,226	0,066		
12	35,896	0,028	15,948	0,063		
13	38,430	0,026	16,679	0,060		
14	39,609	0,025	16,767	0,060		
15	41,650	0,024	17,246	0,058		
16	43,113	0,023	18,496	0,054		
17	43,231	0,023	19,139	0,052		
18	46,594	0,021	20,033	0,050		
19	47,742	0,021	21,499	0,047		
20	49,133	0,020	21,738	0,046		

Tabella 3.24 – Modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino per livello di invaso pari a 75m



H _w =50 m						
Modi f [Hz]	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	4,237	0,236	4,248	0,235	4,202	0,238
2	9,328	0,107	7,403	0,135	7,353	0,136
3	11,675	0,086	8,139	0,123	8,130	0,123
4	16,291	0,061	9,299	0,108	9,259	0,108
5	24,062	0,042	9,923	0,101	9,901	0,101
6	25,021	0,040	11,334	0,088	11,364	0,088
7	28,709	0,035	11,760	0,085	11,765	0,085
8	29,676	0,034	13,276	0,075	14,493	0,069
9	32,109	0,031	15,323	0,065	16,949	0,059
10	34,058	0,029	17,009	0,059	21,739	0,046
11	37,558	0,027	17,691	0,057		
12	38,773	0,026	19,903	0,050		
13	41,850	0,024	22,159	0,045		
14	43,943	0,023	22,182	0,045		
15	44,656	0,022	22,482	0,044		
16	48,030	0,021	23,004	0,043		
17	49,524	0,020	23,766	0,042		
18	51,436	0,019	24,509	0,041		
19	52,445	0,019	24,731	0,040		
20	52,977	0,019	24,837	0,040		

Tabella 3.25 – Modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino per livello di invaso pari a 50m

H _w =25 m						
Modi f [Hz]	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	4,279	0,234	4,284	0,233	4,237	0,236
2	9,709	0,103	9,730	0,103	9,615	0,104
3	11,730	0,085	11,736	0,085	11,765	0,085
4	16,907	0,059	14,788	0,068	14,706	0,068
5	24,700	0,040	15,203	0,066	16,393	0,061
6	25,598	0,039	15,955	0,063	18,519	0,054
7	30,174	0,033	16,919	0,059	22,222	0,045
8	33,120	0,030	17,349	0,058	25,641	0,039
9	33,250	0,030	18,492	0,054	11,765	0,085
10	36,398	0,027	20,036	0,050	14,493	0,069
11	39,280	0,025	21,760	0,046	16,949	0,059
12	41,632	0,024	23,613	0,042	21,739	0,046
13	44,894	0,022	24,922	0,040		
14	45,657	0,022	25,568	0,039		
15	48,653	0,021	26,092	0,038		
16	51,078	0,020	27,674	0,036		
17	52,767	0,019	29,765	0,034		
18	54,789	0,018	30,532	0,033		
19	55,156	0,018	31,972	0,031		
20	57,494	0,017	33,725	0,030		

Tabella 3.26 – Modi superiori di vibrare del sistema diga-bacino per livello di invaso pari a 25m



Nelle Tabelle 3.22,3.23,3.24 e 3.25 vengono mostrati i risultati restituiti dall'analisi modale a masse aggiunte, modale del sistema diga-bacino con elementi finiti di tipo acustico e analisi parametrica. Naturalmente l'analisi semplificata di Fenves e Chopra non fornisce valutazioni numeriche in termini di periodi e frequenze per i modi superiori, ma solo per quello fondamentale. A fronte di tale risultati e unitamente ai confronti effettuati sulle due analisi modali al p.to 3.2.5.2.1, è possibile trarre le seguenti conclusioni:

a. Modale con masse aggiunte non sono in grado di cogliere i modi superiori

- Come già chiarito al p.to 3.2.5.2.1, l'analisi modale a masse aggiunte con trattazione alla Westeergard, non sono in grado di cogliere i modi di vibrare superiori per via delle ipotesi semplificative introdotte nella formulazione.

b. Modale F.E.M. del sistema diga-bacino

- Tale metodologia di analisi riesce a cogliere tutti i modi di vibrare del sistema diga-bacino e non tutti quelli del solo bacino, ovvero calcolati con la formulazione analitica ($T=4H_w/nc$).

c. Analisi parametrica

- Suddetta tipologia di analisi restituisce tutti i modi di vibrare del sistema diga-bacino ed le forme modali del solo bacino come mostrato al p.to 3.2.5.3;
- Inoltre, a differenza delle analisi modale fornisce un'indicazione molto utile, sull'intensità di amplificazione delle risonanze locali. Infatti come viene mostrato, non tutti i modi di vibrare dell'analisi modale F.E.M. presentano amplificazione ma solo alcuni.



3.3 Caso Applicativo 1

Una volta appurato che sono stati validati i metodi di analisi, si passa al primo caso reale, quello di una diga esistente, ubicata in Garfagnana.

L'obiettivo è quello di modellare il corpo diga ed il bacino con un modello 2D semplificato, strutturato analogamente al caso pilota precedente, riportando i risultati in maniera sintetica.

3.3.1 Descrizione dell'opera

La diga, classificata a gravità in calcestruzzo parzialmente trascinabile, ha andamento planimetrico rettilineo che si prolunga in sponda sinistra con un diaframma di tenuta, a sezione trapezia, attestato direttamente sulla formazione di base. Essa è situata nel comune di Minucciano, in provincia di Lucca, e risale al 1952; sbarrando il torrente Acqua Bianca, affluente del fiume Serchio, determinando un serbatoio con capacità totale di $3,8 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ e capacità utile di regolazione di $3,6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

Il serbatoio è utilizzato per la regolazione giornaliera e settimanale delle portate derivate dal torrente per la produzione di energia elettrica nella centrale di Fabbriche.

La struttura è realizzata in undici conci separati da giunti permanenti, le cui altezze aggiungono i 37 m e le cui lunghezze vanno da 9 m, per il concio a destra dello sfioratore, a 11 m dell'ultimo a contatto con la spalla destra.

Nel corpo murario sono presenti due cunicoli longitudinali: uno a quota 593,20 m s.l.m. a profilo orizzontale che attraversa parte dei conci, l'altro, ubicato a quota compresa tra 575,80 e 574 m s.l.m., con andamento debolmente pendente ed esteso all'intero sviluppo della diga.

Il sistema drenante del paramento di monte è costituito da canne verticali di diametro 200 mm con interasse di 2 m e quota di sbocco nei sopracitati cunicoli. Il drenaggio della fondazione è realizzato con analoghe canne, sempre di diametro 200 mm, poste a interasse di 2,5 m e facenti capo al cunicolo inferiore.

Le opere di scarico comprendono uno scarico di superficie e uno di fondo. Lo scarico di superficie, ricavato nella parte centrale dello sbarramento, consiste in una soglia sfiorante, con ciglio a quota 598 m s.l.m., suddivisa da due pile in tre luci, sormontate ciascuna da una paratoia a settore di $8 \times 3 \text{ m}$. Lo scarico di fondo è ubicato fuori dal corpo diga, in sponda destra.



Nella figure seguenti si riportano la sezione del corpo diga in corrispondenza di uno dei conci centrali tracimabili ed alcune viste d'insieme:



Figura 3.41 – Vista lato monte

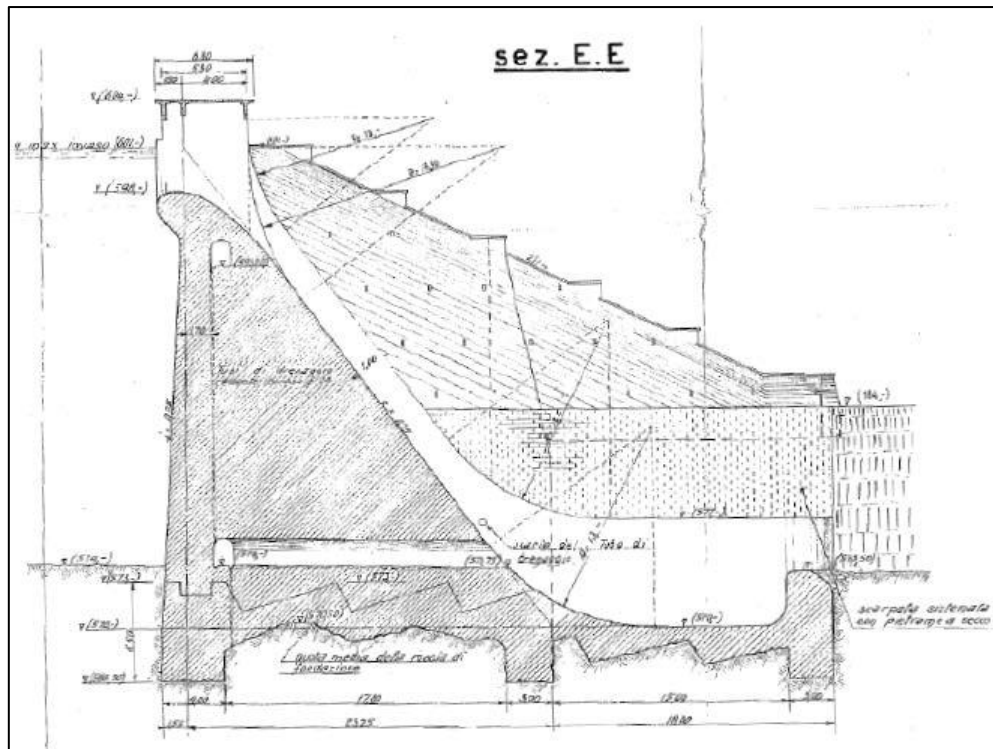


Figura 3.42 – Sezione maestra della diga



Figura 3.43 – Vista lato valle

3.3.2 Il modello

Per la modellazione della diga oggetto di questo primo studio ci si è riferiti alle dimensioni di uno dei conci centrali tracimabili, ritenuti più rappresentativi del comportamento trasversale della diga.

Il corpo diga è stato quindi schematizzato con una semplice forma trapezia che ben approssimasse il suo andamento e le dimensioni utilizzate sono di seguito riepilogate:

- Larghezza base: $B=27\text{m}$
- Larghezza sommità: $b=5\text{m}$
- Altezza: $H=35\text{m}$

Si è scelto di non modellare il coronamento per il concio scelto perché in corrispondenza di esso il corpo diga è tracimabile attraverso uno sfioratore di superficie regolato da paratoie a settore mobili. In sezione quindi esso non compare perché cavo, immaginando di sezionare il concio sul suo piano verticale centrale.



Il corpo diga è stato modellato in materiale *calcestruzzo*, con le seguenti proprietà meccaniche:

- Densità cls $\rho_{cls} = 2400 \frac{kg}{m^3}$
- Modulo di Young $E_{cls} = 25000 \frac{N}{mm^2}$
- Modulo di poisson $\nu_{cls} = 0,33$

Il bacino è stato modellato assumendo tre diverse quote d'invaso: 35m , 20m ed infine 10m.

Il bacino viene troncato in lunghezza verso monte a 300 m, il quale equivale a tre volte l'altezza della diga seguendo l'ipotesi proposta in (98) secondo la quale oltre tale distanza le sezioni del bacino non influenzano più il campo delle pressioni nel fluido.

Al dominio fluido viene assegnato il materiale *acqua*, con le seguenti proprietà fisiche:

- Densità $\rho_w = 1000 \frac{kg}{m^3}$
- Velocità del suono in acqua $c = 1480 \frac{m}{s}$

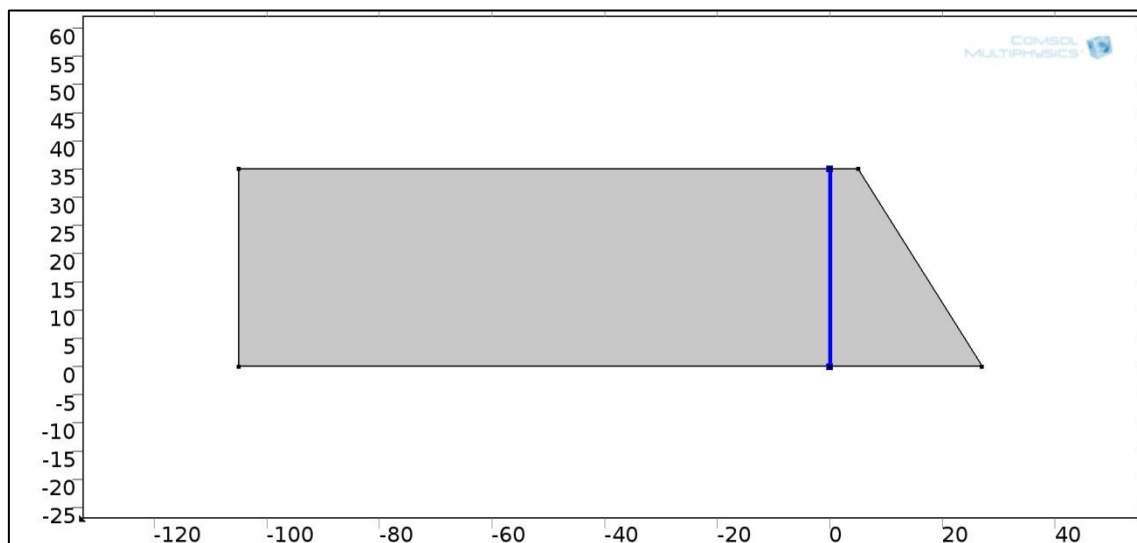


Figura 3.44 – Modello del caso studio 1



Le condizioni al bordo che sono state imposte sul modello per riprodurre nel modo più veritiero la realtà fisica del fenomeno sono analoghe a quelle applicate al precedente caso pilota e sono di seguito riportate:

- condizione di *Sound Hard Wall* per il bordo che schematizza il fondale di bacino, in modo da ottenere derivata nulla della pressione in direzione normale al bordo stesso, condizione che approssima la non penetrabilità del bordo stesso nei confronti di un'onda sonora incidente;
- condizione di *Sound Soft Wall* per il bordo che schematizza la superficie libera del bacino, contorno che assume le funzioni di interfaccia tra dominio fluido e atmosfera e sul quale infatti la pressione relativa ha valore nullo;
- condizione di *Plane Wave Radiation* per il bordo in corrispondenza della sezione di troncamento del dominio fluido, in modo da minimizzare la riflessione di onde sonore incidenti, che nella realtà attraverserebbero questa sezione, percorrendo la reale estensione del bacino.



3.3.3 Risultati delle analisi

I risultati ottenuti attraverso le diverse metodologie, presentate e validate tramite il caso pilota, vengono presentati in maniera sintetica.

Le analisi effettuate per ogni metodologia vengono presentate valutando e confrontando i seguenti aspetti:

- Primo modo di vibrare
- Forme modali superiori

3.3.3.1 Primo modo di vibrare

Il primo modo di vibrare, come dimostrato attraverso il caso pilota, rappresenta un'importanza notevole nella caratterizzazione dinamica del sistema diga-bacino.

Nella tabella seguente si vuole determinare il margine di errore commesso nel valutare la prima forma modale attraverso le diverse metodologie di analisi; il termine di paragone sarà nuovamente l'analisi parametrica effettuata con elementi finiti di tipo acustico.

Tipologie di analisi effettuate - confronti sul PRIMO MODO DI VIBRARE in termini di frequenza e periodo									% di errore analisi parametrica rispetto a metodo 1) - 2) - 3)				
	1) Modale Masse aggiunte		2) Modale del sistema diga-bacino		3) Analisi semplificata Chopra		4) Analisi parametrica F.E.M.		Errore % parametrica rispetto a:			errore minimo	errore massimo
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	1)	2)	3)		
Livello invaso									errore [%]	errore [%]	errore [%]	errore [%]	errore [%]
Hw=35m	8,929	0,112	8,929	0,112	8,832	0,113	8,772	0,114	-1,76%	-1,76%	-0,68%	0,68%	1,76%
Hw=20m	10,893	0,092	10,932	0,091	11,658	0,086	10,753	0,093	-1,29%	-1,64%	-7,76%	1,29%	7,76%
Hw=10m	11,061	0,090	11,078	0,090	11,844	0,084	10,989	0,091	-0,65%	-0,80%	-7,22%	0,65%	7,22%

Tabella 3.27 – Primo modo di vibrare determinato attraverso le diverse metodologie studiate

1) Analisi modale a masse aggiunte

Nuovamente si dimostra come l'analisi modale a masse aggiunte per ogni livello di invaso riesce a valutare il primo modo di vibrare con un errore trascurabile (intorno al 1%).

2) Analisi modale con elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino

Questa metodologia rappresenta anch'essa una valida alternativa, per valutare il primo di vibrare correttamente, con un errore circa del 1%. Naturalmente lo sforzo computazione rispetto al primo metodo è sicuramente diverso.

3) Analisi semplificata di Fenves e Chopra

Questa metodologia seppur semplificata, valuta il primo modo di vibrare con un margine di errore massimo del 7% circa. Quindi, in fase preliminare tale analisi risulta avere tutti i presupposti necessari per effettuare delle valutazioni in merito alla stabilità del corpo diga.



3.3.3.2 Modi di vibrare superiori

3.3.3.2.1 $H_w=35m$

$H_w=35\text{ m}$						
Modi	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	8,929	0,112	8,929	0,112	8,772	0,114
2	22,547	0,044	22,547	0,044	10,526	0,095
3	30,638	0,033	30,638	0,033	11,765	0,085
4	40,398	0,025	40,398	0,025	31,250	0,032
5	55,853	0,018	55,853	0,018	41,667	0,024
6	67,227	0,015	67,227	0,015	52,632	0,019
7	68,735	0,015	68,735	0,015	71,429	0,014
8	73,375	0,014	73,375	0,014	90,909	0,011
9	76,606	0,013	76,606	0,013		
10	78,652	0,013	78,652	0,013		
11	87,768	0,011	87,768	0,011		
12	91,836	0,011	91,836	0,011		
13	96,175	0,010	96,175	0,010		
14	103,389	0,010	103,389	0,010		
15	104,379	0,010	104,379	0,010		
16	110,364	0,009	110,364	0,009		
17	113,997	0,009	113,997	0,009		
18	115,327	0,009	115,327	0,009		
19	117,925	0,008	117,925	0,008		
20	124,152	0,008	124,152	0,008		

Tabella 3.28 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie per livello di invaso pari a 35m

$H_w=20\text{ m}$						
Modi	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	10,893	0,092	10,932	0,091	10,753	0,093
2	25,844	0,039	18,614	0,054	18,519	0,054
3	31,052	0,032	20,956	0,048	20,833	0,048
4	47,400	0,021	24,825	0,040	25,641	0,039
5	67,788	0,015	27,342	0,037	31,250	0,032
6	70,960	0,014	30,840	0,032	50,000	0,020
7	78,622	0,013	31,372	0,032	55,556	0,018
8	81,232	0,012	36,599	0,027	71,429	0,014
9	89,429	0,011	42,665	0,023		
10	96,317	0,010	49,066	0,020		
11	102,737	0,010	50,361	0,020		
12	107,765	0,009	55,485	0,018		
13	116,395	0,009	55,985	0,018		
14	119,133	0,008	56,438	0,018		
15	122,719	0,008	58,137	0,017		
16	132,228	0,008	60,595	0,017		
17	135,214	0,007	62,584	0,016		
18	141,010	0,007	63,718	0,016		
19	143,840	0,007	67,381	0,015		
20	146,777	0,007	69,283	0,014		

Tabella 3.29 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 20m



$H_w=10\text{ m}$						
Modi	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	11,061	0,090	11,078	0,090	10,989	0,091
2	27,228	0,037	27,269	0,037	27,027	0,037
3	31,310	0,032	31,307	0,032	31,250	0,032
4	49,637	0,020	37,086	0,027	37,037	0,027
5	70,145	0,014	38,387	0,026	41,667	0,024
6	74,118	0,013	40,838	0,024	47,619	0,021
7	82,282	0,012	44,251	0,023	76,923	0,013
8	91,793	0,011	48,341	0,021	200,000	0,005
9	97,708	0,010	50,689	0,020		
10	101,746	0,010	53,591	0,019		
11	109,671	0,009	58,751	0,017		
12	119,202	0,008	64,323	0,016		
13	121,965	0,008	70,164	0,014		
14	129,041	0,008	70,313	0,014		
15	135,495	0,007	76,260	0,013		
16	141,754	0,007	76,272	0,013		
17	147,069	0,007	82,521	0,012		
18	151,480	0,007	84,074	0,012		
19	156,808	0,006	89,044	0,011		
20	158,039	0,006	94,374	0,011		

Tabella 3.30 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 10m

1)Analisi modale a masse aggiunte

L'analisi modale con masse aggiunte con trattazione di Westeergard, non riesce a valutare correttamente i modi superiori di vibrare, al contrario di quanto accade per la prima forma modale. Le cause possono essere attribuite alla formulazione semplificata di Westeergard, dove vengono introdotte ipotesi semplificative tra le quali: diga-rigida, distribuzione della pressione parabolica, periodo della forzante maggiore a $4/3s$.

2)Analisi modale con elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino

Questa metodologia, a differenza della prima coglie tutti le forme modali, comprendendo quelle dovute all'interazione fluido struttura e quelle dovute ai modi propri di vibrare del solo bacino determinate attraverso formulazione analitica ($T_b=4H_w/nc$).

4)Analisi parametrica con elementi F.E.M. di tipo acustico

Questa tipologia di analisi risulta oltre a cogliere esattamente le forme modali del sistema diga-bacino, tra le tante, individua solo quelle che portano risonanze locali al sistema.

Più precisamente, a differenza dell'analisi (2) tale metodologia identifica solo modi di vibrare che amplificano la risposta del sistema, e quindi le sole che interessano la caratterizzazione dinamica.



3.4 Caso Applicativo 2

Si vuole applicare lo stesso procedimento previsto per il caso studio 1 anche ad un secondo caso studio, riguardante sempre una diga in calcestruzzo a gravità massiccia, sita ancora in Garfagnana.

3.4.1 Descrizione dell'opera

La diga, classificata a gravità in calcestruzzo, ha andamento planimetrico leggermente arcuato, che si prolunga in sponda sinistra con un diaframma di tenuta. Essa è situata in provincia di Lucca e risale, nello stato attuale, al 1953-54; e determina un serbatoio con capacità totale di $3,4 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

Il serbatoio è utilizzato per la regolazione giornaliera e settimanale delle portate derivate dal torrente per la produzione di energia elettrica.

La struttura è realizzata in conci separati da giunti permanenti, le cui altezze raggiungono i 95,50 m e nel corpo murario sono presenti 4 livelli di cunicoli longitudinali. La quota massima invasata raggiunge i 560 m s.l.m. con franco di 3 m rispetto alla sommità del coronamento.

La maggiore particolarità di questa diga è quella di essere stata progettata e realizzata per la costruzione in due fasi. Infatti la prima fase di costruzione portò alla realizzazione, negli anni 1941-46, di una struttura con altezza massima sul punto più depresso delle fondazioni di 65,50 m, ma già il progetto originario prevedeva il successivo innalzamento della struttura fino a quota 95,50 m, ampliamento concluso negli anni 1953-54.

In vista proprio della seconda fase costruttiva, il paramento di valle era stato sistemato a gradoni e la solidarietà tra i getti fu ottenuta con una tecnica del tutto analoga a quella utilizzata per i getti stagionali [5]. Il giunto orizzontale di ripresa, sul paramento di monte, fu provvisto di un dispositivo di tenuta costituito da una trave coprigiunto in cemento armato e da un lamierino di rame retrostante; per precauzione, sui gradoni furono disposti, a varie quote, tubi di drenaggio orizzontali con lo scopo di facilitare l'allontanamento delle eventuali acque infiltratesi attraverso il giunto orizzontale. Durante la presa del calcestruzzo nella seconda fase di costruzione furono eseguiti controlli accurati della temperatura in prossimità della superficie a gradoni e furono riscontrati aumenti di entità limitata. Con il completamento dell'opera in seconda fase, lo scarico di superficie, che in prima fase era situato in fregio al coronamento, fu sistemato in sponda destra e dotato di galleria di scarico indipendente dallo sbarramento.



Nelle figure seguenti si riportano la sezione principale del corpo diga in corrispondenza di uno dei conci centrali prima e dopo l'ampliamento (figure tratte da [5]):

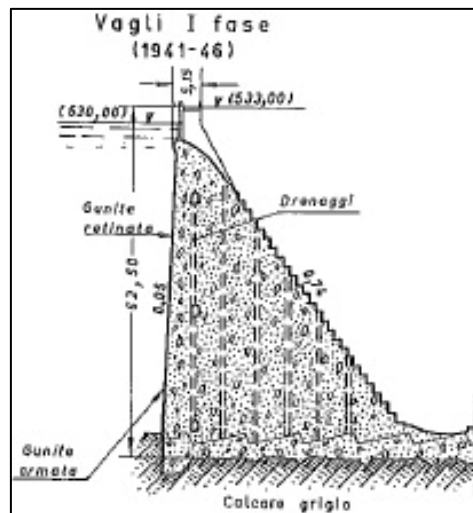


Figura 3.45 – Sezione maestra della diga dopo la 1ª fase di costruzione

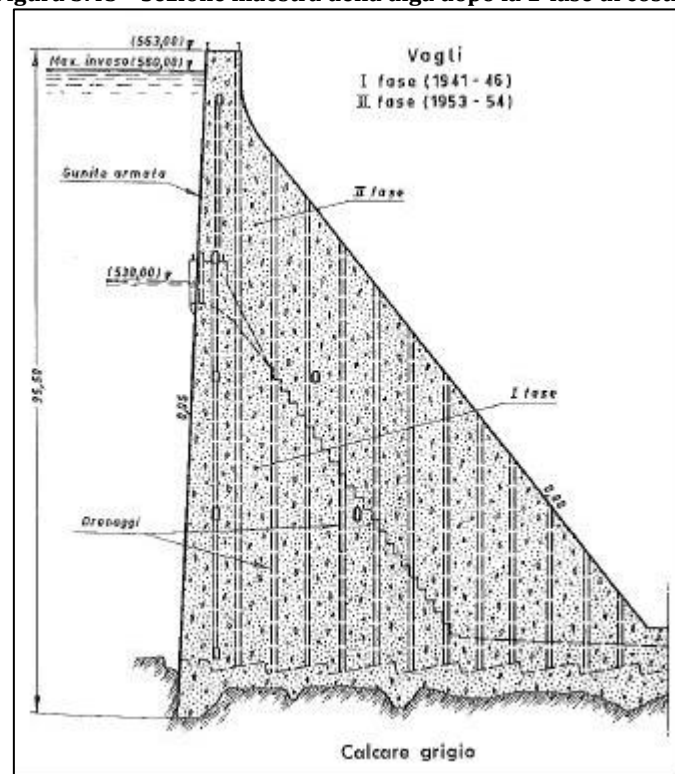


Figura 3.46 – Sezione maestra della diga dopo la 2ª fase di costruzione



Nella seconda sezione sono riportate contemporaneamente le sezioni relative alla prima e alla seconda fase costruttiva: si nota infatti la linea a gradoni che indica la geometria del paramento di monte alla fine della prima fase costruttiva.

Si riportano anche varie viste del corpo diga da monte, da valle e dalla sommità del coronamento:



Figura 3.47 – Vista lato monte



Figura 3.48 – Vista dalla scala di accesso



Figura 3.49 – Vista lato valle

3.4.2 Il modello

Per la modellazione della diga, oggetto di questo primo caso applicativo, ci si è riferiti alle dimensioni di uno dei conci centrali, ritenuti più rappresentativi del comportamento trasversale della diga.

Il corpo diga è stato schematizzato con una semplice forma trapezia che ben approssimasse il suo andamento.

Le dimensioni utilizzate sono di seguito riepilogate:

- larghezza base: $B = 70\text{m}$;
- larghezza coronamento: $b = 5\text{m}$;
- altezza totale della struttura: $H = 90\text{m}$;
- altezza del coronamento: $H_{\text{cor}} = 5\text{m}$.



Il corpo diga è stato modellato in materiale *calcestruzzo*, con le seguenti proprietà meccaniche:

- densità $\rho_{cls} = 2400 \text{ kg/m}^3$;
- modulo di Young: $E_{cls} = 30000 \text{ N/mm}^2$
- modulo di Poisson: $\nu_{cls} = 0.33$

Il bacino è stato modellato assumendo tre diversi livelli di invaso : 90m , 50m ed infine 25m. Il bacino viene troncato in lunghezza verso monte a 300 m, il quale equivale a tre volte l' altezza della diga seguendo l'ipotesi proposta in (98) secondo la quale oltre tale distanza le sezioni del bacino non influenzano più il campo delle pressioni nel fluido.

Il caso in oggetto viene studiato, come il caso studio 1, attraverso l'utilizzo del modulo *Acoustic-Structure Interaction* di Comsol Multiphysics, visto che lo scopo attuale è di indagare il campo delle pressioni in presenza anche di interazione tra i due domini di differente natura, cioè sostanzialmente introducendo l'ipotesi di diga deformabile.

La figura seguente ripropone il modello appena descritto, con evidenziato il bordo di interfaccia tra i due domini fluido e solido, che il software riconosce automaticamente una volta assegnati loro i rispettivi materiali e le fisiche che governano il problema (acustica per il fluido, meccanica del solido per il solido), assegnando ad esso la condizione al bordo di *Acoustic-Structure Interface*.

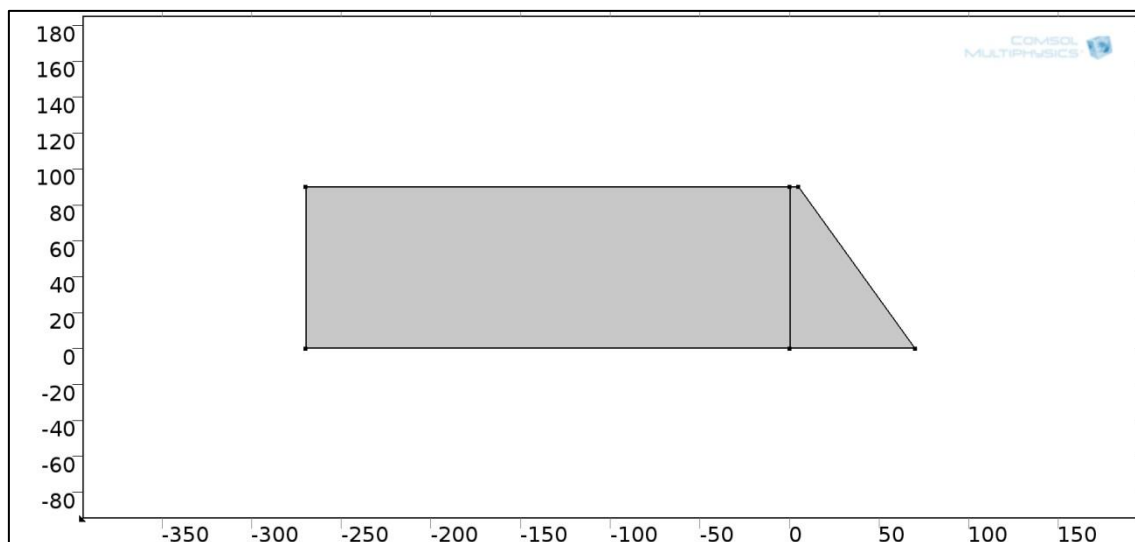


Figura 3.50 –Modello del caso studio



Al dominio fluido è stato assegnato il materiale *acqua*, con le seguenti proprietà fisiche:

- densità: $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$;
- velocità del suono in acqua: $c=1480\text{m/s}$.

Le condizioni al bordo che sono state imposte sul modello per riprodurre nel modo più veritiero la realtà fisica del fenomeno sono analoghe a quelle applicate al precedente caso pilota e sono di seguito riportate:

- condizione di *Sound Hard Wall* per il bordo che schematizza il fondale di bacino, in modo da ottenere derivata nulla della pressione in direzione normale al bordo stesso, condizione che approssima la non penetrabilità del bordo stesso nei confronti di un'onda sonora incidente;
- condizione di *Sound Soft Wall* per il bordo che schematizza la superficie libera del bacino, contorno che assume le funzioni di interfaccia tra dominio fluido e atmosfera e sul quale infatti la pressione relativa ha valore nullo;
- condizione di *Plane Wave Radiation* per il bordo in corrispondenza della sezione di troncamento del dominio fluido, in modo da minimizzare la riflessione di onde sonore incidenti, che nella realtà attraverserebbero questa sezione, percorrendo la reale estensione del bacino.

La forzante utilizzata per riprodurre l'azione sismica è ancora una storia di accelerazione sinusoidale nel tempo con legge descritta dalla seguente formulazione:

$$a(t) = a_{max} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (3.6)$$

Con "T" il periodo della forzante.



3.4.3 Risultati delle analisi

Analogamente al caso applicativo 1, i risultati per le diverse metodologie vengono presentati in termini di:

- Primo modo di vibrare
- Forme modali superiori

3.4.3.1 Primo modo di vibrare

Il primo modo di vibrare, come dimostrato attraverso il caso pilota, rappresenta un'importanza notevole nella caratterizzazione dinamica del sistema diga-bacino.

Nella tabella seguente si vuole determinare il margine di errore commesso nel valutare la prima forma modale attraverso le diverse metodologie di analisi; il termine di paragone sarà nuovamente l'analisi parametrica effettuata con elementi finiti di tipo acustico.

Tipologie di analisi effettuate - confronti sul PRIMO MODO DI VIBRARE in termini di frequenza e periodo									% di errore analisi parametrica rispetto a metodo 1) - 2) - 3)				
	1) Modale Masse aggiunte		2) Modale del sistema diga-bacino F.E.M.		3) Analisi semplificata Chopra analitico		4) Analisi parametrica F.E.M.		Errore % parametrica rispetto a:			errore minimo	errore massimo
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	1)	2)	3)		
Livello invaso									errore [%]	errore [%]	errore [%]	errore [%]	errore [%]
Hw=90m	3,880	0,258	3,720	0,269	3,581	0,279	3,704	0,270	-4,54%	-0,45%	3,42%	0,45%	4,54%
Hw=50m	5,012	0,200	5,026	0,199	4,986	0,201	4,975	0,201	-0,73%	-1,02%	-0,22%	0,22%	1,02%
Hw=25m	5,094	0,196	5,101	0,196	5,046	0,198	5,051	0,198	-0,85%	-0,99%	0,09%	0,09%	0,99%

Tabella 3.31 – Primo modo di vibrare determinato attraverso le diverse metodologie studiate

1) Analisi modale a masse aggiunte

Tale metodologia determina con buona precisione il primo modo di vibrare, errore minore dell' 1%, tranne che per il livello di invaso pieno dove si ottiene un errore del 4% rispetto all' analisi parametrica.

2) Analisi modale con elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino

Questa analisi rappresenta un' ottima metodologia in quanto valuta il primo modo di vibrare con notevole accuratezza, inferiore al 1% rispetto alla parametrica.

3) Analisi semplificata di Fenves e Chopra

Il metodo semplificato di Fenves e Chopra si presta molto utile per un'analisi preliminare o quanto meno speditiva in fase di verifica, poiché con ridotto onere computazionale restituisce il primo modo di vibrare con un errore massimo del 3% circa.



3.4.3.2 Modi di vibrare superiori

3.4.3.2.1 $H_w=90m$

Modi	$H_w=90\text{ m}$					
	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	3,880	0,258	3,720	0,269	3,704	0,270
2	9,227	0,108	4,783	0,209	4,785	0,209
3	13,921	0,072	5,917	0,169	5,917	0,169
4	16,042	0,062	7,889	0,127	8,197	0,122
5	22,790	0,044	10,210	0,098	10,204	0,098
6	27,826	0,036	11,302	0,088	12,500	0,080
7	30,170	0,033	12,477	0,080	20,408	0,049
8	31,981	0,031	13,053	0,077	28,571	0,035
9	32,976	0,030	13,075	0,076		
10	33,826	0,030	14,007	0,071		
11	36,703	0,027	14,254	0,070		
12	40,289	0,025	15,641	0,064		
13	40,364	0,025	15,649	0,064		
14	43,642	0,023	17,396	0,057		
15	46,530	0,021	18,268	0,055		
16	46,727	0,021	19,276	0,052		
17	49,657	0,020	20,251	0,049		
18	50,052	0,020	20,680	0,048		
19	51,553	0,019	20,954	0,048		
20	52,565	0,019	21,030	0,048		

Tabella 3.32 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 90m

3.4.3.2.2 $H_w=50m$

Modi	$H_w=50\text{ m}$					
	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	5,012	0,200	5,026	0,199	4,975	0,201
2	11,093	0,090	7,471	0,134	7,463	0,134
3	14,136	0,071	8,364	0,120	8,333	0,120
4	19,546	0,051	9,897	0,101	9,901	0,101
5	28,657	0,035	11,478	0,087	12,195	0,082
6	30,449	0,033	12,228	0,082	14,286	0,070
7	34,850	0,029	14,222	0,070	20,833	0,048
8	35,717	0,028	14,357	0,070	22,222	0,045
9	38,306	0,026	16,713	0,060		
10	41,519	0,024	19,151	0,052		
11	44,077	0,023	20,669	0,048		
12	47,709	0,021	21,874	0,046		
13	50,307	0,020	22,259	0,045		
14	51,751	0,019	22,591	0,044		
15	54,298	0,018	23,234	0,043		
16	57,070	0,018	24,170	0,041		
17	59,380	0,017	24,442	0,041		
18	61,927	0,016	25,365	0,039		
19	63,047	0,016	26,782	0,037		
20	63,968	0,016	27,044	0,037		

Tabella 3.32 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 50m



H _w =25 m						
Modi	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	5,094	0,196	5,101	0,196	5,051	0,198
2	11,701	0,085	11,741	0,085	11,765	0,085
3	14,205	0,070	14,182	0,071	20,833	0,048
4	20,426	0,049	14,866	0,067	27,778	0,036
5	30,089	0,033	15,344	0,065	30,303	0,033
6	31,141	0,032	16,272	0,061	33,333	0,030
7	36,897	0,027	17,577	0,057	66,667	0,015
8	40,275	0,025	19,169	0,052		
9	40,661	0,025	20,821	0,048		
10	44,229	0,023	21,206	0,047		
11	48,446	0,021	23,140	0,043		
12	50,701	0,020	25,284	0,040		
13	54,275	0,018	27,542	0,036		
14	55,879	0,018	29,879	0,033		
15	59,604	0,017	30,523	0,033		
16	62,102	0,016	31,793	0,031		
17	64,175	0,016	32,372	0,031		
18	67,037	0,015	34,831	0,029		
19	67,732	0,015	37,361	0,027		
20	70,526	0,014	37,503	0,027		

Tabella 3.34 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie per livello di invaso pari a 25m

1)Analisi modale a masse aggiunte

Analogamente al caso pilota e caso applicativo 1, tale metodologia di analisi non riesce a determinare correttamente i modi superiori di vibrare, al contrario di quanto accade per la prima forma modale. Le cause possono essere attribuite alla formulazione semplificata di Westergard, dove vengono introdotte ipotesi semplificative tra le quali: diga-rigida, distribuzione della pressione parabolica, periodo della forzante maggiore a 4/3s.

2)Analisi modale con elementi finiti di tipo acustico del sistema diga-bacino

Questa metodologia risulta essere particolarmente accurata in quanto determina tutte le forme modali con il corretto periodo proprio. La validità del metodo risiede nella precisione della formulazione dello stesso.

4)Analisi parametrica con elementi F.E.M. di tipo acustico

Tale metodo di analisi coglie esattamente tutte le amplificazioni locali del sistema in corrispondenza di forme modali con notevole massa partecipante.



3.5 Analisi modale con masse aggiunte: limitazioni di utilizzo

L'analisi modale con masse aggiunte permette di schematizzare l'interazione fluido-struttura semplicemente aggiungendo delle masse concentrate sul corpo diga. Queste ultime, solitamente per dighe a gravità, vengono calcolate con la formulazione semplificata di Westergard, di cui alla formula 3.3, e riportata di seguito:

$$m_{ai} = \frac{7}{8} \rho_w \sqrt{H(H - z_i)} A_i \quad (3.3)$$

Dove:

- ρ_w massa per unità di volume dell'acqua;
- H altezza del serbatoio;
- z_i coordinata spaziale di riferimento;
- A_i area della striscia di riferimento.

La trattazione semplificata di Westergard, rispetto a quella originaria derivata completamente su base analitica, introduce delle ipotesi semplificative. Pertanto l'obiettivo principale di tale paragrafo è mirato alla ricerca di possibili limitazioni nell'utilizzo di tale metodologia. In primo luogo verrà fatto un breve cenno teorico per ripercorrere la formulazione analitica, già esposta in maniera esaustiva nel primo capitolo, e come ne deriva quella semplificata, largamente utilizzata oggi in molte normative internazionali. Successivamente si ripercorreranno tutte le analisi svolte per il caso pilota, caso applicativo 1 e 2, variando i parametri del modulo di comprimibilità del fluido ρ e c . Lo step finale sarà quello di valutare una possibile estensione dell'utilizzo delle masse aggiunte e/o teoria di Westergard ad un fluido con caratteristiche fisiche qualsiasi.



3.5.1 Cardini della teoria di Westergard

La teoria di Westergard rappresenta uno dei primi e più interessanti studi rivolti alla valutazione delle azioni idrodinamiche sul paramento di una diga a gravità massiccia, a seguito di una sollecitazione sismica orizzontale. Oggi sono trascorsi circa 70 anni dalla pubblicazione, e tale metodologia è implementata in Regolamenti di molti Paesi.

3.5.1.1 *Trattazione analitica “rigorosa”*

La teoria viene costruita a partire dall'equazione della teoria dell'elasticità dei solidi trascurando tuttavia lo sforzo di taglio, introducendo le seguenti ipotesi:

- diga rigida;
- sbarramento con paramento a monte verticale;
- accelerazioni sismiche orizzontali (perpendicolari alla diga) di legge sinusoidale;
- moto piano;
- piccoli spostamenti sia orizzontali che verticali delle particelle liquide;
- serbatoio infinitamente lungo verso monte.

Sulla base del principio di D'Alembert, secondo il quale ogni istante del moto può essere considerato come uno stato di equilibrio meccanico, eguagliando la forza d'inerzia agente sulla massa considerata con quella agente sulla faccia dell'elemento, si ottengono le seguenti relazioni,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho_w}{g} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\rho_w}{g} \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (3.8)$$

$$p = k \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \quad (3.9)$$

Risolvendo il sistema di equazioni e assumendo uno scuotimento del sottosuolo di natura armonica, si ottiene la seguente relazione, la quale permette di calcolare la pressione idrodinamica sul paramento di monte.

$$p = \frac{8\alpha\rho_w H}{\pi^2} \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^2 c_n} \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \quad (3.10)$$

in cui,

$$c_n = \sqrt{1 - \frac{16\rho_w H^2}{n^2 g k T^2}} \quad (3.11)$$



Dove:

- α coefficiente di accelerazione sismica;
- ρ_w densità di massa del fluido;
- H altezza del livello di invaso
- g accelerazione di gravità;
- k rappresenta il modulo di comprimibilità;
- T periodo della forzante sismica.

La relazione (3.10) rappresenta l'equazione che descrive in maniera rigorosa la teoria di Westergard. Per maggiore comprensione dei termini che compongono l'espressione si scansiona l'espressione (3.10) mettendo in luce in che modo la variazione del modulo di comprimibilità (quindi di ρ e c) influisce sull'entità della pressione idrodinamica.

Innanzitutto è possibile affermare dal primo termine $\left(\frac{8\alpha\rho_w H}{\pi^2}\right)$ il quale compone l'espressione (3.10) che c'è una dipendenza di tipo **direttamente proporzionale tra la densità del fluido ρ_w e la pressione idrodinamica p** .

All'interno della sommatoria invece si possiede un termine che descrive la forma della pressione idrodinamica, ovvero $\sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right)$ ed un termine dipendente dalla velocità delle onde sonore c , $\frac{1}{n^2 c_n}$. Di seguito si riportano due diagrammi che descrivono la variazione del valore c_n al variare dell'intensità della velocità delle onde sonore c : in ordinata viene riportato il valore di c_n mentre in ascissa la variazione di c (nel grafico denominata c_v).

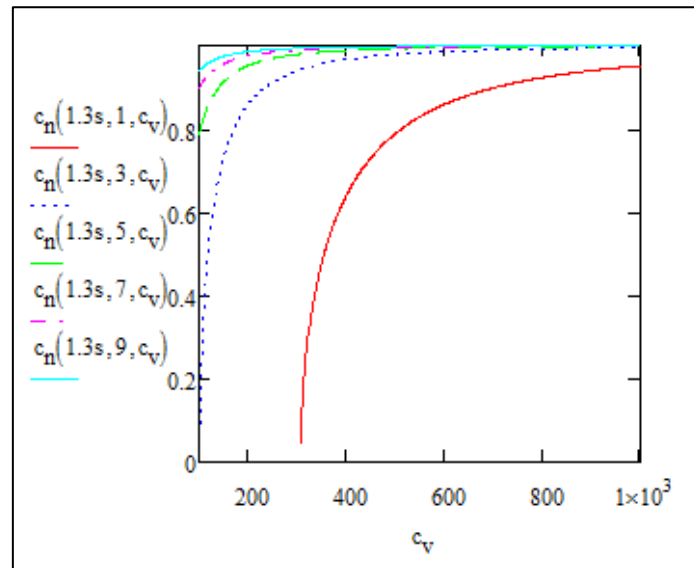


Figura 3.51 -Variazione del coefficiente c_n della formula di Westergard per un valore della velocità delle onde sonore tra 100m/s e 1000m/s

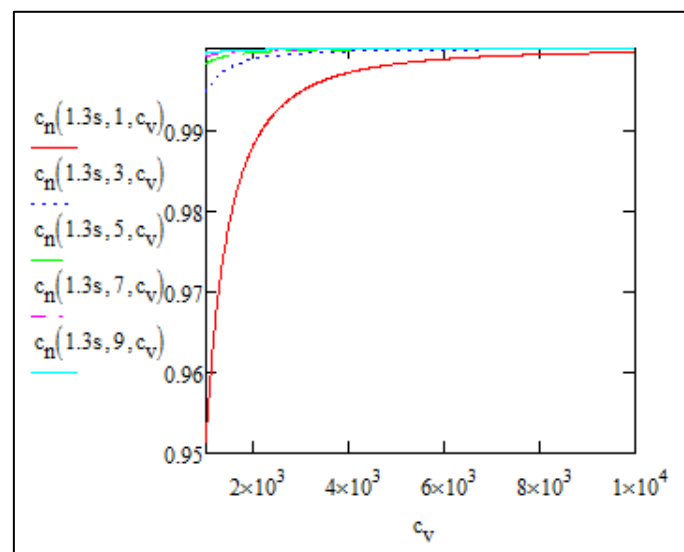


Figura 3.52 -Variazione del coefficiente c_n della formula di Westergard per un valore della velocità delle onde sonore tra 1000m/s e 10000m/s

Si fa presente che il valore del coefficiente c_n si riporta per i valori da 1 ad 9 della sommatoria, in quanto andando oltre il valore tenderebbe ad uno.

Le conclusioni che possono essere tratte da questi due diagrammi sono le seguenti:

- Per $c > 1000 \text{ m/s}$ la pressione idrodinamica non varia in quanto il coefficiente c_n per $n=1$, assume valori tra 0.95 [per $c=1000 \text{ m/s}$] e 1 [per $c=10000 \text{ m/s}$]
- Per $c < 1000 \text{ m/s}$, in particolare modo per valori molto bassi di c , la pressione idrodinamica subisce variazioni.



3.5.1.2 Trattazione semplificata

Allo scopo di semplificare la formulazione rigorosa Westergard introdusse delle ipotesi semplificative, tra le quali:

- Distribuzione di pressione di forma parabolica
- Periodo della forzante sismica $T > 4/3s$

In questo modo l'espressione della pressione idrodinamica diventa indipendente dal periodo della forzante e dall'intensità della velocità delle onde sonore nell'acqua "c".

L'equazione che ne deriva viene riportata di seguito:

$$p = 0.02734 \frac{ton}{ft^3} \alpha \sqrt{hy} \quad (3.12)$$

Dove α rappresenta il coefficiente di intensità sismica, h il livello di invaso, ed y la coordinata spaziale la quale descrive la posizione in riferimento all'altezza del bacino.

3.5.1.3 Distribuzione di pressione idrodinamica: trattazione analitica rigorosa vs semplificata

In tale paragrafo si desidera analizzare l'entità dello scostamento tra la trattazione semplificata e rigorosa di Westergard in termini di distribuzione della pressione idrodinamica facendo variare i termini che compongono il modulo di comprimibilità, ovvero ρ_w (densità di massa del fluido) e c (velocità delle onde sonore nel fluido).

Si prende in esame il medesimo caso pilota, con i seguenti dati del sistema diga-bacino:

Diga considerata come rigida dalla trattazione di Westergard

- $H_s=100m$ altezza del corpo diga;

Bacino

- $H_w=100m$ livello di invaso
- Coppie di valori C_s e ρ_w :
 1. $C_s=1480m/s$ - $\rho_w=1000 kg/m^3$ [valori standard del fluido]
 2. $C_s=1200m/s$ - $\rho_w=1500 kg/m^3$
 3. $C_s=1000m/s$ - $\rho_w=2190 kg/m^3$

Le coppie di valori sono state scelte in modo da far rimanere costante il *modulo di comprimibilità del fluido*, ovvero il prodotto $\rho_w \cdot c^2$. Il confronto tra l'approccio rigoroso e semplificato viene effettuato in maniera analitica. Si precisa che la pressione idrodinamica con il metodo rigoroso viene determinato per un periodo della forzante pari ad 1,33s in congruenza con l'ipotesi della trattazione semplificata.



3.5.1.3.1 Valori caso 1 : $C_s=1480\text{m/s}$ - $\rho_w=1000\text{ kg/m}^3$

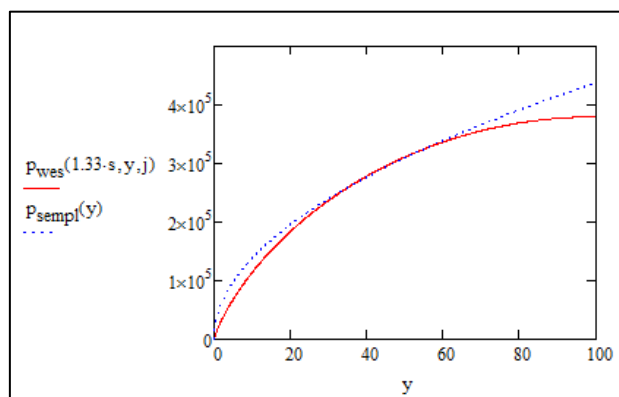


Figura 3.55 -Distribuzione della pressione idrodinamica per $c_s=1480\text{m/s}$ e $\rho_w=1000\text{kg/m}^3$ sul paramento di monte della diga calcolata con approccio semplificato [p_{semp}] e approccio rigoroso [p_{wes}]; l'ordinata è riportata in termini di Pa e l'ascissa in termini di m

3.5.1.3.2 Valori caso 2 : $C_s=1200\text{m/s}$ - $\rho_w=1500\text{ kg/m}^3$

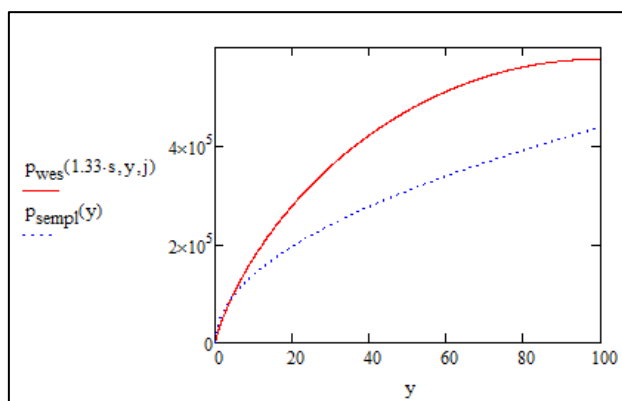


Figura 3.56 -Distribuzione della pressione idrodinamica per $c_s=1200\text{m/s}$ e $\rho_w=1500\text{kg/m}^3$ sul paramento di monte della diga calcolata con approccio semplificato [p_{semp}] e approccio rigoroso [p_{wes}]; l'ordinata è riportata in termini di Pa e l'ascissa in termini di m

3.5.1.3.3 Valori caso 3 : $C_s=1000\text{m/s}$ - $\rho_w=2190\text{ kg/m}^3$

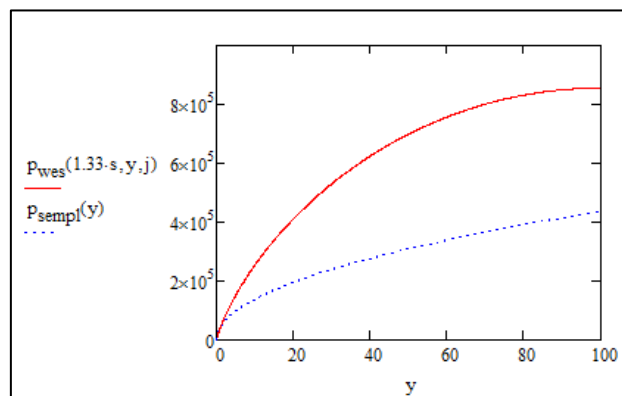


Figura 3.57 -Distribuzione della pressione idrodinamica per $c_s=1000\text{m/s}$ e $\rho_w=2190\text{kg/m}^3$ sul paramento di monte della diga calcolata con approccio semplificato [p_{semp}] e approccio rigoroso [p_{wes}]; l'ordinata è riportata in termini di Pa e l'ascissa in termini di m



3.5.1.3.4 Conclusioni

Nelle figure 3.50 , 3.51 e 3.52 viene mostrato il valore della pressione idrodinamica, valutato in maniera analitica attraverso l'approccio semplificato e rigoroso della Teoria di Westergard. E' possibile notare innanzitutto come la pressione idrodinamica dell'approccio semplificato, al variare di ρ_w e c , rimane la medesima; quindi codesto approccio non può essere impiegato in un fluido con caratteristiche fisiche diverse a quelle dell'acqua.

L'approccio analitico mostra, come già era evidente dalla formulazione analitica, una correlazione di tipo direttamente proporzionale al parametro ρ_w .

Pertanto, nei successivi paragrafi si analizza la possibilità di impiego della trattazione di Westergard analitica rigorosa, per un fluido qualsiasi e di conseguenza con qualsiasi caratteristiche fisiche. L'approccio semplificato, in linea generale, come dimostrato dalla distribuzione di pressione, può essere applicato solo per un il fluido acqua con caratteristiche fisiche $c_s=1480\text{m/s}$ - $\rho_w=1000\text{ kg/m}^3$.



3.5.1.4 Calcolo delle masse aggiunte

In generale la determinazione delle masse aggiunte viene ricavata una volta ottenuta la distribuzione delle pressioni idrodinamiche sul paramento di monte attraverso la formulazione semplificata o analitica rigorosa. La distribuzione di massa fluida partecipante al moto sismico solidalmente con la struttura, si ottiene equiparando le forze di inerzia (in direzione orizzontale, cioè concorde con la direzione ed il verso della pressione idrodinamica) con la pressione idrodinamica.

Si riporta di seguito la formulazione appena descritta in termini analitici:

$$f_i = p \quad \rightarrow \quad m \cdot a = p \quad \rightarrow \quad b \frac{\rho_w}{g} \alpha g = p$$

Da cui nel caso della trattazione semplificata si ottiene:

$$b = \frac{p}{\rho_w \alpha} = \frac{7}{8} \sqrt{hy} \quad (3.13)$$

nel caso della trattazione analitica rigorosa si ottiene:

$$b = \frac{p}{\rho_w \alpha} = \frac{8H}{\pi^2} \sum_{1,3,5,\dots}^n \frac{1}{n^2 c_n} \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \quad (3.14)$$

con:

- f_i forza d'inerzia della massa partecipante d'acqua sul paramento di monte per unità di superficie;
- p pressione idrodinamica valutata secondo approccio semplificato o rigoroso.

Il calcolo delle masse aggiunte viene solitamente effettuato con la trattazione semplificata di Westergard; infatti tale metodo risulta essere implementato anche in molteplici normative internazionali.

Tuttavia per cercare di validare l'uso della teoria di Westergard per un fluido con qualsiasi caratteristiche fisiche, si implementa l'analisi modale a masse aggiunte con la teoria di Westergard rigorosa e quindi derivante dall'espressione (3.14).



3.5.2 Caso studio

Il caso studio è finalizzato a mettere in luce la possibilità di estensione della teoria di Westergard ad un fluido di qualsiasi caratteristiche fisiche in termini di *modulo di comprimibilità*, quindi con qualsiasi valori di ρ_w e c .

Le analisi che verranno effettuate saranno ripercorse analogamente al caso pilota, caso applicativo 1 e 2; l'unica differenza risiede nella formulazione dell'analisi modale a masse aggiunte, la quale sarà implementata a partire dalla teoria esatta di Westergard.

Di seguito vengono riportate le caratteristiche fisiche e meccaniche del sistema diga-bacino:

Corpo Diga

- $B=80$ m base maggiore
- $b=5$ m larghezza al coronamento
- $H=100$ m altezza corpo diga
- $E_s=25000$ MPa modulo elastico
- $\rho=2400$ kg/m³ densità volumetrica del cls

Bacino

- $L=300$ m lunghezza del serbatoio;
- $H_w=100$ m livello di invaso.

I parametri che vengono fatti variare per attestare il campo di validazione della teoria di Westergard sono ρ_w e c ; la loro variazione è tale che il *modulo di comprimibilità* rimanga sempre il medesimo, quindi il prodotto $\rho_w \cdot c^2 = cost$.

Analogamente al precedente paragrafo le coppie scelte per tali parametri sono le seguenti:

1. $C_s=1480$ m/s - $\rho_w=1000$ kg/m³ [valori standard del fluido]
2. $C_s=1200$ m/s - $\rho_w=1500$ kg/m³
3. $C_s=1000$ m/s - $\rho_w=2190$ kg/m³

I confronti saranno effettuati in termini di:

- Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte
 - Analisi modale vs Analisi parametrica F.E.M.;
 - Westergard vs Analisi parametrica F.E.M.
- Primo modo di vibrare;
- Modi di vibrare superiori.
- Distribuzione di pressione tra la teoria di Westergard e F.E.M. con diga rigida



3.5.2.1 Distribuzione della pressione idrodinamica

3.5.2.1.1 Analisi modale a masse aggiunte vs Analisi parametrica

F.E.M.

Nei diagrammi seguenti si mostra l'andamento della pressione idrodinamica per due tipi di analisi:

- Analisi modale con masse aggiunte formulata sulla base della teoria esatta di Westergard
- Analisi parametrica agli elementi finiti di tipo acustico del sistema diga bacino, sviluppata in conformità a quanto esposto al p.to 3.2.3.2.

I grafici riportano in ascissa il valore del rapporto tra la massima pressione idrodinamica e quella idrostatica, mentre in ordinata il rapporto tra la coordinata spaziale y e il livello di invaso H_w .

3.5.2.1.1.1 Caso 1: $\rho_w=1000\text{ kg/m}^3 - c=1480\text{ m/s}$

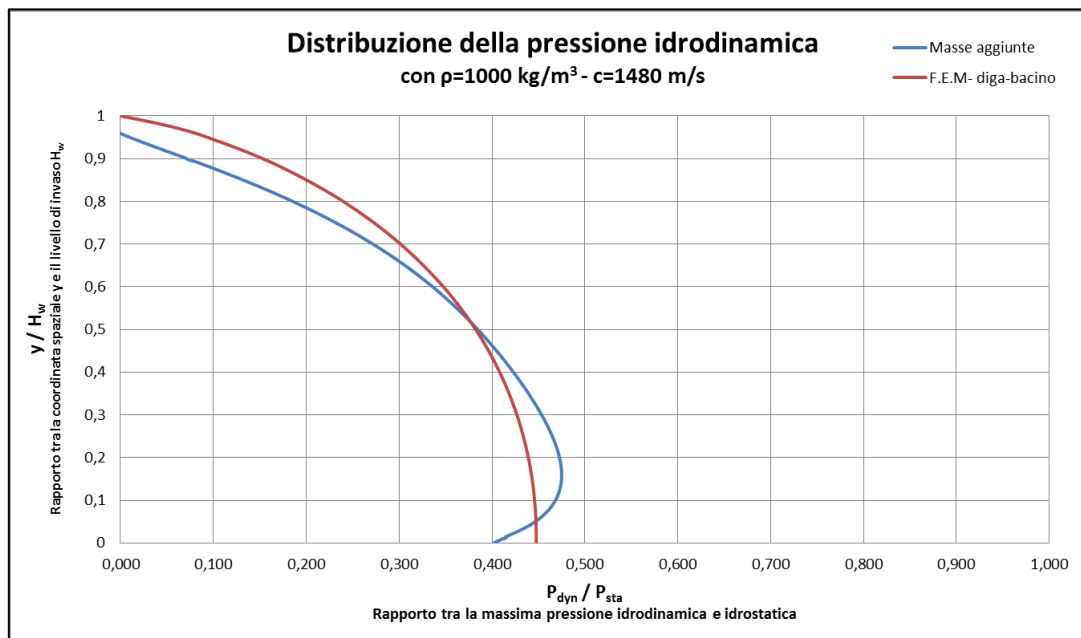


Figura 3.58 –Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ e $c=1480\text{ m/s}$



3.5.2.1.1.2 Caso 2: $\rho_w=1520\text{kg/m}^3 - c=1200\text{ m/s}$

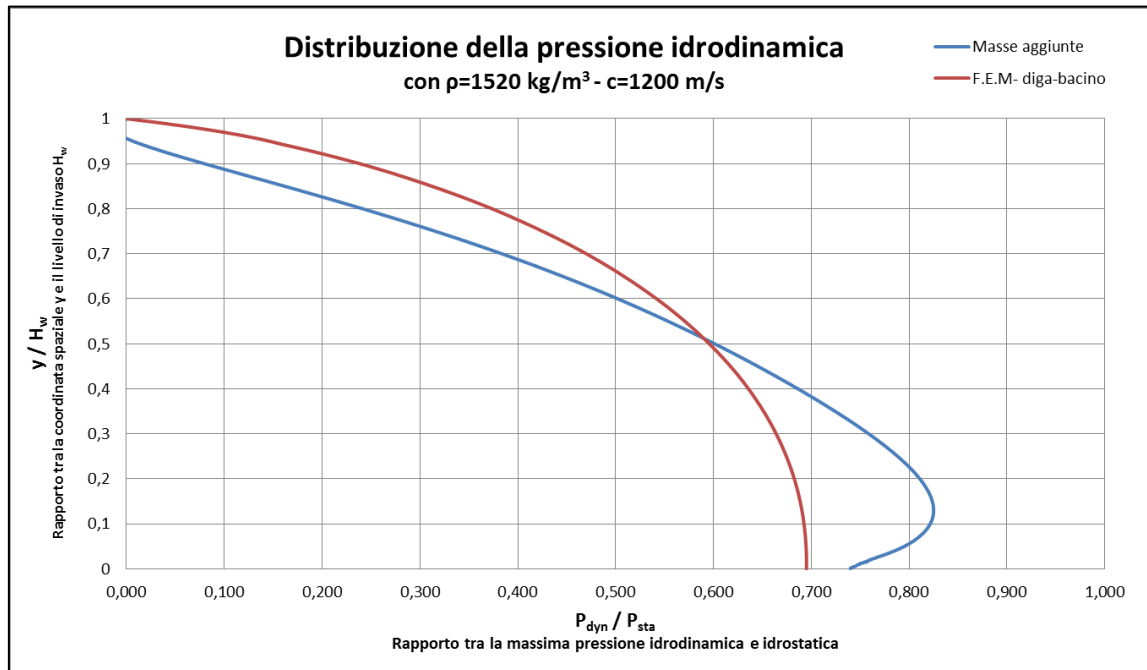


Figura 3.59 –Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho=1520\text{ kg/m}^3$ e $c=1200\text{ m/s}$

3.5.2.1.1.3 Caso 3: $\rho_w=2190\text{kg/m}^3 - c=1000\text{ m/s}$

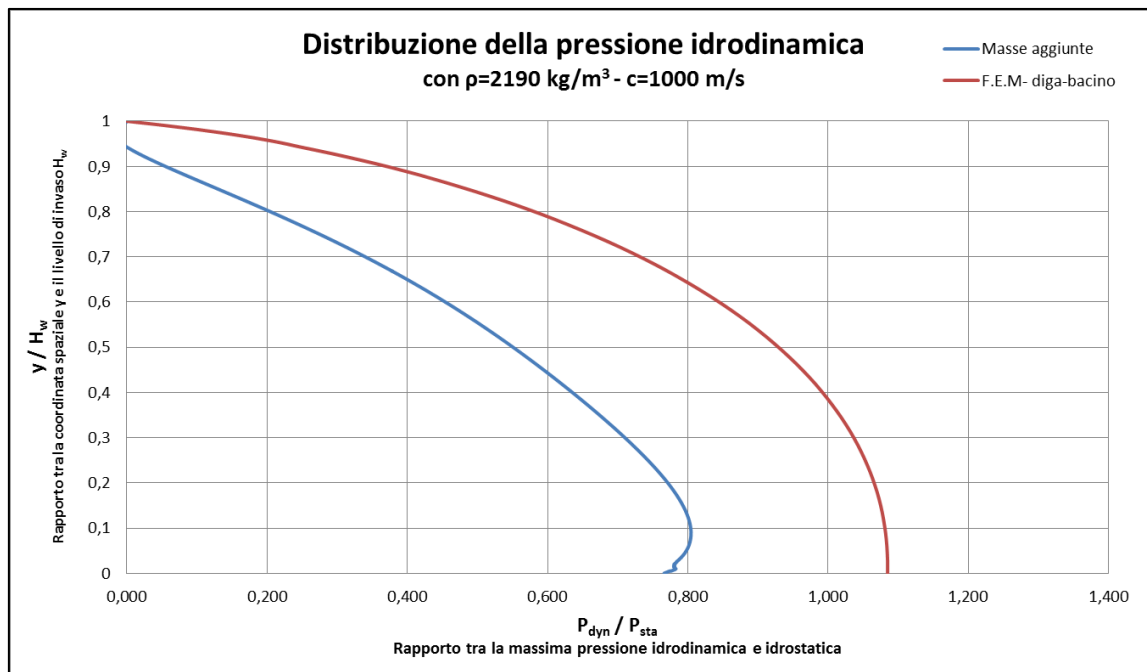


Figura 3.60 –Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho=2190\text{ kg/m}^3$ e $c=1000\text{ m/s}$



3.5.2.1.2 Westergard vs Analisi parametrica F.E.M.

In questo paragrafo si mostra la distribuzione di pressione sul paramento di monte determinata attraverso:

- Teoria di Westergard;
- Analisi parametrica agli elementi finiti di tipo acustico del sistema diga bacino, sviluppata in conformità a quanto esposto al p.to 3.2.3.2.

La differenza tra le due metodologie, naturalmente risiede nelle ipotesi della Teoria di Westergard; mentre nell'analisi parametrica agli elementi finiti si considera il corpo diga come flessibile, la trattazione di Westergard si basa sull'ipotesi di diga rigida.

3.5.2.1.2.1 Caso 1: $\rho_w=1000\text{ kg/m}^3 - c=1480\text{ m/s}$

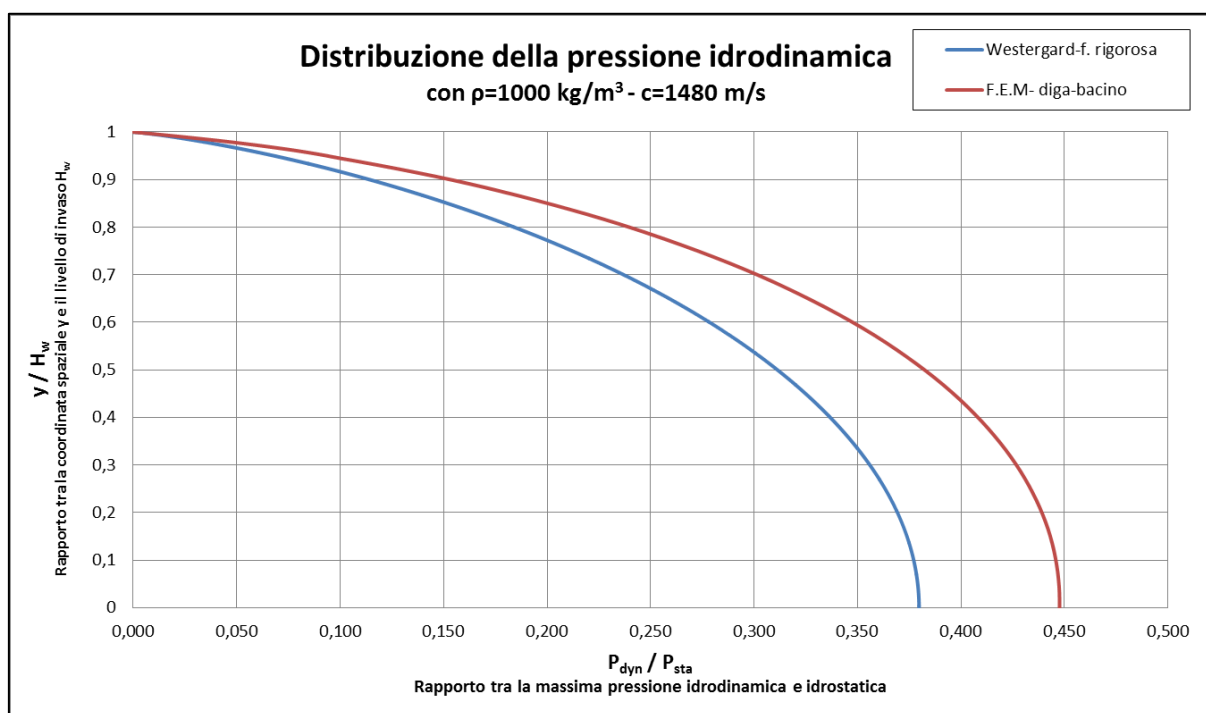


Figura 3.61 -Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ e $c=1480\text{ m/s}$

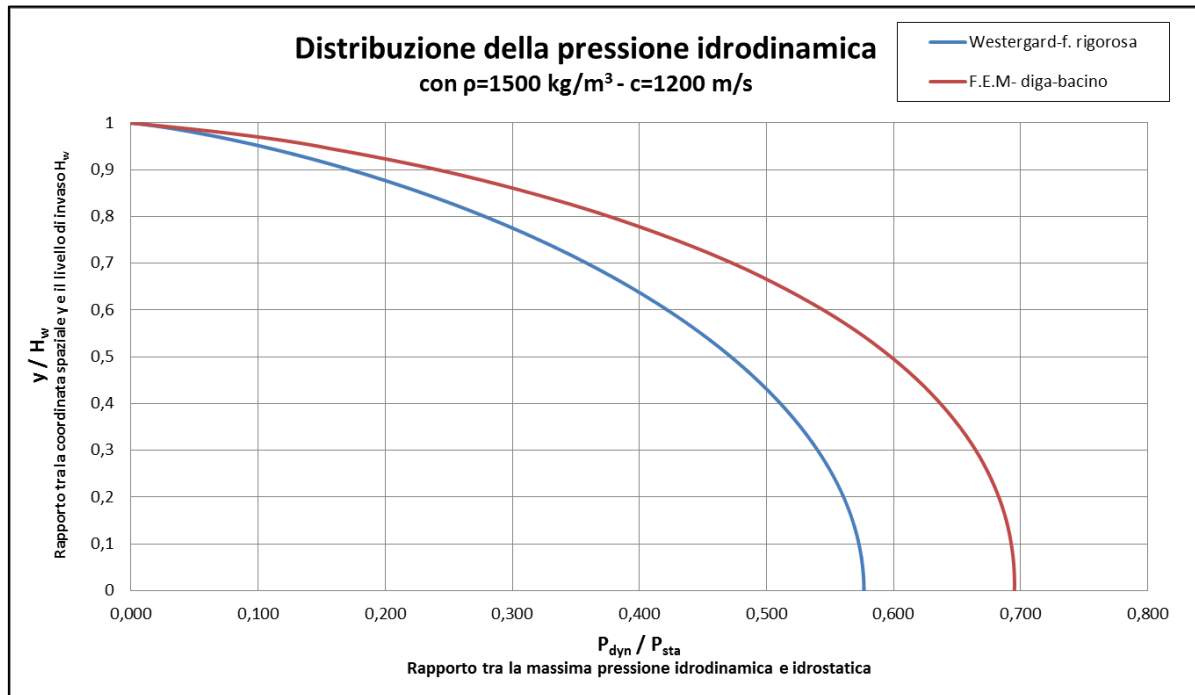
3.5.2.1.2.2 Caso 2: $\rho_w=1500\text{ kg/m}^3$ - $c=1200\text{ m/s}$ 

Figura 3.62 –Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho=1500\text{ kg/m}^3$ e $c=1200\text{ m/s}$

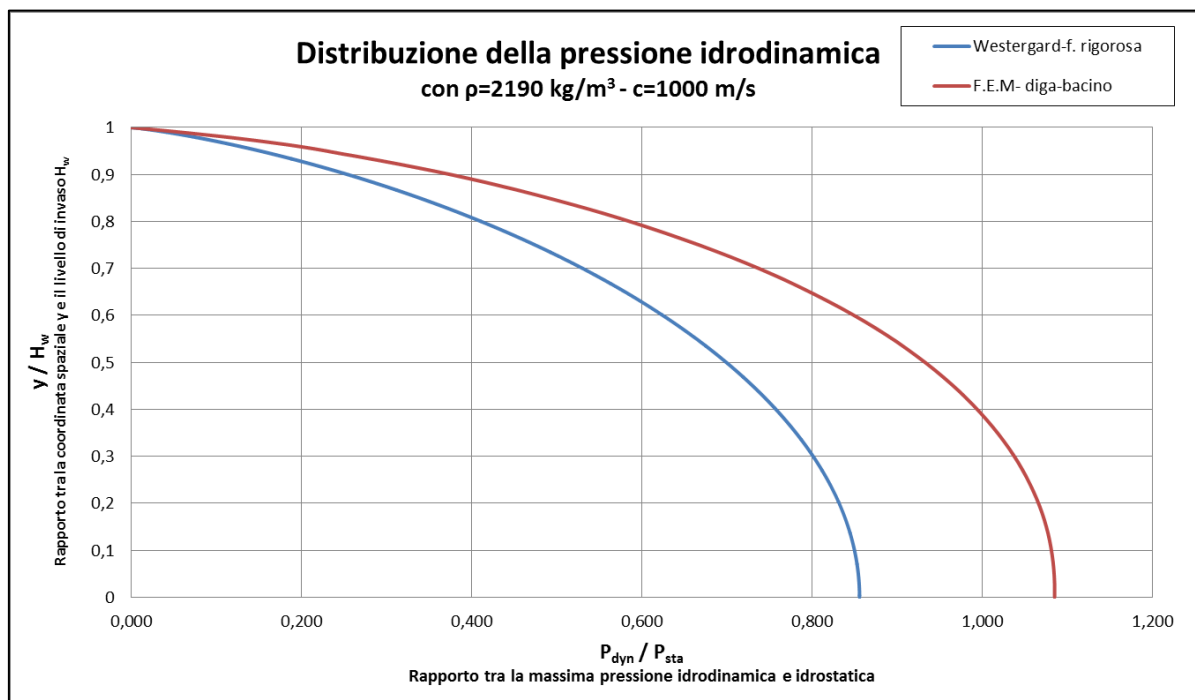
3.5.2.1.2.3 Caso 3: $\rho_w=2190\text{ kg/m}^3$ - $c=1000\text{ m/s}$ 

Figura 3.63 –Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga nel caso di $\rho=2190\text{ kg/m}^3$ e $c=1000\text{ m/s}$



3.5.2.1.3 Valutazione dei diversi casi

La pressione idrodinamica viene valutata nelle figure 3.53 , 3.54 e 3.55 attraverso l'analisi modale con masse aggiunte con trattazione di Westergard "rigorosa" ed analisi parametrica con elementi finiti di tipo acustico.

E' possibile notare come nel caso 1, con caratteristiche reali del fluido "acqua" la distribuzione della pressione idrodinamica determinata con il metodo delle masse aggiunte si discosta di poco da quella valutata attraverso l'analisi parametrica.

Nel caso 2, si nota un leggero discostamento tra le due, ma il linea generale si può affermare che l'andamento della pressione viene colto dalle masse aggiunte.

Mentre nel caso 3, si assiste ad una netta differenza tra le distribuzioni di pressioni determinate attraverso i due metodi. Si precisa che tale caso rappresenta quello dove i parametri c e ρ_w si discostano maggiormente dai valori reali.

Le figure 3.56, 3.57 e 3.58 mostrano in maniera più evidente la principale causa del discostamento tra le due metodologie di analisi, ovvero il fatto di considerare il corpo diga come rigido nelle ipotesi della teoria di Westergard. Si nota che per qualsiasi coppia di valori di c e ρ_w c'è un ampio margine di errore, ed oltretutto la trattazione di Westergard risulta essere a svantaggio di sicurezza.



3.5.2.2 Primo modo di vibrare

Nella tabella seguente si intende confrontare la valutazione della prima forma modale attraverso le seguenti metodologie:

1. Analisi modale con masse aggiunte formulata sulla base della teoria esatta di Westergard
2. Analisi modale del sistema diga-bacino agli elementi finiti
3. Analisi parametrica agli elementi finiti di tipo acustico del sistema diga bacino, sviluppata in conformità a quanto esposto al p.to 3.2.3.2.

Tipologie di analisi effettuate - confronti sul PRIMO MODO DI VIBRARE							% di errore	
Parametri	1) Modale Masse aggiunte		2) Modale del sistema diga-bacino F.E.M.		3) Analisi parametrica F.E.M.		parametrica rispetto a	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	1)	2)
(1) $\rho=1000\text{kg/m}^3$ $c=1480\text{m/s}$	3,256	0,307	3,200	0,313	3,185	0,314	-2,2%	-0,5%
(2) $\rho=1500\text{kg/m}^3$ $c=1200\text{m/s}$	3,017	0,331	2,751	0,364	2,732	0,366	-9,4%	-0,7%
(2) $\rho=1500\text{kg/m}^3$ $c=1200\text{m/s}$	2,718	0,368	2,353	0,425	2,326	0,430	-14,5%	-1,2%

Tabella 3.35 – Primo modo di vibrare valutato attraverso diverse tipologie di analisi

L'analisi modale a masse aggiunte, assume nuovamente la stessa tendenza riscontrata nella distribuzione di pressione: man mano che ci si discosta dalle caratteristiche fisiche reali del fluido, la percentuale errore aumenta di tanto. Nella tabella 3.33 infatti si nota come nel caso 1, l'errore sia lieve, -2,2%, caso 2 pari a -9,4% e -nel caso 3 pari 14,5%.

Non è un caso che il periodo relativo alla prima forma modale sia sempre inferiore a quello determinato con la parametrica; tale andamento è dovuto al fatto che l'analisi modale a masse aggiunte è indipendente dal valore della velocità delle onde sonore nel fluido per $c>1000\text{m/s}$, ovvero non tiene conto della variazione di rigidità del bacino.

Infatti nella realtà fisica, i casi 2 e 3 sono caratterizzati da una diminuzione di c , e quindi da una diminuzione di rigidità del bacino che comporterebbe inevitabilmente un aumento del periodo; tale caratteristica riscontrabile nell'analisi parametrica e modale non può essere ravvisata attraverso la teoria di Westergard.



3.5.2.3 Modi di vibrare superiori

3.5.2.3.1 Caso 1: $\rho_w=1000\text{kg/m}^3 - c=1480\text{ m/s}$

H _w =100 m - $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ - c=1480 m/s						
Modi	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	3,256	0,307	3,201	0,312	3,185	0,314
2	7,641	0,131	4,222	0,237	3,717	0,269
3	11,475	0,087	5,288	0,189	4,167	0,240
4	13,213	0,076	7,069	0,141	7,463	0,134
5	18,728	0,053	9,112	0,110	9,091	0,110
6	22,826	0,044	9,517	0,105	11,236	0,089
7	24,724	0,040	11,187	0,089	16,393	0,061
8	26,071	0,038	11,540	0,087	18,519	0,054
9	26,920	0,037	11,739	0,085		
10	27,488	0,036	11,843	0,084		
11	30,111	0,033	12,740	0,078		
12	32,980	0,030	14,037	0,071		
13	33,066	0,030	14,056	0,071		
14	35,819	0,028	15,543	0,064		
15	37,804	0,026	16,441	0,061		
16	38,348	0,026	16,585	0,060		
17	40,748	0,025	17,678	0,057		
18	40,813	0,025	18,581	0,054		
19	42,085	0,024	18,839	0,053		
20	43,121	0,023	18,896	0,053		

Tabella 3.36 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie con $\rho=1000\text{ kg/m}^3 - c=1480\text{ m/s}$

3.5.2.3.1 Caso 2: $\rho_w=1520\text{kg/m}^3 - c=1200\text{ m/s}$

H _w =100 m - $\rho=1500\text{ kg/m}^3$ - c=1200 m/s						
Modi	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	3,017	0,331	2,751	0,364	2,732	0,366
2	7,109	0,141	3,598	0,278	3,448	0,290
3	11,382	0,088	4,412	0,227	3,597	0,278
4	12,236	0,082	5,781	0,173	4,425	0,226
5	16,717	0,060	7,444	0,134	5,780	0,173
6	20,125	0,050	8,925	0,112	8,850	0,113
7	23,116	0,043	9,112	0,110	9,009	0,111
8	24,382	0,041	9,543	0,105	12,048	0,083
9	25,332	0,039	9,653	0,104	15,385	0,065
10	25,883	0,039	10,340	0,097		
11	26,745	0,037	11,385	0,088		
12	28,284	0,035	11,469	0,087		
13	30,508	0,033	11,621	0,086		
14	32,531	0,031	12,724	0,079		
15	32,757	0,031	13,358	0,075		
16	34,524	0,029	14,141	0,071		
17	36,358	0,028	15,070	0,066		
18	37,523	0,027	15,294	0,065		
19	38,125	0,026	15,324	0,065		
20	40,523	0,025	15,574	0,064		

Tabella 3.37 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie con $\rho=1520\text{ kg/m}^3 - c=1200\text{ m/s}$



3.5.2.3.2 Caso 3: $\rho_w=1520\text{kg/m}^3 - c=1200\text{ m/s}$

Modi	$H_w=100\text{ m} - \rho=2190\text{ kg/m}^3 - c=1500\text{ m/s}$					
	Modale Masse aggiunte		Modale Diga-Bacino		Analisi parametrica	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1	2,718	0,368	2,353	0,425	2,336	0,428
2	6,412	0,156	3,104	0,322	3,106	0,322
3	10,697	0,093	3,816	0,262	3,817	0,262
4	11,541	0,087	4,863	0,206	5,000	0,200
5	14,546	0,069	6,237	0,160	6,250	0,160
6	17,320	0,058	7,626	0,131	8,000	0,125
7	19,768	0,051	7,677	0,130	8,621	0,116
8	21,909	0,046	8,011	0,125	11,111	0,090
9	23,771	0,042	8,619	0,116	13,158	0,076
10	24,169	0,041	8,756	0,114		
11	24,644	0,041	9,535	0,105		
12	25,729	0,039	9,690	0,103		
13	26,274	0,038	10,626	0,094		
14	27,445	0,036	11,200	0,089		
15	29,045	0,034	11,523	0,087		
16	30,546	0,033	11,852	0,084		
17	31,994	0,031	12,591	0,079		
18	32,490	0,031	12,788	0,078		
19	33,376	0,030	12,834	0,078		
20	34,694	0,029	13,130	0,076		

Tabella 3.38 – Modi propri di vibrare determinati attraverso le diverse metodologie metodologie con $\rho=2190\text{ kg/m}^3 - c=1500\text{ m/s}$

3.5.2.3.3 Raffronti tra i diversi casi analizzati

I modi di vibrare superiori mostrati nella tabelle 3.34 , 3.35 e 3.36 confermano quanto già osservato nei precedenti paragrafi.

L'analisi modale con masse aggiunte implementate con teoria di Westergard è in grado studiare solo il caso in cui i parametri fisici ρ_w e c siano effettivamente quelli dell'acqua.

Si è dimostrato che appena si esce fuori da questo campo, la soluzione perde validità, portando ad una errata valutazione della pressione idrodinamica e modi di vibrare.

E' possibile quindi concludere che la teoria di *Westergard riesce a studiare il problema della valutazione della pressione idrodinamica, e primo modo di vibrare a patto che il fluido in esame sia l'acqua.*

La causa principale che comporta l'impossibilità dell'estensione di tale teoria ad un fluido qualsiasi è dovuta senz'altro all' ipotesi di diga rigida: Difatti se il valore della velocità delle onde sonore non influenza la pressione idrodinamica e quindi le masse aggiunte determinate con la teoria di Westergard, la causa è imputabile proprio all'ipotesi di diga rigida. Per fare chiarezza su tale questione nel paragrafo successivo viene diagrammata la distribuzione di pressione la teoria di Westergard con trattazione rigorosa e metodo F.E.M. su diga rigida.



3.5.2.4 Distribuzione della pressione idrodinamica su diga rigida

Nei precedenti paragrafi è stato osservato come non sia possibile estendere la teoria di Westergard ad un fluido con caratteristiche fisiche qualsiasi con l'ipotesi di diga flessibile. In questo step, ci si vuole ricondurre sulle stesse ipotesi base sulla quale viene formulata la teoria di Westergard e verificare effettivamente se è possibile tale estensione. Pertanto si elimina l'ipotesi di diga flessibile, e si studia il caso con corpo diga rigido. Si effettuano paragoni in termini di distribuzione della pressione per le tre coppie di valori "c" e "ρ" già analizzati nei precedenti paragrafi.

3.5.2.4.1 Caso 1: $\rho_w=1000\text{kg/m}^3$ – $c=1480\text{ m/s}$

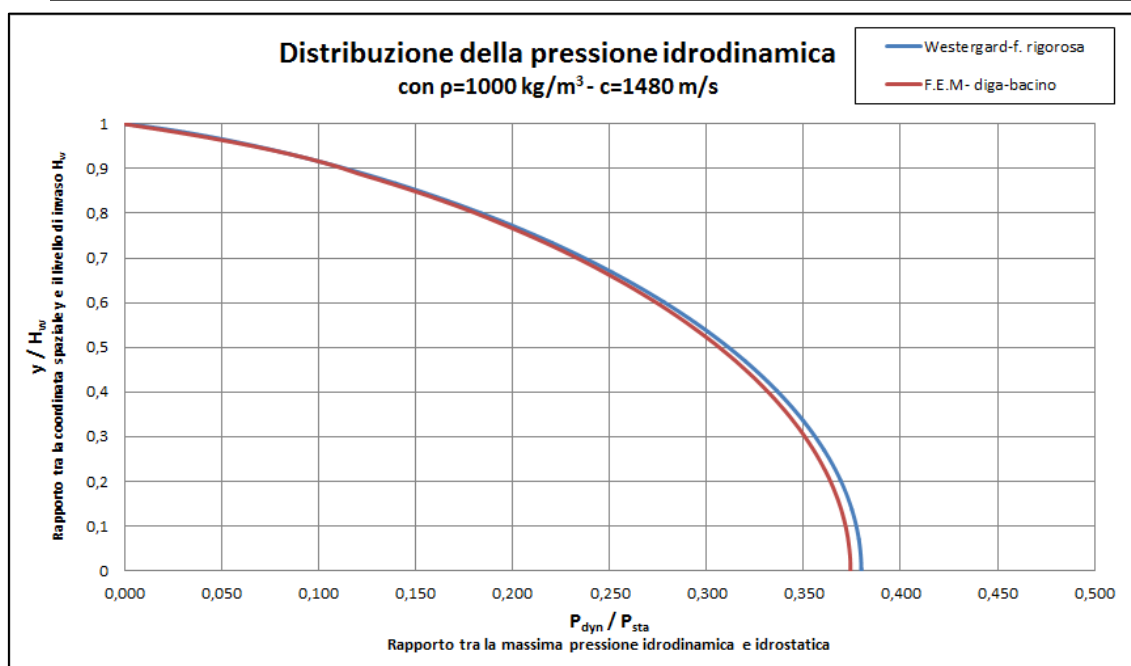


Figura 3.64 –Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte con diga rigida nel caso di $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ e $c=1480\text{ m/s}$

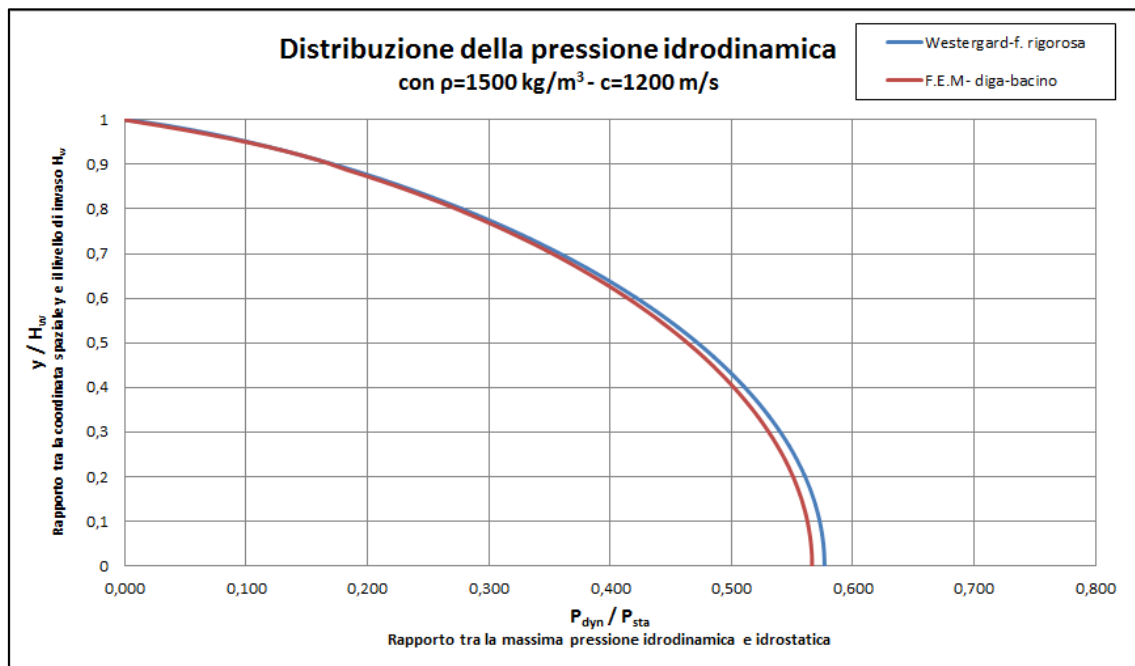
3.5.2.4.2 Caso 2: $\rho_w=1500\text{kg/m}^3 - c=1200\text{ m/s}$ 

Figura 3.65 –Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte con diga rigida nel caso di $\rho=1500\text{ kg/m}^3$ e $c=1200\text{ m/s}$

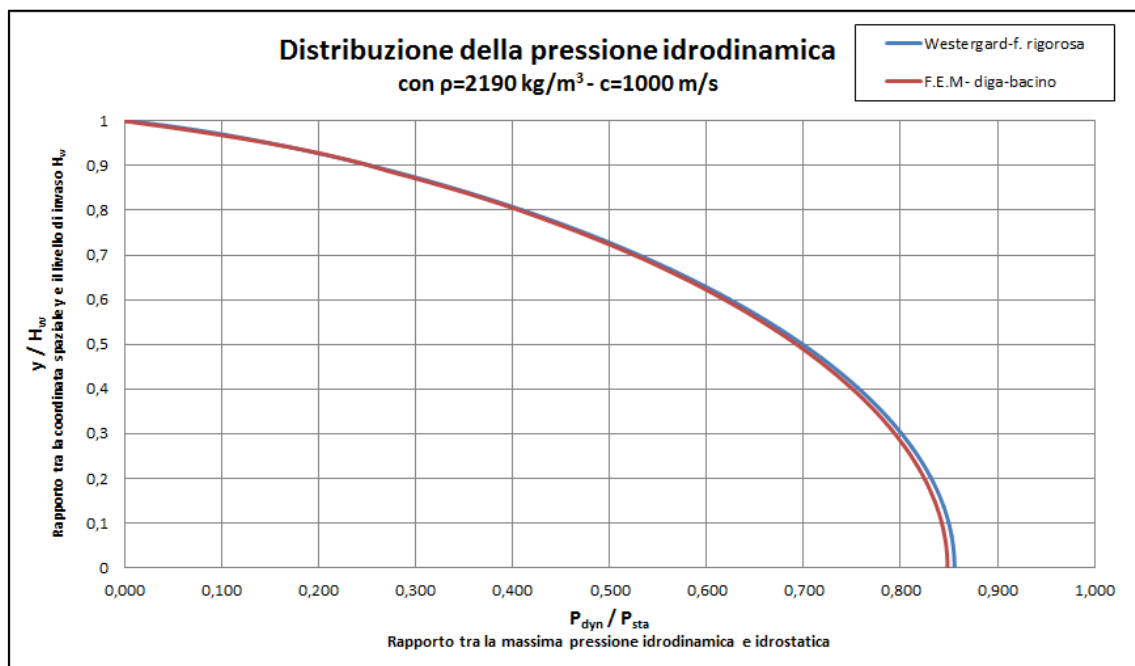
3.5.2.4.3 Caso 3: $\rho_w=2190\text{kg/m}^3 - c=1000\text{ m/s}$ 

Figura 3.66 –Distribuzione della pressione idrodinamica sul paramento di monte con diga rigida nel caso di $\rho=2190\text{ kg/m}^3$ e $c=1000\text{ m/s}$



3.5.2.4.4 Conclusione

Quest' ultimo paragrafo chiarisce definitivamente la questione su una possibile estensione della teoria di Westergard ad un fluido con caratteristiche fisiche qualsiasi.

Difatti nelle figure 3.56, 3.57 e 3.58 si nota una quasi perfetta coincidenza tra l'analisi agli elementi finiti di tipo *Time History* con la teoria di Westergard con trattazione rigorosa per tutti e tre i casi analizzati.

Da questo si stabilisce che, *è possibile estendere tale teoria ad un fluido qualsiasi a patto che si consideri la diga rigida*, in coerenza con le ipotesi che stanno alla base di tale formulazione.



4. CAPITOLO 4 - Assorbimento dei sedimenti di fondo

4.1 Introduzione

Una valutazione realistica della risposta del sistema diga-serbatoio richiede necessariamente l'elaborazione di modelli che tengano in conto l'assorbimento di energia da parte del fondo del serbatoio. L'impedenza acustica, o equivalenti coefficienti di riflessione dei materiali di sottofondo, vengono utilizzati per rappresentare adeguatamente il corrispondente smorzamento attraverso condizioni al contorno (Hall and Chopra 1982; Fenves e Chopra 1985). Tuttavia, l'esatta interazione del serbatoio rimane difficile da caratterizzare. Quando un'onda di pressione viaggiando verticalmente colpisce verso il basso la superficie limite inferiore, parte dell'energia propagata è riflessa nel serbatoio e un'altra parte viene trasmessa al fondazione per via della sua rigidità finita. Spesso questa energia rifratta può essere assunta come una continua propagazione verticale dal basso verso l'infinito; in realtà costituisce un meccanismo di dissipazione di energia equivalente all'introduzione di uno smorzamento. D'altra parte se i materiali di sottofondo contengono una grande quantità di componenti con impedenza inferiore a quella dell'acqua, una parte sostanziale dell'energia dell'onda di pressione incidente potrebbe essere riflessa nel serbatoio come onde di rarefazione, le quali a sua volta potrebbero diventare onde di compressione riflesse sulla superficie limite superiore nell'aria, e quindi potrebbe rinforzare il continuo input di pressione derivante dal moto di eccitazione della diga. In altre parole, è possibile che l'interazione del serbatoio con i materiali di sottofondo aumenti efficacemente l'ampiezza del sistema (Cheng 1986; Bougacha and Tassoulas 1991).



4.2 Teorie classiche

L'effetto dei sedimenti di fondo inizia ad esser studiato a partire dagli anni 80' con formulazioni di tipo analitico da molti studiosi in quanto si ritiene che possa influire notevolmente sulla risposta in termini di pressioni idrodinamiche. Una delle prime teorie, ed oggi il punto di riferimento per le attuali ricerche, è quella di Chopra risalente al 1983.

4.2.1 Teoria di Chopra

Chopra fornisce un contributo rilevante sulla comprensione del comportamento dei sedimenti di fondo serbatoio. Egli formula un approccio analitico in termini di frequenza, prendendo in considerazione il caso con diga rigida e flessibile.

4.2.1.1 *Sistema e movimento del terreno*

Il sistema considerato consiste in una diga a gravità in calcestruzzo, supportata da suolo rigido ed un serbatoio infinitamente lungo.

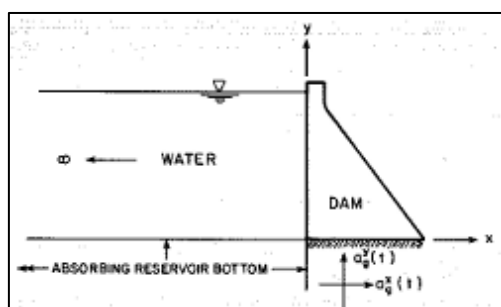


Figura 4.1 – Sistema diga – serbatoio

La diga è schematizzata come bi-dimensionale, rendendo così possibile di considerare un'arbitraria geometria ed una variazione delle proprietà dei materiali. Il fondo del serbatoio consiste in un'ampia variabilità di strati di roccia e materiale sedimentario. Tale materiale è destinato ad assorbire le onde di pressione incidenti in funzione del coefficiente di riflessione, il quale varia a seconda della natura dei sedimenti. La fondazione viene modellata come rigida, quindi si trascura l'effetto di interazione diga-fondazione.

L'autore studia con particolare attenzione l'effetto dei sedimenti di fondo sulle pressioni idrodinamiche sia nel caso di diga rigida, che diga flessibile.



4.2.1.2 Equazioni del moto

Assumendo il liquido comprimibile e trascurando la viscosità, nell' ipotesi di piccole oscillazione e moto irrotazionale, l' equazione che governa il moto del fluido è rappresentata dall' equazione dell' onda di D'Alembert:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (4.1)$$

Dove $p(x,y,t)$ rappresenta la pressione idrodinamica, e c la velocità delle onde di pressione nell'acqua. La forza idrodinamica è generata dallo scuotimento orizzontale e verticale del sottosuolo dal paramento di monte della diga, al serbatoio. Le condizioni al contorno dell' equazione _1_ sono espresse dalle espressioni (2) e (3). Il gradiente normale di pressione sul paramento verticale di monte della diga è proporzionale all' accelerazione totale su questa superficie:

$$\frac{\partial p}{\partial x}(0,y,t) = -\rho a_g^x(t)\delta_{xl} - \rho \phi_1^x(0,y)\ddot{Y}_1(t) \quad l = x, y \quad (4.2)$$

Dove ρ è la densità volumetrica dell' acqua, δ_{kl} è la funzione di Kronecker ($\delta_{xx} = \delta_{yy} = 1$; $\delta_{xy} = \delta_{yx} = 0$), ϕ_1^x è la forma modale del primo modo di vibrare (spostamenti in direzione x), \ddot{Y}_1 coordinata normale associata al primo modo di vibrare. Sul fondo del serbatoio assorbente, la condizione di proporzionalità tra il gradiente normale delle pressioni e l'accelerazione verticale sulla superficie orizzontale è ancora valida. A differenza di superfici rigide, tuttavia, questa accelerazione sulla superficie non può essere completamente specificata perché dipende in parte dall' interazione tra il fluido e la fondazione flessibile. Inoltre l'accelerazione sul fondo serbatoio è composta da una parte di campo libero ed una parte disturbata per via dell' interazione. Modellando l' interazione bacino – fondazione considerando solo la propagazione delle onde verticali eccitate nella fondazione dovute alle onde di pressione interferite dal fondo serbatoio, l'autore impone la seguente condizione al bordo su tale superficie:

$$\frac{\partial p}{\partial x}(0,y,t) = -\rho a_g^y(t)\delta_{yl} + q \frac{\partial p}{\partial t}(x,0,t) \quad l = x, y \quad (4.3)$$

Dove:

- $q = \frac{\rho}{\rho_f C_f}$ coefficiente di smorzamento;
- $C_f = \sqrt{\frac{E_f}{\rho_f}}$
- E_f Modulo di Young della fondazione;
- ρ_f densità volumetrica della fondazione;

Per una fondazione rigida $C_f = \infty$ e $q = 0$ ed il secondo termine della (3) diventa nullo , e



quindi l' espressione sopra citata restituisce la condizione per serbatoio rigido.

Inoltre viene trascurato l' effetto delle onde sulla superficie libera, imponendo la seguente condizione al bordo:

$$p(x, H, t) = 0 \quad (4.4)$$

In aggiunta alle condizione al contorno di equazioni (2) e (4), la pressione idrodinamica deve soddisfare le condizioni radiali in direzione di monte.

L' interazione fluido-fondazione sul fondo-serbatoio è rappresentata solo dall' equazione (3). Le onde di pressioni che interferiscono sul fondo serbatoio risultano in parte riflesse e rifratte. L' angolo di riflessione è uguale all' angolo di incidenza e l'angolo di rifrazione segue la legge di Snell. Sebbene la condizione al contorno data dall' espressione (3) permette una corretta riflessione nelle onde di pressione idrodinamica per ogni angolo di incidenza, solo le onde rifratte ammesse nella fondazione verso il basso si moltiplicano verticalmente. Questa rappresentazione approssimata dell' interazione fluido – fondazione è equivalente a considerare la fondazione essere composta da colonne verticali indipendenti, con flessibilità assiale, di lunghezza infinita e larghezza infinitesimale.

Il parametro fondamentale caratterizzante l'effetto di assorbimento della pressione idrodinamica sul fondo serbatoio è la presenza del *coefficiente di smorzamento* q . Il coefficiente dell' onda di riflessione è il rapporto tra l' ampiezza della pressione idrodinamica riflessa e l' ampiezza dell' onda di pressione incidente verticalmente sul fondo serbatoio, definito dalla seguente equazione:

$$\alpha = \frac{1 - qc}{1 + qc} \quad (4.5)$$

Il *coefficiente di riflessione dell' onda* α , fisicamente, è più significativo del coefficiente “ q ” sul comportamento della pressione idrodinamica sul fondo serbatoio. Sebbene il coefficiente di riflessione dell' onda dipende dall' angolo di incidenza dell' onda di pressione sul fondo del serbatoio, il valore α per onde incidenti verticalmente, è fornito dall' equazione (5). Tale valore può variare tra 1 e -1. Per una fondazione rigida, $C_f = \infty$ e $q = 0$, risultando così $\alpha = 1$. Per bassa densità o fondazioni molto soffici, C_f o ρ_f tendono a zero e q ad ∞ , risultando così $\alpha = -1$. In ogni modo si ritiene che valori di α da 1 a 0 possono coprire l' intero range di variazione dei materiali interessati dagli attuali bacini.



4.2.1.3 Risoluzione del moto

Il movimento della diga, governato dall' equazione di equilibrio dinamico, mentre la pressione idrodinamica è descritta dall' equazione dell' onda (4.1) soggetta alle condizioni al contorno (4.2) e (4.4). La soluzione di questi sistemi accoppiati di equazioni per un determinato scuotimento del sottosuolo $a_g(t)$ fornisce la risposta del movimento della diga e della forza idrodinamica. Nel presente studio, Chopra descrive tutte le grandezze nel dominio della frequenza con l' ausilio della trasformata di Fourier.

Utilizzando il principio della sovrapposizione modale, applicabile in quanto l' equazione che governa il problema e le condizioni al bordo sono lineari, la funzione di risposta in frequenza per la pressione idrodinamica può essere espressa:

$$p(x, y, \omega) = p_0(x, y, \omega) + p_1(x, y, \omega) \cdot \ddot{Y}_1(\omega) \quad (4.6)$$

Dove $p_0(x, y, \omega)$ è la pressione idrodinamica su diga rigida, mentre $p_1(x, y, \omega)$ su diga flessibile. Trasformando anche le condizioni al contorno (4.2) (4.3) e (4.4) in frequenza, la risoluzione del problema porta ai seguenti risultati:

$$p_0^x(0, y, \omega) = -2\rho H \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2(\omega)}{H[\mu_n^2(\omega) - (\omega q)^2] + i(\omega q)} \cdot \frac{I_{0n}(\omega)}{\sqrt{[\mu_n^2(\omega) - \frac{\omega^2}{c^2}]}} Y_n(y, \omega) \quad (4.7)$$

$$p_0^y(0, y, \omega) = \frac{\rho c}{\omega} \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega H}{c}\right) + i q c \sin\left(\frac{\omega H}{c}\right)} \sin\left(\frac{\omega(H-y)}{c}\right) \quad (4.8)$$

$$p_1(0, y, \omega) = -2\rho H \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2(\omega)}{H[\mu_n^2(\omega) - (\omega q)^2] + i(\omega q)} \cdot \frac{I_{1n}(\omega)}{\sqrt{[\mu_n^2(\omega) - \frac{\omega^2}{c^2}]}} Y_n(y, \omega) \quad (4.9)$$

Dove:

$$I_{0n}(\omega) = \frac{1}{H} \int_0^H Y_n(y, \omega) dy \quad (4.10a)$$

$$I_{1n}(\omega) = \frac{1}{H} \int_0^H Y_n(y, \omega) \phi_1^x(0, y) dy \quad (4.10b)$$

La funzione di risposta in frequenza per la pressione idrodinamica dovuta al movimento orizzontale del paramento di monte della diga, dato dalle equazioni (4.7) (4.8) (4.9), è la somma dei contributi degli infiniti modi di vibrare del bacino. I valori complessi di autovalori $\mu_n(\omega)$ dipendenti dalla frequenza che soddisfano l' equazione (4.11) e di autovettori $Y_n(y, \omega)$ sono definiti dall' espressione (4.12):

$$e^{2i\mu_n(\omega)H} = -\frac{\mu_n(\omega) - \omega q}{\mu_n(\omega) + \omega q} \quad (4.11)$$



$$Y_n(y, \omega) = \frac{1}{2\mu_n(\omega)} \{ [\mu_n(\omega) + \omega q] e^{2i\mu_n(\omega)H} + [\mu_n(\omega) - \omega q] e^{-2i\mu_n(\omega)H} \} \quad (4.12)$$

Quando il movimento del terreno è verticale, le onde di pressione non si propagano verso monte risultando così più semplice la funzione di risposta in frequenza [Eq.8] indipendente dalla coordinata x . **Se il fondo serbatoio è rigido ($q=0$ e $\alpha = 1$), gli autovalori $\mu_n(\omega)$ e gli autovettori $Y_n(y, \omega)$ sono valori reali e indipendenti dalla frequenza di eccitazione.**

$$\mu_n(\omega) = \frac{\omega_n^r}{c} \quad (4.13)$$

$$\omega_n^r = \frac{2n-1}{2} \pi \frac{c}{H} \quad (4.14)$$

Dove ω_n sono le frequenze naturali del bacino con fondo serbatoio rigido.

$$Y_n(y, \omega) = \cos \mu_n y \quad (4.15)$$



4.2.1.4 Diga rigida

La forza idrodinamica su diga rigida prodotta da una forzante armonica con componente orizzontale è riportata nella figura 4.2, rispettivamente per cinque valori di α . Tale forza è normalizzata rispetto a quella statica in funzione del rapporto di frequenza ω/ω_1^r , dove ω rappresenta la frequenza di eccitazione della forzante ed ω_1^r la prima frequenza naturale del serbatoio con fondo rigido.

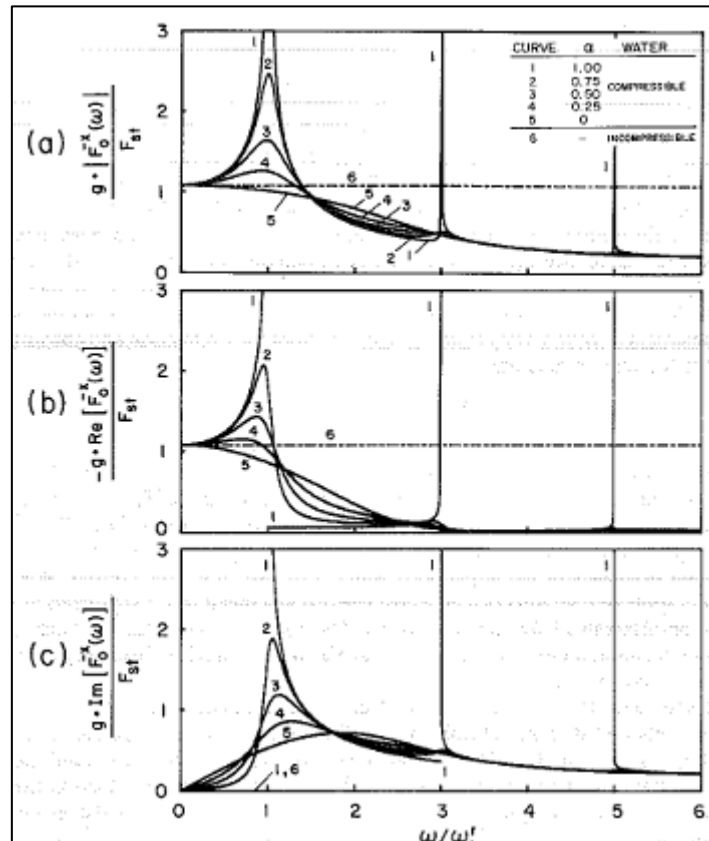


Figura 4.2 – Influenza dell' assorbimento del fondo serbatoio sulla forza idrodinamica per diga rigida con forzante armonica (componente orizzontale)

Con il fondo del serbatoio non assorbente cioè $\alpha=1$ la forza idrodinamica diventa infinita in corrispondenza della frequenza naturale del serbatoio. In questo caso il contributo dei modi ennesimi del bacino dovuto ad una accelerazione orizzontale è un valore reale, cioè in fase opposta rispetto al movimento del terreno per tutte le frequenze di eccitazione minori di ω_1^r . Al contrario, per tutte le frequenze di eccitazione della forzante maggiori di ω_1^r si ottengono valori immaginari, ovvero fuori fase rispetto allo scuotimento del terreno. Per tutte le frequenze ω maggiori di ω_1^r le onde di pressione associate ai modi ennesimi risultano equivalenti ad uno smorzamento di energia. Appena la frequenza di eccitazione incrementa oltre ω_1^r il contributo della forza idrodinamica dovuto ai modi di vibrare del bacino ennesimi modifica la funzione di pressione da una che decade esponenzialmente ad



una diretta contro il paramento di monte, la quale riduce la componente reale ed incrementa quella immaginaria. Quindi l'incremento della frequenza di eccitazione comporta un maggiore smorzamento di energia fornito dalle componenti dei modi di vibrare superiori al primo, e quindi tutto ciò si traduce in una minore forza idrodinamica eccetto la risonanza locale dovuta al primo modo di vibrare del serbatoio.

Se la comprimibilità dell' acqua è trascurata, la funzione di risposta in frequenza della pressione idrodinamica su diga rigida fornisce un valore limitato.

Considerando la comprimibilità dell' acqua, la risposta mostra l'assenza di risonanza con onde di pressione completamente assorbite dal fondo serbatoio ($\alpha=0$).

Per frequenze basse (periodi alti), si potrebbe approssimare la forza idrodinamica con l'effetto dei sedimenti di fondo, con la soluzione di acqua incomprimibile; d' altro canto per frequenze alte (periodi bassi) la soluzione con acqua incomprimibile porta a sovrastimare la risposta perché lo smorzamento di energia attraverso le onde di propagazione nella direzione del paramento di monte è molto rilevante.



4.2.1.5 Diga flessibile

4.2.1.5.1 Influenza dei sedimenti di fondo

Chopra riporta per cinque valori di α le curve di risposta con diga a pieno serbatoio e vuoto, per due differenti valori di Ω_r , rapporto di frequenza tra serbatoio e struttura. La struttura a serbatoio vuoto può essere assimilata ad un sistema ad un grado di libertà con massa, rigidezza e smorzamento indipendenti dalla frequenza. Tuttavia, l'interazione diga-acqua introduce la dipendenza dalla frequenza nelle equazioni del moto della diga complicando notevolmente le forme delle curve di risposta.

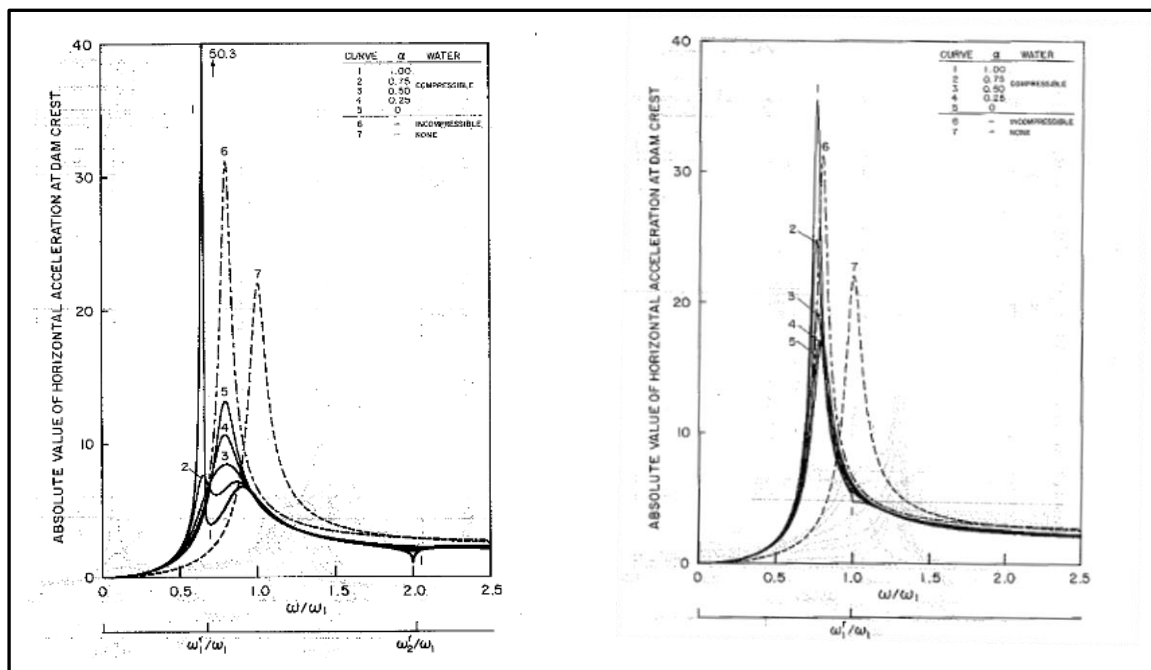


Figura 4.3- Influenza dell'assorbimento di energia da parte dei sedimenti di fondo per una forzante armonica; a destra sistema con $\Omega_r=0.67$; a sinistra sistema con $\Omega_r=1.0$

I sedimenti di fondo eliminano i picchi di risonanza e conseguentemente riducono la forza idrodinamica in maniera direttamente proporzionale al valore del coefficiente α . La funzione di risposta in frequenza dovuta alla componente orizzontale mostra un comportamento fortemente risonante con larghe amplificazione soprattutto su una banda stretta di frequenze dovute all' interazione struttura-bacino e compressibilità del fluido. Il singolo picco di risonanza con diga senza acqua potrebbe dividersi in due picchi per bacino pieno per fondo serbatoio rigido; tale comportamento è caratteristico dei sistemi con rapporto di frequenza Ω_r più piccolo, e quindi dighe più rigide. Nella figura soprastante di sinistra si può notare che incrementando l'assorbimento del fondo serbatoio, cioè decrementando il coefficiente α , il primo picco di risonanza diminuisce mentre il secondo



aumenta ed inoltre per piccoli valori di α , i due valori si fondono ad una frequenza intermedia.

Per sistemi diga-serbatoio con Ω_r più grande si sviluppa un solo picco di risonanza per tutti i valori di α (figura di destra). Per tali sistemi, come decrementa α , incrementa l'energia radiale attraverso il fondo serbatoio la quale riduce l'ampiezza di risonanza con nessun cambiamento di frequenza di risonanza.

Come per diga rigida, alcuni studi antecedenti menzionavano la possibilità di schematizzare il fluido come incomprimibile per modellare l'assenza di riflessione del fondo serbatoio anche per diga deformabile.

A questo proposito Chopra ha studiato tale possibilità di modellazione, schematizzando il fluido incomprimibile, come mostrato nelle figure soprastanti. La funzione corrisponde ad $\Omega_r = \infty$ ed è indipendente da α . Appare evidente che l'effetto della pressione idrodinamica non è correttamente rappresentato da liquido incomprimibile. Sebbene la frequenza di risonanza risulta corretta, per la risposta non può dirsi altrettanto poiché risulta essere sovrastimata da un ampio margine. Tale rappresentazione non riesce a cogliere la dissipazione di energia fornita dai sedimenti di fondo.



4.2.1.5.2 Influenza del rapporto di frequenza

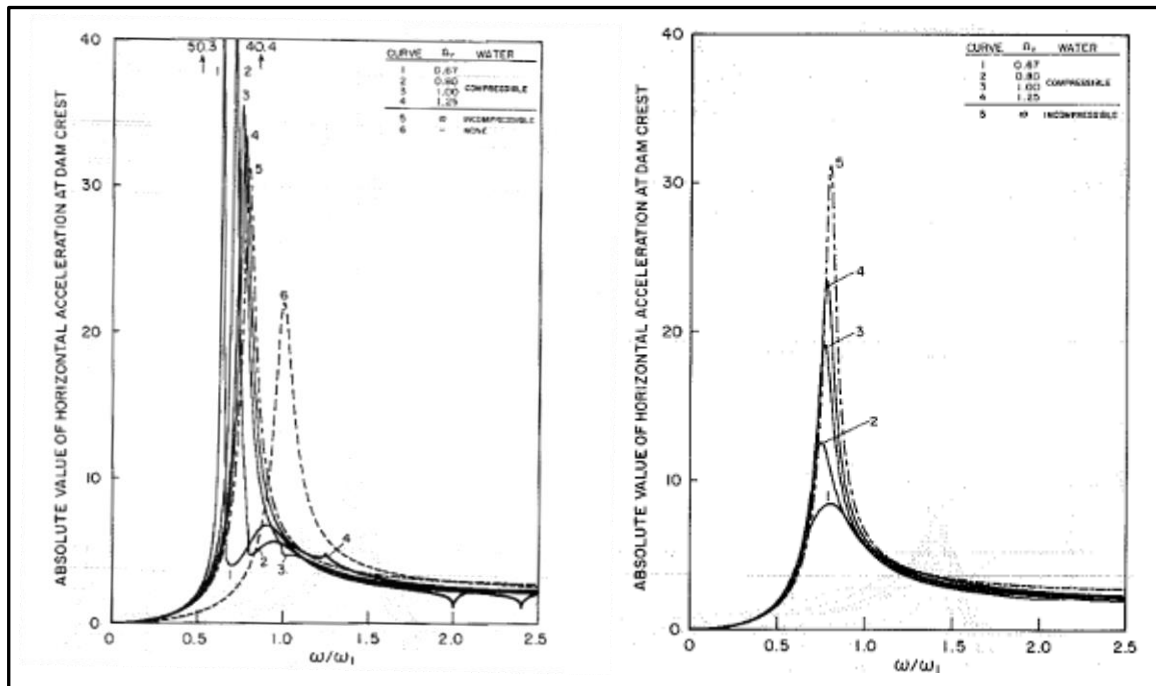


Figura 4.4 – Influenza del rapporto di frequenza Ω_r per scuotimento del terreno fornito da una forzante armonica orizzontale con fondo serbatoio rigido ($\alpha=1$) [a sinistra] e $\alpha=0.5$ [a destra]

E' possibile affermare che lo studio dei problemi di interazione fluido-struttura con sedimenti di fondo comporta una dipendenza dal rapporto di frequenza tra struttura e bacino Ω_r . La frequenza fondamentale di risonanza della diga decrementa più velocemente per sistemi con basso valore di Ω_r cioè per strutture più rigide. Le onde di assorbimento del fondo serbatoio colpiscono i picchi di risonanza e specialmente la larghezza di banda. Paragonando le due figure si nota che per scuotimenti orizzontali del terreno un decremento di Ω_r provoca risposte di risonanza con una larghezza di banda stretta per suolo rigido (figura di sinistra), mentre produce ampiezze minori con bande in frequenza più larghe nel caso di fondo serbatoio assorbente. Questo andamento opposto deriva dal modo in cui l'effettivo smorzamento alla risonanza è alterato includendo i sedimenti di fondo.

E' possibile riassumere che il parametro Ω_r influenza significativamente la frequenza di risonanza e le funzioni di risposta nelle vicinanze. Aumentando Ω_r , l'effetto della comprimibilità dell'acqua diventa sempre più piccolo e la risposta si avvicina al caso di liquido incompressibile.



4.3 Approccio MODERNO

La progettazione antisismica di dighe in calcestruzzo necessita di un' accurata determinazione della pressione idrodinamica sviluppata nel serbatoio adiacente. Tale forza è inevitabilmente dipendente dalle caratteristiche fisiche della superficie circostante incluso il fondo del bacino. Il materiale sedimentario assorbe energia dal fondo serbatoio, il quale interagisce con la pressione idrodinamica sul paramento di monte della diga. L'assunzione di fondo serbatoio rigido, non assorbente, come dimostrato dalla teoria di Chopra, può sovrastimare la risposta sismica. D'altro canto una procedura analitica o in forma chiusa non sempre è in grado di considerare un' arbitraria geometria della diga oppure del bacino. Pertanto studi più accurati possono essere eseguiti con risoluzioni numeriche agli elementi finiti, implementando opportune condizioni al bordo.

Infatti se negli anni 80' sono state sviluppate teorie analitiche per studiare l' effetto dei sedimenti di fondo, l'approccio moderno è incentrato sull' utilizzo di metodi F.E.M. con scelta opportuna delle condizioni al bordo elaborate in maniera analitica, precedentemente.

La più utilizzata fra tutte è l' equazione elaborata da Fenves e Chopra (4.3); le altre possono essere interpretate come una rivisitazione della stessa, semmai con formulazione in frequenza oppure con diverse espressioni del coefficiente di smorzamento q .

Diversi autori come **Kucukarslan et al** (39), **Bouaanani et al** (35) nello studio di problemi di interazione fluido-struttura attraverso risoluzioni numeriche agli elementi finiti con approccio acustico utilizzano le ben note condizioni al contorno di Fenves e Chopra del 1984 (36), per includere l'effetto di smorzamento offerto dai sedimenti di fondo, ovvero:

$$\frac{\partial p}{\partial n}(x, 0, t) = -\rho a_n - q \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.16)$$

Dove q rappresenta il coefficiente di smorzamento.

Una tecnica proposta sul finire degli anni 80' proposta da Chopra e Hall (40), e successivamente migliorata da **Gogoi et al** (41) è la seguente condizione:

$$\frac{\partial p}{\partial n}(x, 0, t) = -\rho a_n + i\omega q p(x) \quad (4.17)$$

Dove "n" è la direzione normale alla superficie. Questa condizione differisce da quella di Fenves e Chopra (36) solo per il dominio in cui è formulata. Il coefficiente "q" è dato da:

$$q = \frac{1}{c} \left(\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right) \quad (4.18)$$

Il coefficiente α dipendente dai parametri del materiale è calcolato come:



$$\alpha = \frac{1 - \frac{\rho_c}{\rho_s c_s}}{1 + \frac{\rho_c}{\rho_s c_s}} \quad (4.19)$$

In questa espressione, ρ_s rappresenta la densità di massa dei sedimenti, c_s la velocità dell'onda di compressione pari a $c_s = \sqrt{E_s/\rho_s}$, dove E_s = modulo elastico dei sedimenti. I sedimenti depositati possono consistere in strati con diversi spessori e caratteristiche. Questo necessita una valutazione del coefficiente di riflessione che prende in considerazione anche diversi spessori e diverse caratteristiche di materiale. Pur considerando l'effetto dei singoli strati di sedimento, il coefficiente di riflessione equivalente α è determinato dalla media dei coefficiente α_1 e α_2 per strati di sedimento d_{s1} e d_{s2} rispettivamente come:

$$\alpha = \left(\frac{\alpha_1 d_{s1} + \alpha_2 d_{s2}}{d_{s1} + d_{s2}} \right) \quad (4.20)$$

Un valore più realistico del coefficiente $\alpha(\omega)$ può essere ottenuto in dipendenza dalla frequenza considerando strati di sedimenti visco-elastici di altezza d_s sopra il terreno roccioso. Uno studio di tale coefficiente dipendente dalla frequenza rivela che per basse frequenze di eccitazione la profondità degli strati dei sedimenti non ha molta influenza sul coefficiente di riflessione. Ma per un incremento della frequenza di eccitazione è stato osservato che una maggiore profondità dello strato dei sedimenti può ridurre il coefficiente di riflessione. Quindi se il contenuto in frequenza dell' eccitazione sismica è alto, potrebbe essere necessario introdurre la dipendenza della frequenza nel coefficiente di riflessione.



4.4 Il caso studio

4.4.1 Il modello

Per uno studio maggiormente accurato rispetto alle teorie analitiche, si procede ad una modellazione agli elementi finiti attraverso il software *Comsol Multiphysics*.

Di seguito vengono riportati schematicamente i dati di principale interesse del sistema diga-bacino del caso di studio.

Corpo DIGA

- $B=80$ m base maggiore
- $b=5$ m larghezza al coronamento
- $H=100$ m altezza corpo diga
- $E_s=25000$ MPa modulo elastico
- $\rho=2400$ kg/m³ densità volumetrica del cls

Corpo BACINO

- $L=300$ m lunghezza del serbatoio
- $H_w=100,75,50,25$ differenti livelli di invaso considerati
- $C_s=1500$ m/s velocità onde sonore nell' acqua
- $\gamma=1000$ kg/m³ densità volumetrica dell' acqua

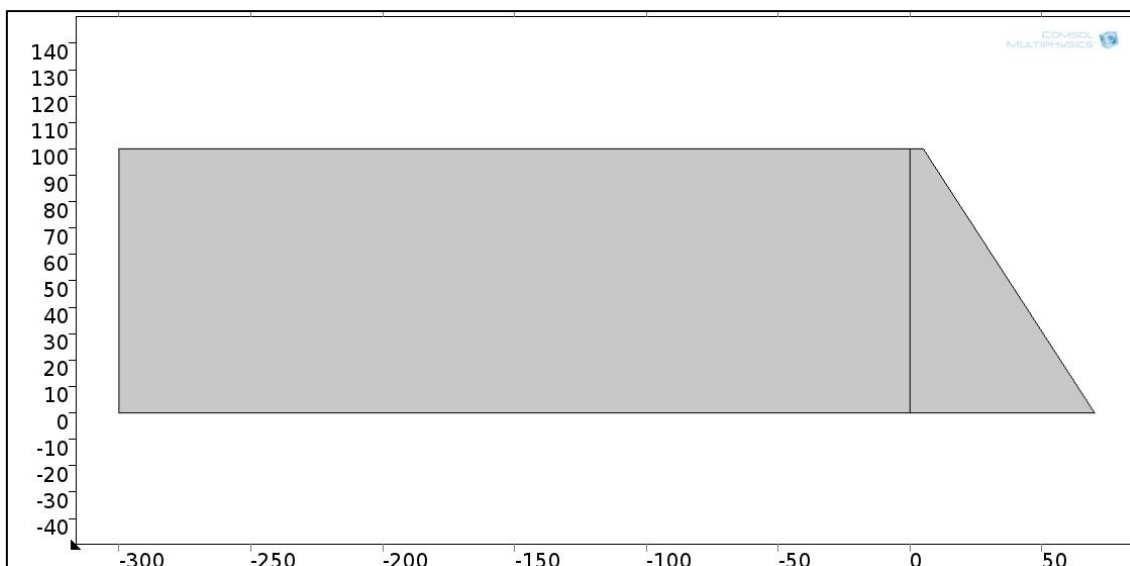


Figura 4.5 –Modello del caso studio



Il bacino viene troncato in lunghezza verso monte a 300 m, il quale equivale a tre volte l'altezza della diga seguendo l'ipotesi proposta in (98) secondo la quale oltre tale distanza le sezioni del bacino non influenzano più il campo delle pressioni nel fluido.

Per rendere il modello più rispondente possibile alla realtà fisica del fenomeno sono state impostate le seguenti condizioni al bordo:

- a. una condizione del tipo Sound Soft Boundary è stata applicata per il bordo superiore del dominio fluido, il quale schematizza il pelo libero. Essa definisce un bordo sul quale la pressione vale:

$$p = 0 \quad (4.21)$$

e costituisce la più adeguata approssimazione per descrivere un' interfaccia fluido-gas, come è il pelo libero del bacino;

- b. una condizione del tipo Plane Wave Radiation per la sezione in corrispondenza della quale il dominio fluido viene troncato. Si tratta appunto di una condizione che permette di schematizzare una superficie o un bordo come radiante rispetto ad un'onda piana, incidente, cioè come penetrabile da parte dell' onda stessa, minimizzando la riflessione dell' onda in allontanamento quando il suo angolo di incidenza col piano stesso è prossimo alla normale;
- c. una condizione Impedance per schematizzare l' effetto dei sedimenti di fondo come una condizione di impedenza acustica. Nel dominio temporale tale condizione è espressa dalla seguente equazione:

$$-n \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p - q_d) \right) = \frac{1}{Z_i} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.22)$$

Nel caso studio essendo assenti sorgenti di tipo dipolo, il termine q_d è nullo.

L' input di impedenza acustica è costituita dalla funzione Z_i che assume la seguente espressione:

$$Z_i = \frac{\rho}{q} = \frac{1}{c} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \quad (4.23)$$

Dove α è il valore del coefficiente di riflessione, che caratterizza il tipo di sedimento. Da un punto di vista fisico, l' impedenza acustica può essere interpretata come il rapporto tra la pressione locale e la velocità normale locale delle particelle.

- una condizione di Acoustic – Structure Boundary all' interfaccia tra il dominio solido e fluido. Questa condizione connette la variazione di pressione acustica nel dominio fluido con la deformazione strutturale nel dominio solido. [condizione presente solo nel caso di diga flessibile]



Entrambi i domini sono stati risolti attraverso una mesh *Free Quad* il quale produce una meshatura con forme non necessariamente quadrilatere in funzione della complessità della fisica del problema. Tale tecnica, oltre a permette un risparmio in termini di oneri computazionali, permette di ottenere una ottima rispondenza dei risultati.

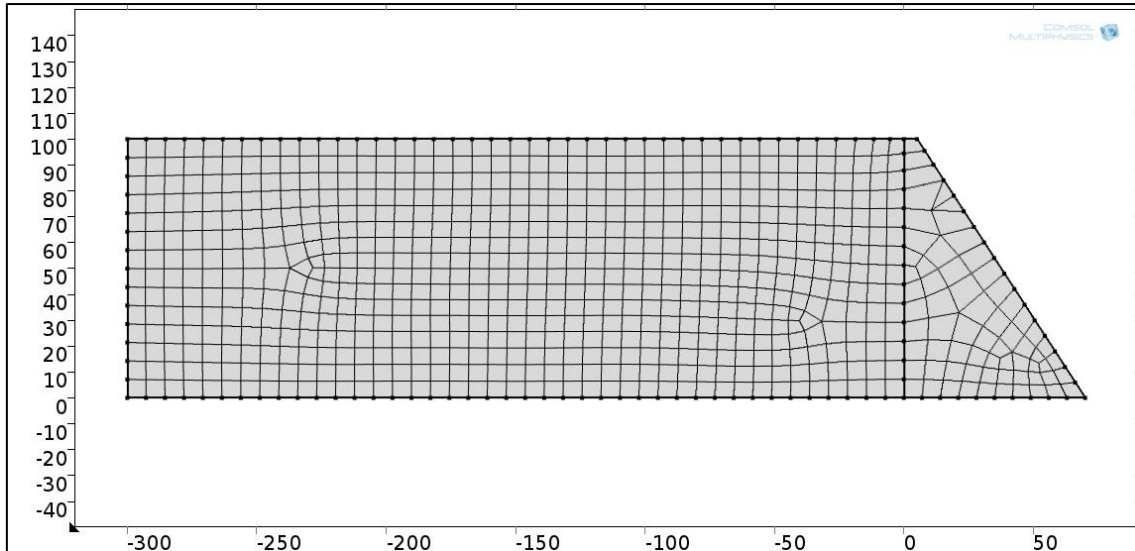


Figura 4.6 – Mesh del modello

Per simulare il moto sismico, le analisi sono state effettuate imponendo una forzante armonica imposta al corpo diga come legge accelerazione con andamento sinusoidale nel tempo del tipo:

$$a(t) = a_{max} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = \alpha g \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (4.24)$$

In cui:

- $a_{max} = \alpha g$ ampiezza del moto sismico, con α coefficiente sismico posto pari a 0.5.
- T periodo della forzante

Le simulazioni numeriche sono state effettuate per una maggiore comprensione del fenomeno per il caso di:

- Diga Rigida
- Diga Flessibile.

Il modello è stato computato, sotto la forzante in input descritta in (4.24) attraverso analisi time-history e parametriche. La simulazione Time History viene eseguita per un intervallo temporale da "0s" a "150T s", con step temporale di $T/4$, dove T è il periodo della forzante: quindi a seconda del periodo considerato la durata dell'analisi sarà diversa. Come step temporale è stato scelto " $T/4$ ", in quanto il valore massimo in una forzante



sinusoidale si raggiunge nei quarti del periodo, e quindi tale intervallo è in grado, al variare del periodo, di cogliere i valori massimi della risposta.

Le analisi parametriche sono state eseguite risolvendo tante analisi Time History, variando il parametro T, periodo della forzante.

In output si è andati a plottare la distribuzione delle pressioni (relative) nel dominio fluido al variare di determinati parametri: queste pressioni, che rappresentano la variazione di pressione rispetto al valore di riferimento della pressione stazionaria, cioè la pressione idrostatica, costituiscono l'effettivo valore della pressione idrodinamica al quale il dominio fluido è soggetto a causa della perturbazione indotta dalla forzante armonica.

4.4.2 Caso di Diga rigida

Il caso di diga rigida è stato analizzato per mostrare con estrema chiarezza l'effetto dei sedimenti di fondo, senza alcuna possibile fonte di disturbo come l'interazione fluido-struttura, che verrà studiata nel prossimo capitolo.

4.4.2.1 *Caratteristiche dinamiche del bacino*

Per tener conto delle caratteristiche dinamiche del serbatoio, vengono calcolati i modi propri di vibrare del serbatoio con la ben nota espressione analitica:

$$T_b = \frac{4H_w}{nc} \quad (4.25)$$

Con:

- H_w altezza d'invaso del bacino espressa in [m];
- n numero della forma modale;
- c velocità onde sonore in acqua [$c=1500$ m/s].

H_s [m]	PERIODI				H_s [m]	FREQUENZE			
	100	75	50	25		100	75	50	25
T_{1B} [s]	0,267	0,200	0,133	0,067	ω_{1B} [Hz]	3,75	5,00	7,50	15,00
T_{2B} [s]	0,133	0,100	0,067	0,033	ω_{2B} [Hz]	7,50	10,00	15,00	30,00
T_{3B} [s]	0,089	0,067	0,044	0,022	ω_{3B} [Hz]	11,25	15,00	22,50	45,00
T_{4B} [s]	0,067	0,050	0,033	0,017	ω_{4B} [Hz]	15,00	20,00	30,00	60,00
T_{5B} [s]	0,053	0,040	0,027	0,013	ω_{5B} [Hz]	18,75	25,00	37,50	75,00
T_{6B} [s]	0,044	0,033	0,022	0,011	ω_{6B} [Hz]	22,50	30,00	45,00	90,00

Tabella 4.1- Periodi e frequenze naturali del bacino al variare del livello di invaso



4.4.2.2 Distribuzioni di pressioni

Per valutare l'assorbimento dei sedimenti di fondo, al variare del coefficiente di riflessione sono state effettuate analisi *Time_History* con tre diverse frequenze della forzante:

- $\omega = 0,8\omega_{1B}$
- $\omega = 1,2\omega_{1B}$
- $\omega = 0,95\omega_{1B}$

Sono state prese in considerazione due forzanti lontane dalla risonanza del bacino, ed una in prossimità, proprio per mettere in luce la variazione dell'assorbimento dei sedimenti di fondo.

- Figura 4.7 – forzante con frequenza di eccitazione $\omega = 0,8 \omega_{1B}$
- Figura 4.8 – forzante con frequenza di eccitazione $\omega = 1,2 \omega_{1B}$
- Figura 4.9 – forzante con frequenza di eccitazione $\omega = 0,95 \omega_{1B}$

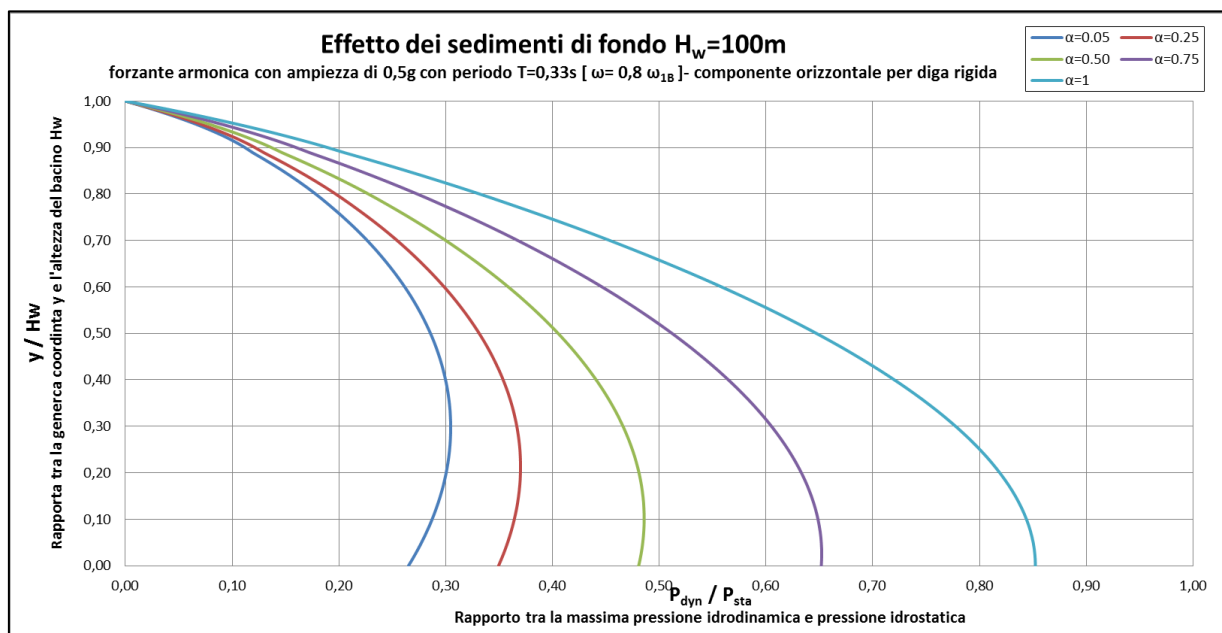


Figura 4.7 – Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,33s$ [$\omega = 0,8\omega_{1B}$] al variare del coefficiente di riflessione α

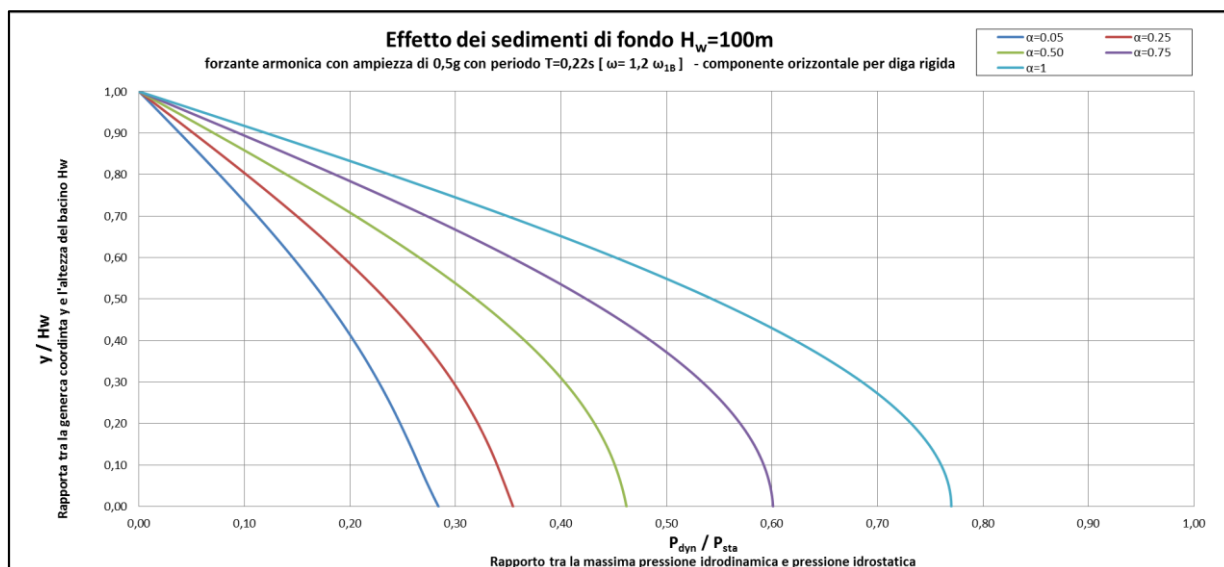


Figura 4.8 - Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,22s$ [$\omega = 1,2\omega_{1B}$] al variare del coefficiente di riflessione α

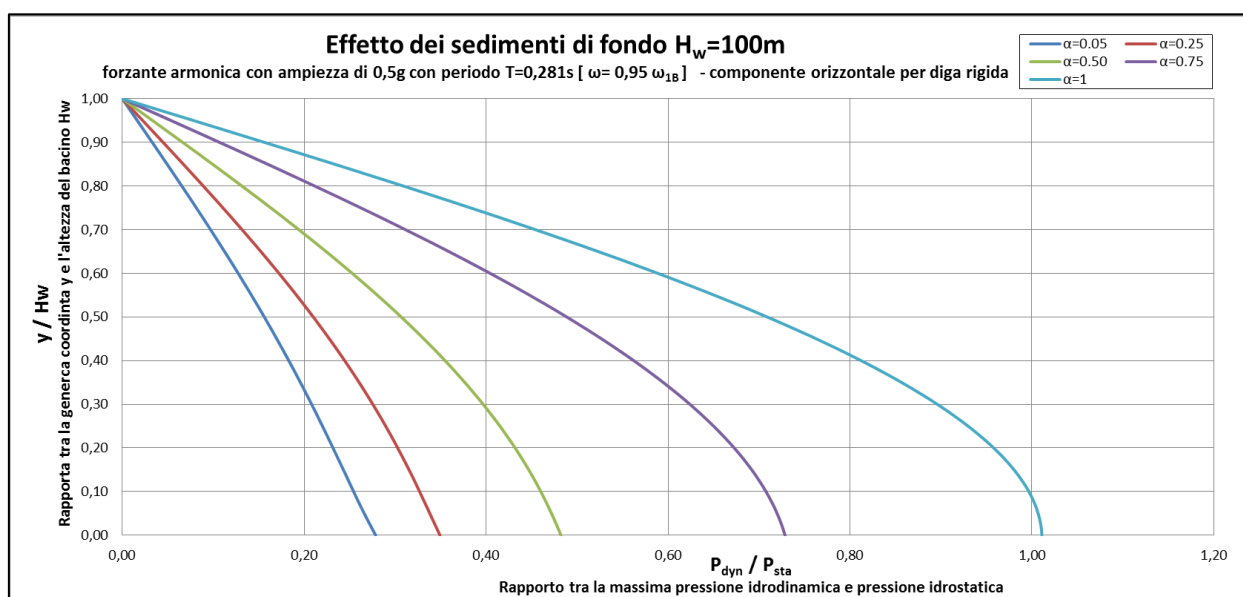


Figura 4.9- Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,281s$ [$\omega = 0,95\omega_{1B}$] al variare del coefficiente di riflessione α



Le figure soprastanti mostrano che l'assorbimento dei sedimenti di fondo aumenta in maniera inversamente proporzionale al coefficiente di riflessione α . Tale caratteristica diventa sempre più accentuata quanto più vicini si è alla risonanza; infatti si può notare che per un periodo della forzante pari a 0,281s, che equivale a $\omega = 0,95\omega_{1B}$, quindi molto vicini alla risonanza, si ottiene un abbattimento di circa il 30% della pressione idrodinamica tra il caso di fondo serbatoio rigido ($\alpha=1$) e fondo serbatoio semi-assorbente ($\alpha=0.75$).

P.forzante: T=0,281 [$\omega=0,95\omega_{1B}$] T=0,22 [$\omega=1,2\omega_{1B}$] T=0,26 [$\omega=0,8\omega_{1B}$]			
Coef.rifl.	P_{dyn}/P_{sta}	P_{dyn}/P_{sta}	P_{dyn}/P_{sta}
$\alpha=1$	1,01	0,77	0,85
Variazione % rispetto al caso di $\alpha=1$			
$\alpha=0,75$	-30%	-22%	-24%
$\alpha=0,50$	-52%	-40%	-44%
$\alpha=0,25$	-65%	-54%	-59%
$\alpha=0,05$	-72%	-63%	-69%

Tabella 4.2- Variazione % del rapporto tra la pressione idrodinamica su quella statica, al variare del coefficiente di riflessione α e periodo della forzante

Dalla tabella 4.2 è possibile notare come tale discorso si può estendere per la completa variazione del coefficiente di riflessione α all'interno del periodo della forzante vicino alla risonanza.



4.4.2.3 Pressione idrodinamica in rapporto di frequenza

Le analisi parametriche effettuate al variare del coefficiente di riflessione vengono rappresentate in questo paragrafo in rapporto di frequenza. Per chiarezza esplicativa, il simbolo ω rappresenta la frequenza di eccitazione della forzante, mentre ω_{1B} rappresenta la prima frequenza naturale del serbatoio pari a 3,75 Hz.

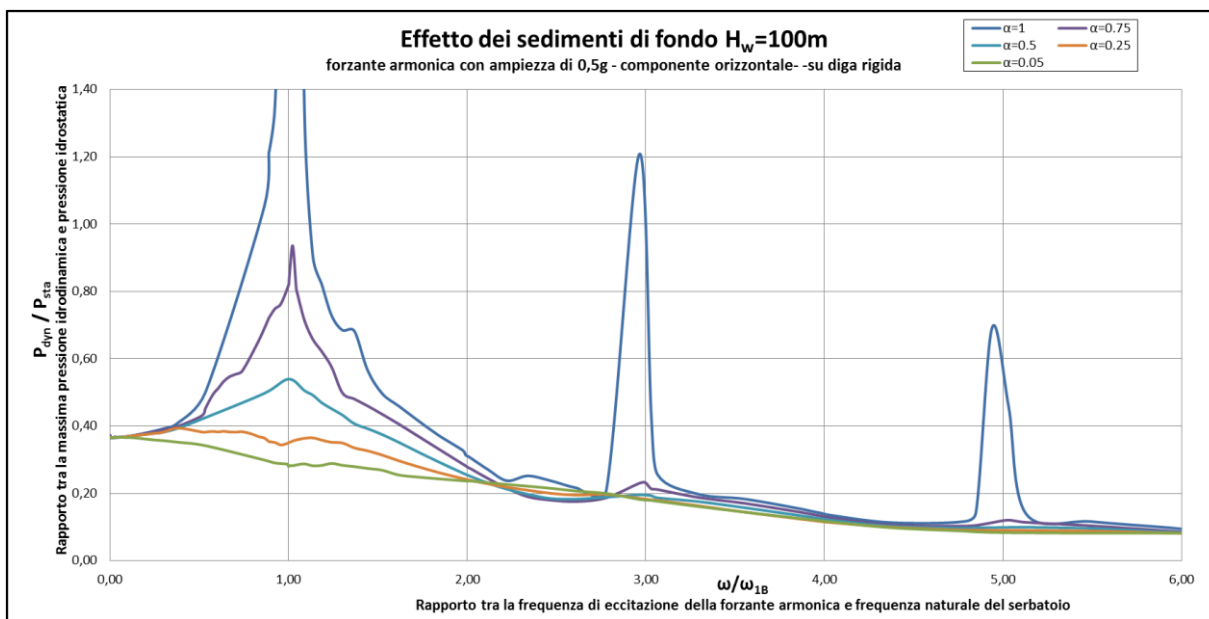


Figura 4.10 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del rapporto di frequenza ω/ω_{1B} al variare del coefficiente di riflessione α

Naturalmente dalla figura 4.10 si notano delle risonanze locali presenti in corrispondenza delle forme modali del bacino. Tuttavia tali amplificazioni vengono smorzate man mano che diminuisce il coefficiente di riflessione α ; inoltre tale smorzamento risulta essere maggiore nella zone colpite da fenomeni di risonanza. Da sottolineare che per ω che tende a zero la risposta diventa indipendente dal coefficiente di smorzamento, ed il rapporto di pressione idrodinamica e idrostatica per serbatoio di altezza 100m è sempre pari a 0,37.



4.4.2.4 Pressione idrodinamica in funzione del periodo della forzante

Per una maggiore comprensione del comportamento provocato dai sedimenti di fondo si riporta l'analisi parametrica anche in funzione del periodo della forzante, per evidenziare eventuali ripercussioni nei modi propri di vibrare del serbatoio.

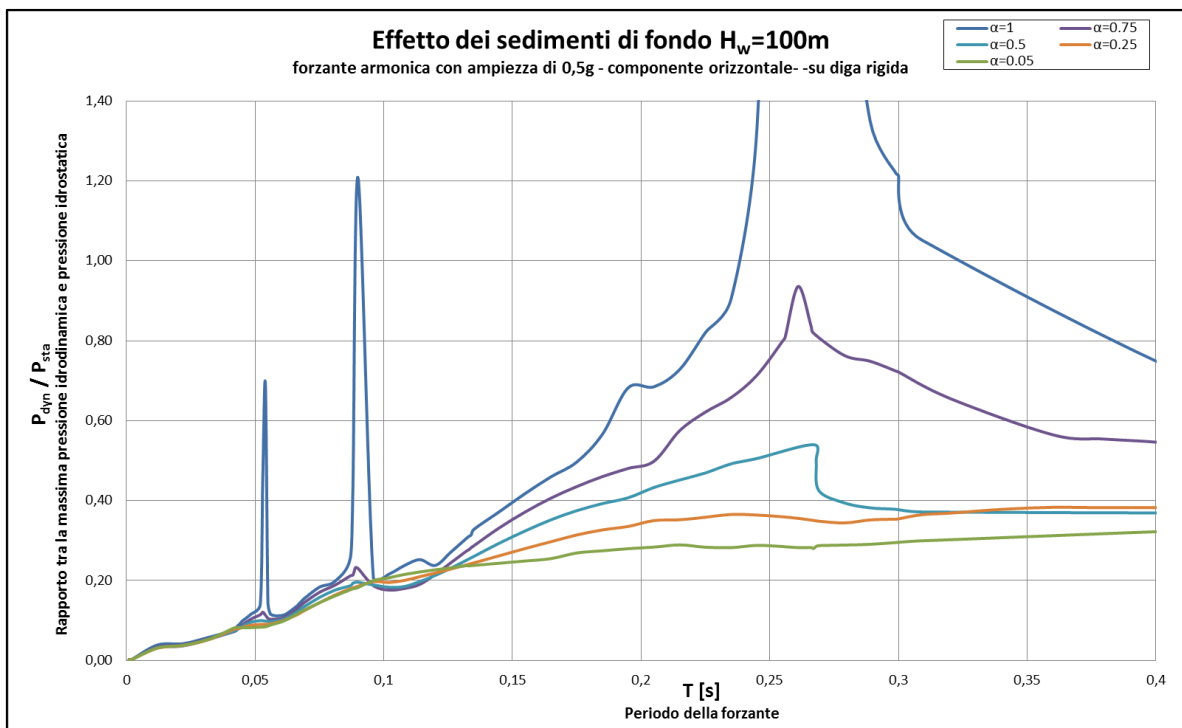


Figura 4.11 - Rapporto della pressione idrodinamica su quella idrostatica in funzione del periodo della forzante T

Dalla figura 4.11 è possibile osservare come i periodi propri di vibrazione del bacino rimangono i medesimi al variare del coefficiente di riflessione α . Si può constatare quindi che l'unico cambiamento si ottiene in termini di riduzione dell' ampiezza della risposta.

Analitico - Chopra		COMSOL - periodi				
	$\alpha=1$	$\alpha=1$	$\alpha=0,75$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,05$
T_{1B} [s]	0,267	0,266	0,267	0,267	0,267	0,267
T_{2B} [s]	0,133	0,132	0,132	0,132	0,132	0,132
T_{3B} [s]	0,089	0,090	0,089	0,089	0,089	0,089
T_{4B} [s]	0,067	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075
T_{5B} [s]	0,053	0,054	0,053	0,054	0,054	0,054

Tabella 4.3- Valori dei periodi propri del bacino determinati attraverso procedura analitica e numerica (Comsol)



4.4.2.5 Pressioni idrodinamiche al variare di α

Ulteriori analisi sono state eseguite per valutare l'assorbimento dei sedimenti di fondo in funzione del coefficiente di riflessione al variare dei periodi della forzante, per 4 altezze di invaso differenti: 100m, 75m, 50m e infine 25m. I periodi della forzante presi in considerazione risultano essere i seguenti:

- $\omega = 0,8 \omega_{1B}$
- $\omega = 1,2 \omega_{1B}$
- $\omega = 0,95 \omega_{1B}$
- $\omega = 1 \text{ Hz}$

In aggiunta a tali forzanti si diagramma il rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica ricavato attraverso la teoria di Zangar, illustrata precedentemente al primo capitolo. Si ricorda che questa teoria determina la pressione idrodinamica ipotizzando il fluido incomprimibile e diga rigida; pertanto si rende necessario diagrammare tali valori in quanto possono indicare se la soluzione di liquido incomprimibile può approssimare l'effetto dei sedimenti di fondo, come dimostrato da Chopra per basse frequenze.

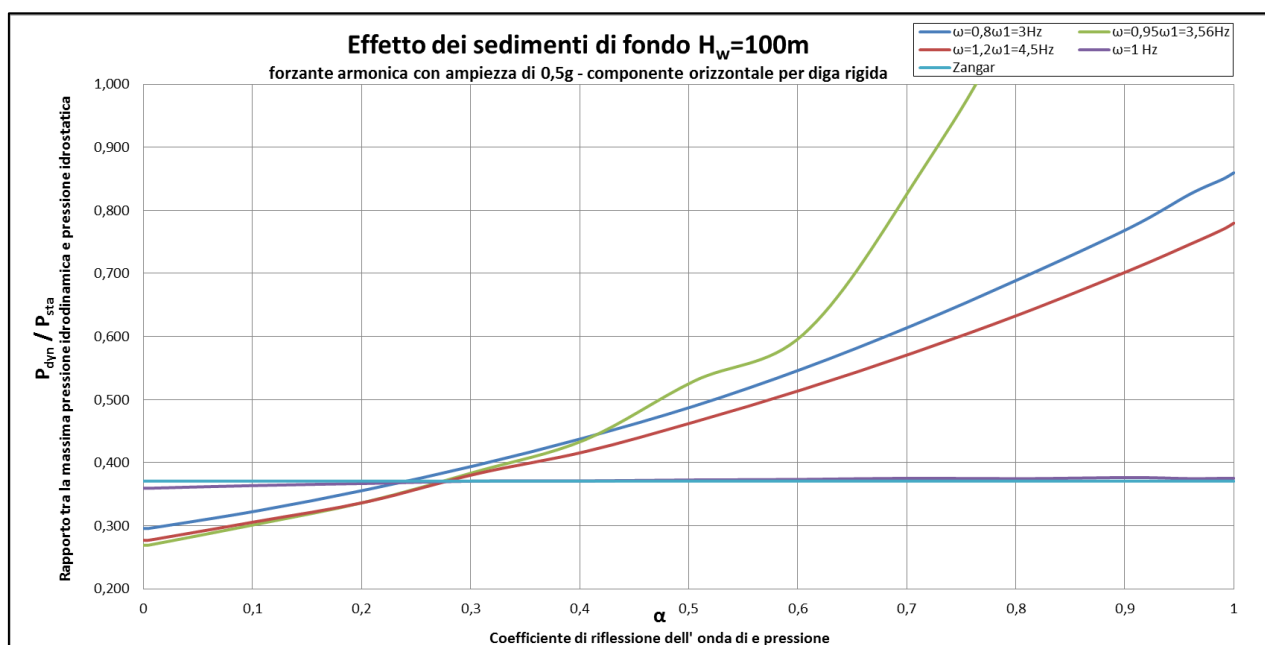


Figura 4.12 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=100m$

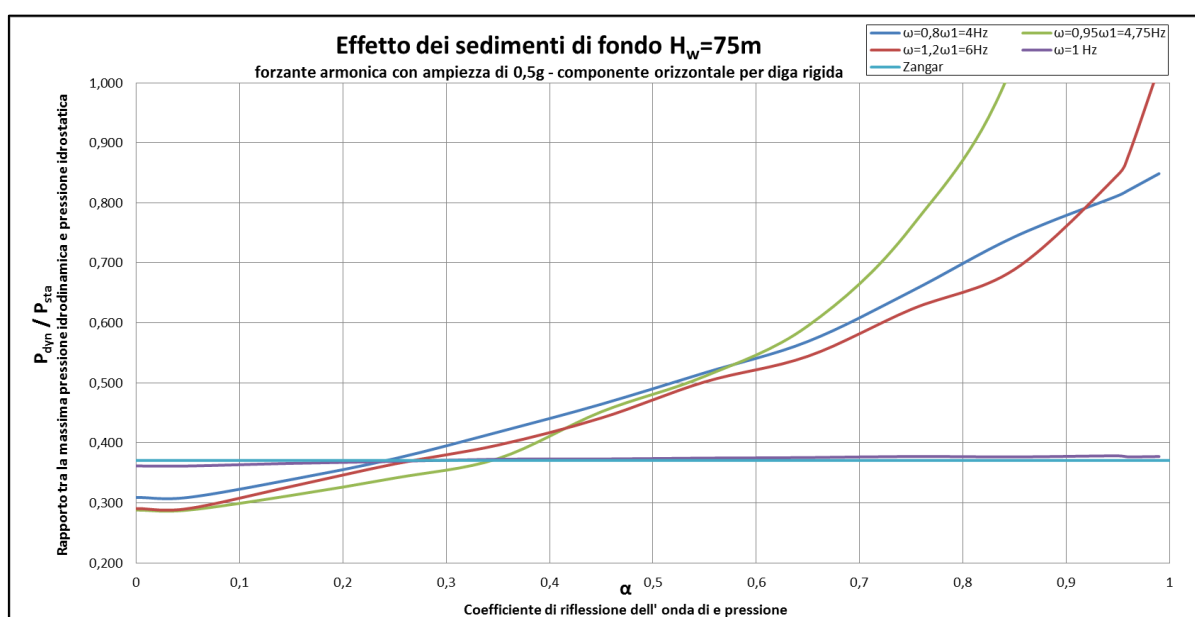


Figura 4.13 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=75m$

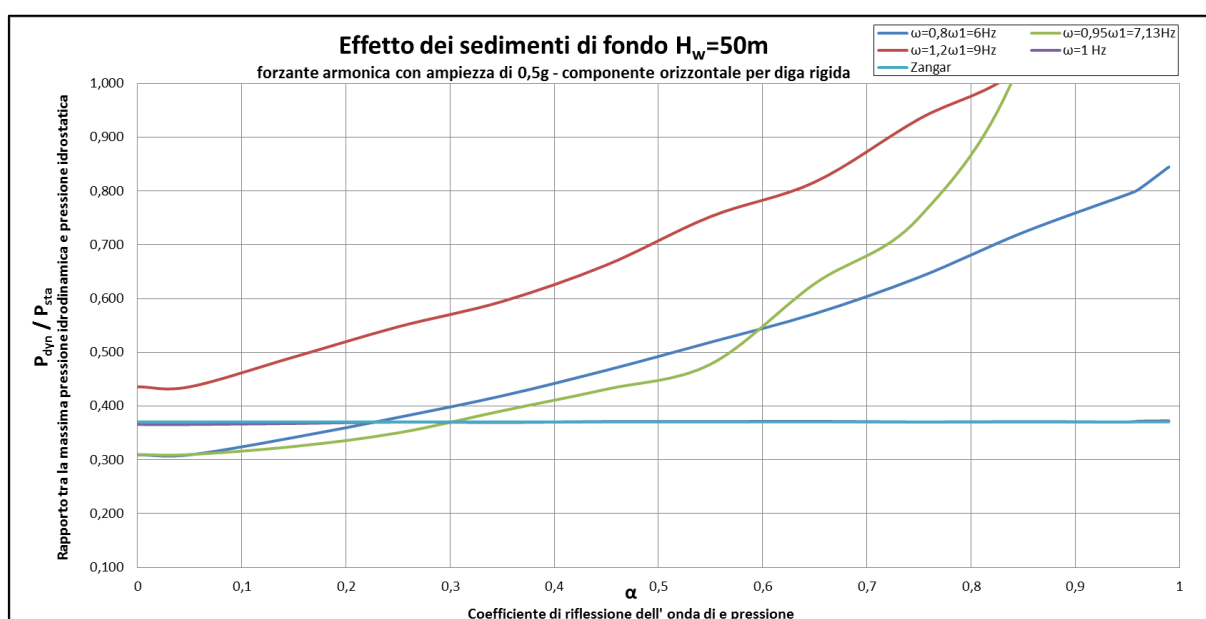


Figura 4.14 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=50m$

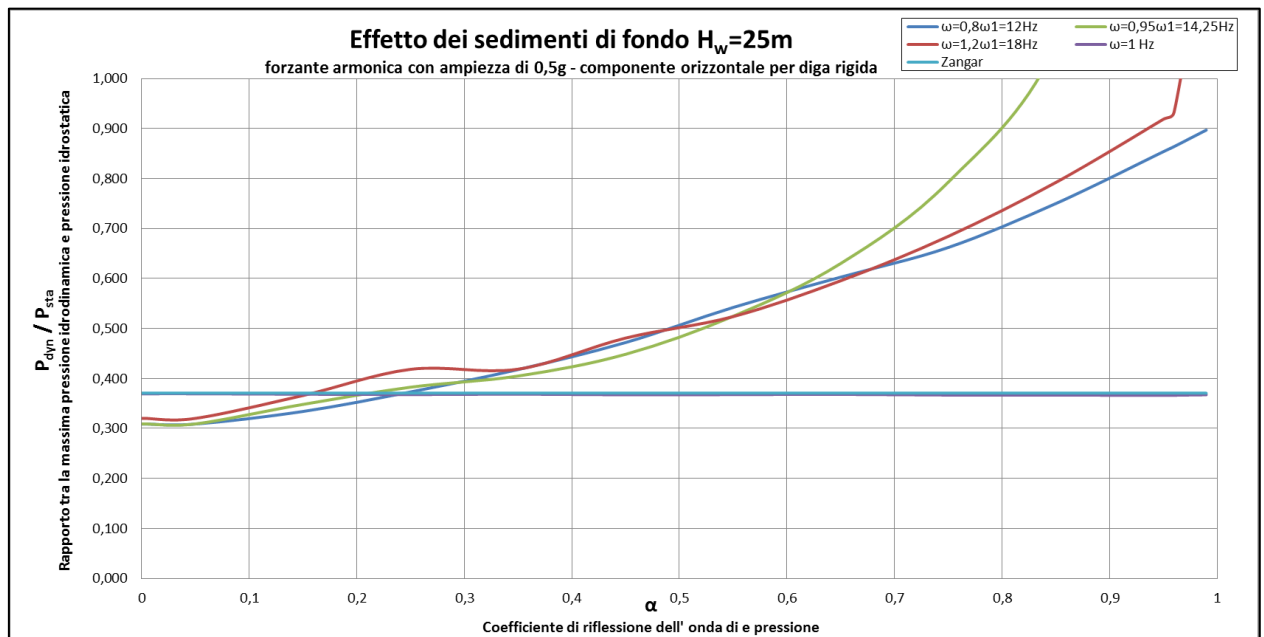


Figura 4.15 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=25m$

Al variare dell' altezza di invaso si nota che l' assorbimento prodotto dai sedimenti di fondo aumenta in maniera inversamente proporzionale al coefficiente di riflessione α .

Lo smorzamento risulta essere molto rilevante per forzanti con frequenza vicino a quella di risonanza; infatti in taluni casi l'assorbimento per coefficienti di riflessioni molto bassi porta ad un valore del rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica inferiore rispetto alle forzanti lontane dalla risonanza. Questo dimostra come l'effetto dei sedimenti sia fortemente dipendente dalla frequenza della forzante.

Inoltre dalle presenti simulazioni viene confermato quanto dimostrato da Chopra; per frequenze basse (nel presente caso studio $\omega=1Hz$) il fluido può essere schematizzato come incomprimibile, poiché l'assorbimento prodotto dai sedimenti di fondo risulta essere nullo. Infatti nelle figura 4.12 , 4.13 , 4.14 e 4.15 si nota la perfetta coincidenza tra la soluzione con forzante pari ad $\omega=1Hz$ con quella di liquido incomprimibile determinata attraverso la teoria di Zangar.



4.4.2.6 Conclusioni Diga rigida

Dalle simulazioni effettuate è possibile riscontrare le seguenti conclusioni prodotte dai sedimenti di fondo per diga rigida:

- **Assorbimento fortemente dipendente dalla frequenza della forzante**
 - Per diga rigida si può constatare che l'assorbimento da parte dei sedimenti di fondo è generalmente inversamente proporzionale al coefficiente di riflessione α ; infatti si può affermare che per tutte le altezze di vaso, del presente caso di studio, una diminuzione del coefficiente di riflessione si traduce in una riduzione della pressione idrodinamica. Tuttavia tale smorzamento risulta essere molto maggiore per forzanti con frequenza vicino a quella di risonanza. Questo dimostra come l'assorbimento sia funzione della frequenza della forzante.
- **Liquido incompressibile approssima bene forzanti con frequenza basse**
 - Da come osservato al p.to 4.4.1.3 e 4.4.1.4, esistono determinate forzanti che non sono influenzate dai sedimenti fondo. Stiamo parlando di forzanti con rapporto ω/ω_{1B} che tende a zero, la cui risposta tende ad uniformarsi su un valore stazionario. Quindi è possibile concludere che, come per la forzante con frequenza pari ad 1Hz, tutte le forzanti di bassa frequenza, come dimostrato dalla teoria di Chopra, non sono influenzate dalla presenza dei sedimenti di fondo. Per talune forzanti è possibile approssimare il fluido come incompressibile, per esempio utilizzando la teoria di Zangar.



4.4.3 Diga Flessibile

In questo paragrafo, si vuole fare luce sull'effetto che introduce l'interazione fluido-struttura nei sedimenti di fondo per diga flessibile. Le simulazioni verranno svolte in analogia al precedente caso per Diga Rigida.

4.4.3.1 Caratteristiche dinamiche del bacino

Per comprendere l'influenza che i sedimenti di fondo hanno sui modi propri di vibrare vengono calcolati i periodi relativi alle forme modali del solo bacino in maniera analitica:

$$T_b = \frac{4H_w}{nc} \quad (4.25)$$

Con:

- H_w altezza d'invaso del bacino espressa in [m];
- n numero della forma modale;
- c velocità onde sonore in acqua [$c=1500$ m/s].

PERIODI					FREQUENZE				
H_s [m]	100	75	50	25	H_s [m]	100	75	50	25
T_{1B} [s]	0,267	0,200	0,133	0,067	ω_{1B} [Hz]	3,75	5,00	7,50	15,00
T_{2B} [s]	0,133	0,100	0,067	0,033	ω_{2B} [Hz]	7,50	10,00	15,00	30,00
T_{3B} [s]	0,089	0,067	0,044	0,022	ω_{3B} [Hz]	11,25	15,00	22,50	45,00
T_{4B} [s]	0,067	0,050	0,033	0,017	ω_{4B} [Hz]	15,00	20,00	30,00	60,00
T_{5B} [s]	0,053	0,040	0,027	0,013	ω_{5B} [Hz]	18,75	25,00	37,50	75,00
T_{6B} [s]	0,044	0,033	0,022	0,011	ω_{6B} [Hz]	22,50	30,00	45,00	90,00

Tabella 4.4-Periodi e frequenze naturali del bacino al variare del livello di invaso

4.4.3.2 Caratteristiche dinamiche bacino-struttura

Il periodo proprio di vibrare dell'interazione fluido-struttura viene calcolato con il metodo semplificato elaborato da Fenves e Chopra (14). La procedura che viene seguita, risulta essere la seguente:

- 1) Si calcola il periodo fondamentale della struttura T_s , in condizioni di bacino vuoto e suolo rigido:

$$T_s = 1,4 \frac{H_s}{\sqrt{E_s}} = 0,241s \quad (4.26)$$

La relazione di tipo empirico richiede H_s espresso in ft ed E_s in psi.

- 2) Calcolo del periodo considerando l'interazione acqua-struttura:

$$\bar{T}_r = R_r \cdot T_s \quad (4.27)$$

Il valore del coefficiente R_r , è stato tabellato dagli autori in funzione del modulo elastico del calcestruzzo e del rapporto h/H_s , dove h è



l'altezza del pelo libero e H_s l'altezza della struttura.

	R_r	T_r	ω_r
$\alpha=1$	1,341	0,323	3,09
$\alpha=0,75$	1,341	0,323	3,09
$\alpha=0,50$	1,316	0,317	3,15
$\alpha=0,25$	1,282	0,309	3,23
$\alpha=0,05$	1,256	0,303	3,30

Figura 4.5 – Periodi propri di vibrazione del sistema struttura-bacino, calcolati con il metodo semplificato di Fenves e Chopra al variare di α

4.4.3.3 Distribuzioni di pressioni

Per valutare l'assorbimento dei sedimenti di fondo, al variare del coefficiente di riflessione sono state effettuate analisi *Time_History* con tre diverse frequenze della forzante:

- $\omega = 0,7\omega_r$
- $\omega = 1,3\omega_r$
- $\omega = 0,95\omega_r$

A differenza del caso con diga rigida, sono state prese in considerazione due forzanti lontane dalla risonanza del sistema bacino-struttura, ed una in prossimità, proprio per mettere in luce la variazione dell'assorbimento dei sedimenti di fondo.

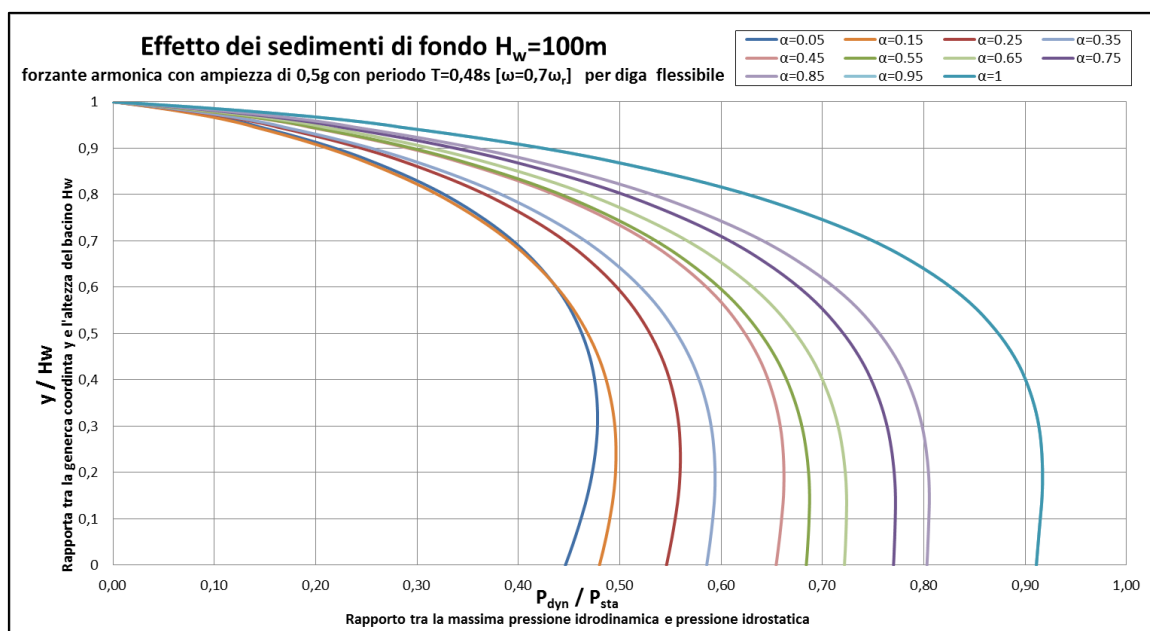


Figura 4.16 – Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y/H_w (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,48s$ ($\omega=0,7\omega_r$) al variare del coefficiente di riflessione α

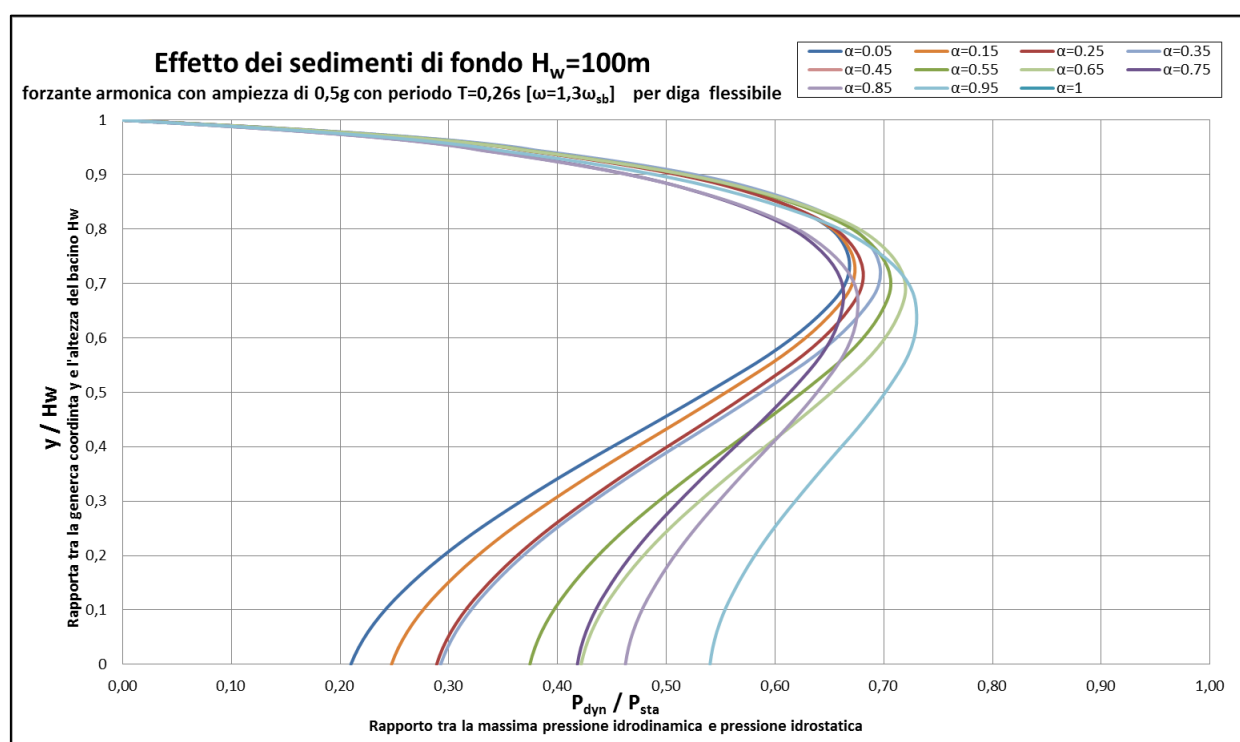


Figura 4.17 – Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y/H_w (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,26s$ ($\omega=1,3\omega_r$) al variare del coefficiente di riflessione α

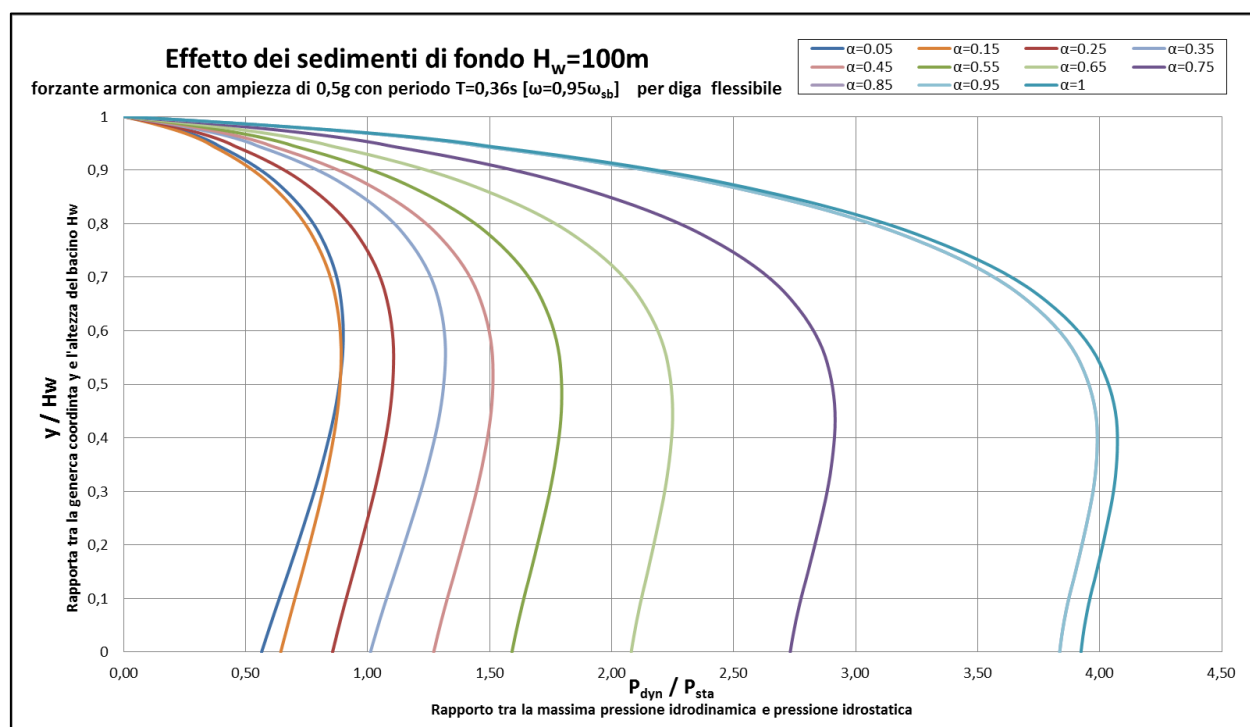


Figura 4.18– Distribuzione della pressione in funzione della coordinata spaziale y/H_w (altezza diga), per una forzante armonica di periodo $T=0,36s$ ($\omega=0,95\omega_r$) al variare del coefficiente di riflessione α



In linea generale l'effetto prodotto dai sedimenti di fondo per diga flessibile sulla distribuzione della pressione risulta avere molte somiglianze con il caso di diga rigida. Infatti si nota come l'assorbimento diventa notevole nel caso in cui la forzante abbia un periodo molto vicino a quello di risonanza. Con forzante fuori fase, analogamente al caso di diga rigida lo smorzamento prodotto dai sedimenti di fondo risulta essere inversamente proporzionale al coefficiente di riflessione α .

Nella tabella 4.6 viene dimostrato in termini numerici l'influenza della frequenza della forzante sull'assorbimento dei sedimenti di fondo.

P. forzante:	T= 0,36 [$\omega=0,95\omega_r$]	T= 0,26 [$\omega=1,2\omega_r$]	T= 0,48 [$\omega=0,8\omega_r$]
Coef. rifl.	P_{dyn}/P_{sta}	P_{dyn}/P_{sta}	P_{dyn}/P_{sta}
$\alpha =1$	3,92	0,54	0,91
Variazione % rispetto al caso di $\alpha =1$			
$\alpha =0,95$	-2%	-1%	-4%
$\alpha =0,85$	-18%	-14%	-12%
$\alpha =0,75$	-30%	-23%	-15%
$\alpha =0,65$	-47%	-22%	-21%
$\alpha =0,55$	-59%	-31%	-25%
$\alpha =0,45$	-68%	-40%	-28%
$\alpha =0,35$	-74%	-46%	-36%
$\alpha =0,25$	-78%	-47%	-40%
$\alpha =0,15$	-84%	-54%	-47%
$\alpha =0,05$	-86%	-61%	-51%

Tabella 4.6- Variazione % del rapporto tra la pressione idrodinamica su quella statica, al variare del coefficiente di riflessione α e periodo della forzante

Nella prima colonna è rappresentata la variazione percentuale del rapporto della pressione idrodinamica su quella idrostatica sulla coordinata $y/H_w=0$ rispetto al caso in cui il fondo serbatoio è rigido, per forzante molto vicina alla risonanza del sistema digabacino; nelle altre due rimanenti colonne sono riportati i medesimi risultati per forzanti con periodo fuori fase. La variazione riscontrata è molto maggiore per forzante con periodo vicino alla risonanza, che per periodi fuori fase.



4.4.3.4 Pressione idrodinamica in rapporto di frequenza

Analogamente al caso di diga rigida, si riportano i risultati dell'analisi parametrica in termini di rapporto di frequenza. Si ricorda che il simbolo ω rappresenta la frequenza di eccitazione della forzante, mentre ω_{1B} rappresenta la prima frequenza naturale del serbatoio pari a 3,75 Hz.

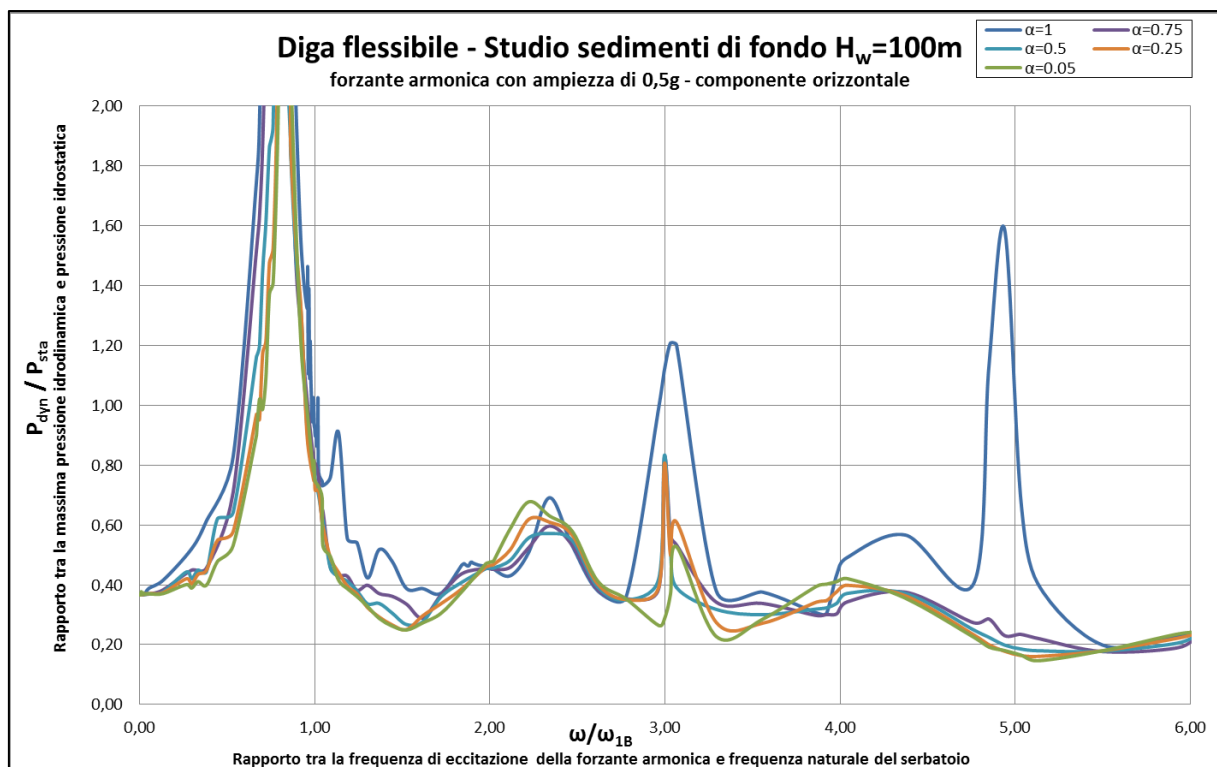


Figura 4.19 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del rapporto di frequenza ω/ω_{1B} al variare del coefficiente di riflessione α

L'analisi parametrica, mostrata attraverso la figura 4.19 riporta, diversamente dal caso di diga rigida, diverse risonanze locali. Naturalmente tali amplificazioni locali sono causate dai modi di vibrare introdotti con la flessibilità della diga.

Si ottiene la massima amplificazione in risposta quando la frequenza di eccitazione risulta essere pari a quella che individua il primo modo di vibrare del sistema diga-bacino. Infatti è possibile osservare come con fondo serbatoio rigido ($\alpha=1$) si raggiunge la massima ampiezza in risposta per $\omega/\omega_{1B} = 0,78$ che corrisponde al rapporto di frequenza caratterizzante il modo proprio di vibrare del sistema diga-serbatoio. Si può notare come tale rapporto di frequenza al diminuire del coefficiente di riflessione si sposta verso destra. Per maggiore chiarezza, nella tabella 4.9 vengono mostrati i rapporti di frequenza per ogni valore del coefficiente α rappresentanti il primo modo proprio di vibrare del



sistema diga-serbatoio e che quindi comportano la massima amplificazione in termini di pressione idrodinamica.

Rapporto ω/ω_{1B}	
$\alpha = 1$	0,8
$\alpha = 0,75$	0,80
$\alpha = 0,50$	0,80
$\alpha = 0,25$	0,81
$\alpha = 0,05$	0,83

Tabella 4.7- Valore del rapporto di frequenza ω/ω_{1B} caratterizzante il primo modo proprio di vibrare del sistema diga serbatoio.

In analogia alla teoria di Chopra, per diga flessibile i sedimenti di fondo spostano lievemente il rapporto di frequenza che causa la risonanza del sistema diga-bacino.

4.4.3.5 Pressione idrodinamica in funzione del periodo della forzante

L'analisi parametrica viene riportata, per maggiore comprensione anche in termini del periodo della forzante. Nella figura 4.20 viene riportato in ordinata il rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica e in ascissa il periodo della forzante.

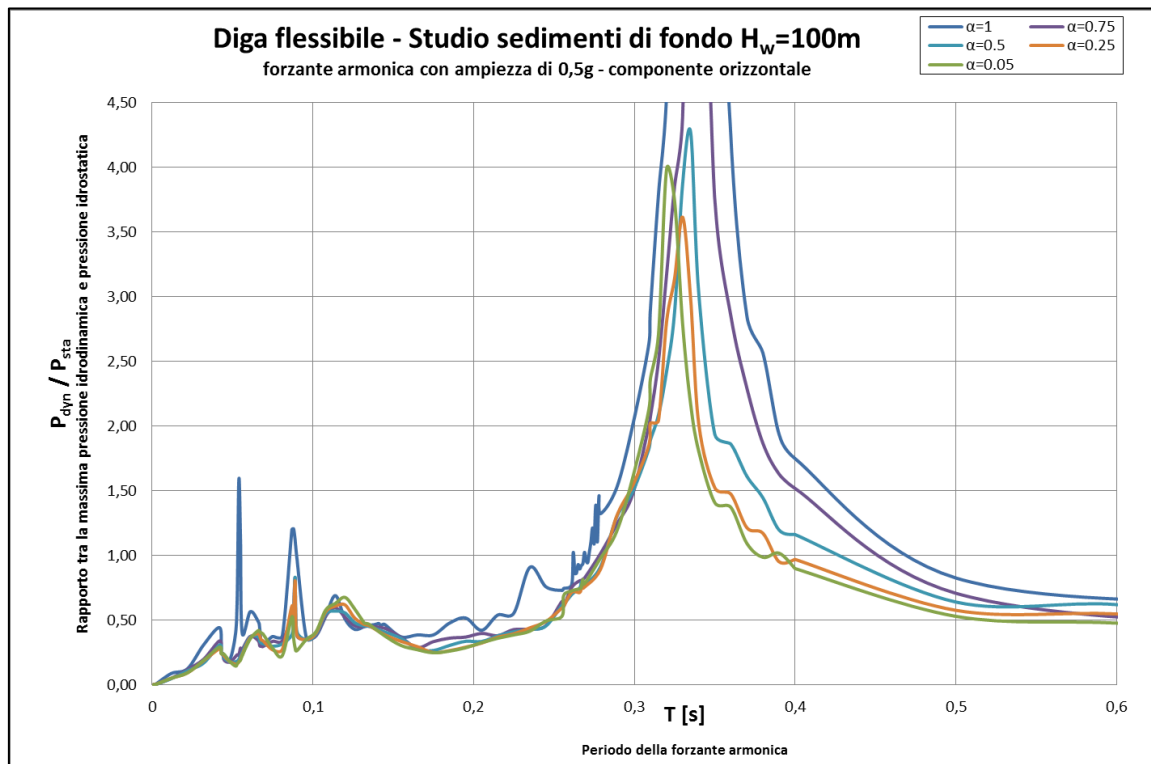


Figura 4.20 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del rapporto del periodo della forzante al variare del coefficiente di riflessione α



Si può constatare che per diga flessibile l'assorbimento da parte dei sedimenti di fondo non risulta avere una diretta correlazione all'intensità del coefficiente di riflessione α . Diminuendo il coefficiente α si ottiene una riduzione della risposta, ma in ogni caso non è possibile predire, come nel caso di diga rigida, che tale diminuzione sia proporzionale al valore di α . Inoltre è possibile notare una leggera variazione del periodo di risonanza dovuto all'interazione struttura-bacino, in accordo con la teoria semplificata di Fenves e Chopra, mentre rimangono invariati quelli dovuti ai modi propri del bacino. Di seguito si riporta una tabella che elenca schematicamente la variazione di tale periodo:

Periodi del modo di vibrare del sistema Diga - Bacino										
T_R [s]	$\alpha = 1$		$\alpha=0,75$		$\alpha=0,50$		$\alpha=0,25$		$\alpha=0,05$	
	Chopra	Comsol	Chopra	Comsol	Chopra	Comsol	Chopra	Comsol	Chopra	Comsol
	0,323	0,34	0,323	0,335	0,317	0,335	0,309	0,33	0,303	0,32

Tabella 4.8 - Variazione del periodo relativo al primo modo proprio di vibrare del sistema Diga-Serbatoio

I risultati presentati nella tabella 4.8 mostrano chiaramente una lieve variazione del periodo relativo al primo modo di vibrare. Inoltre si nota che il metodo semplificato di Fenves e Chopra riesce a cogliere con un modesto margine di errore la variazione del periodo. Si conferma ancora una volta la validità di questa procedura semplificata.



4.4.3.6 Pressioni idrodinamiche al variare di α

Ulteriori analisi sono state eseguite per valutare l'assorbimento dei sedimenti di fondo in funzione del coefficiente di riflessione α al variare dei periodi della forzante, per 4 altezze di invaso differenti: 100m, 75m, 50m e infine 25m, lasciando inalterata l'altezza della diga. I periodi presi in considerazione risultano essere i seguenti:

- $\omega = 0,7 \omega_{1B}$
- $\omega = 1,3 \omega_{1B}$
- $\omega = 0,95 \omega_{1B}$
- $\omega = 1 \text{ Hz}$

In analogia alla trattazione per Diga Rigida, si riporta il rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica ricavato attraverso la teoria di Zangar, finalizzata a schematizzare il fluido incompressibile su diga rigida. Tale andamento sarà un utile strumento di confronto per trarre le opportune conclusioni.

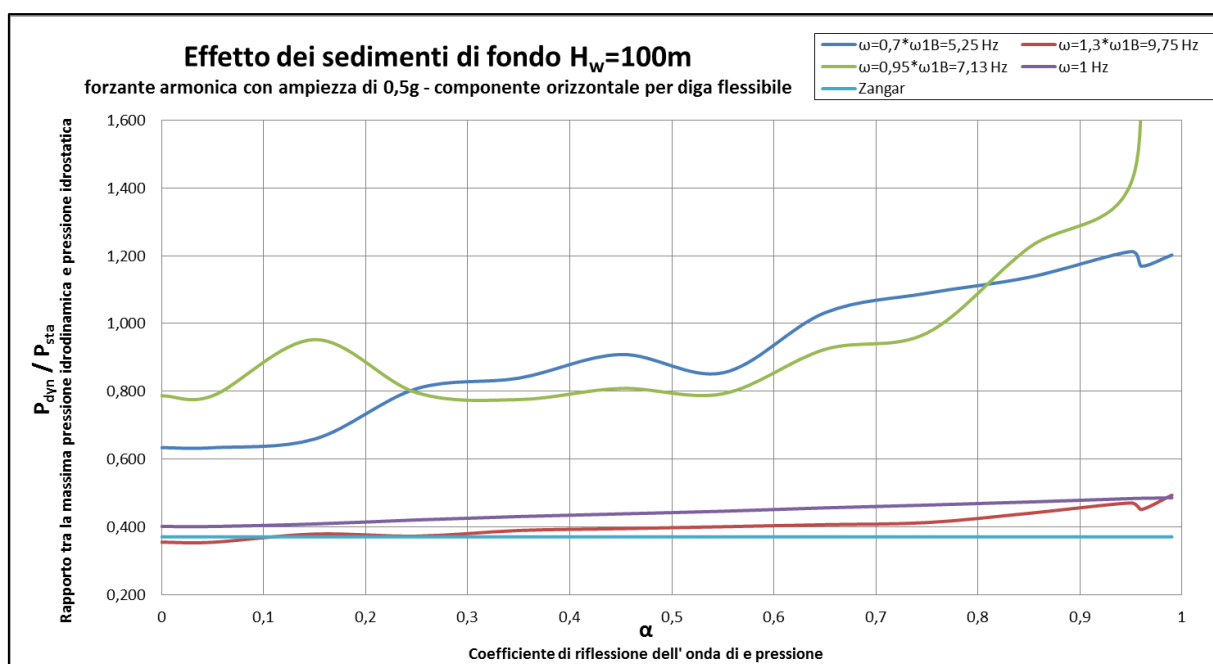


Figura 4.21 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=100\text{m}$

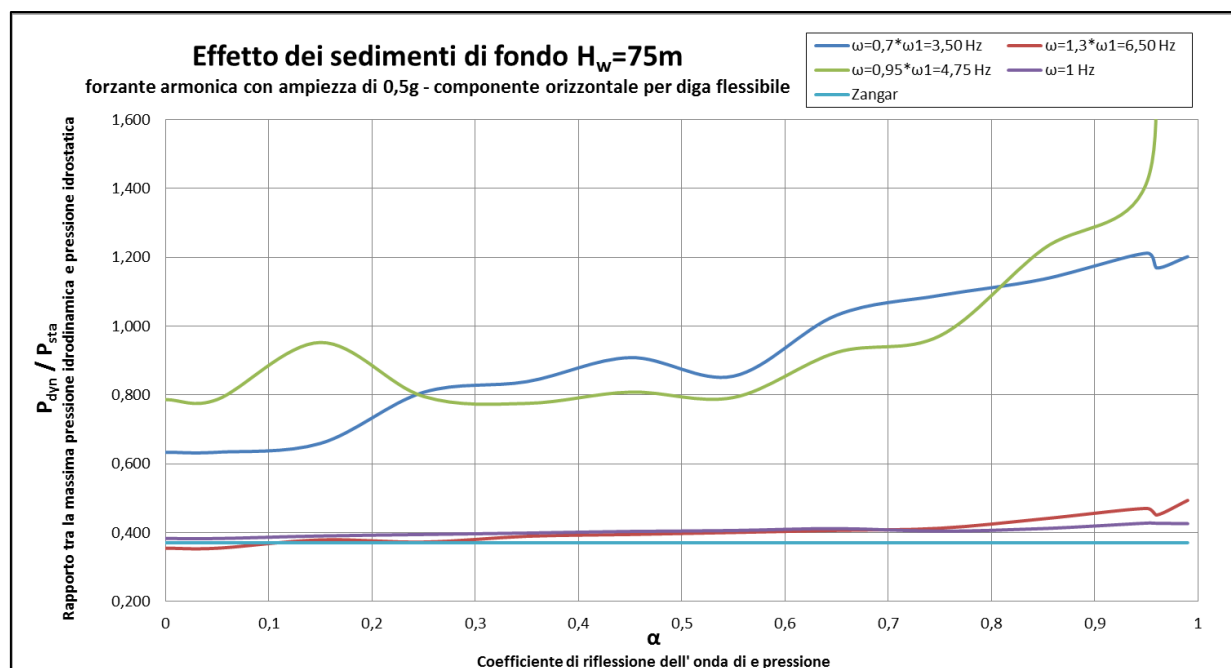


Figura 4.22 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=75m$

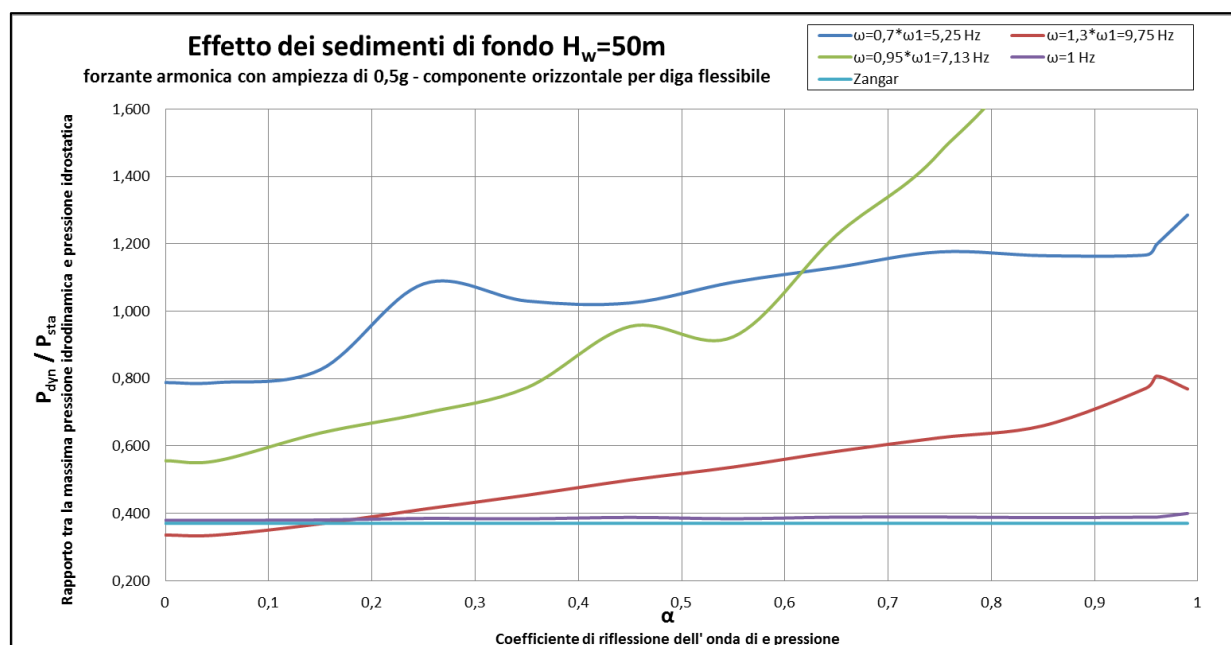


Figura 4.23 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=50m$

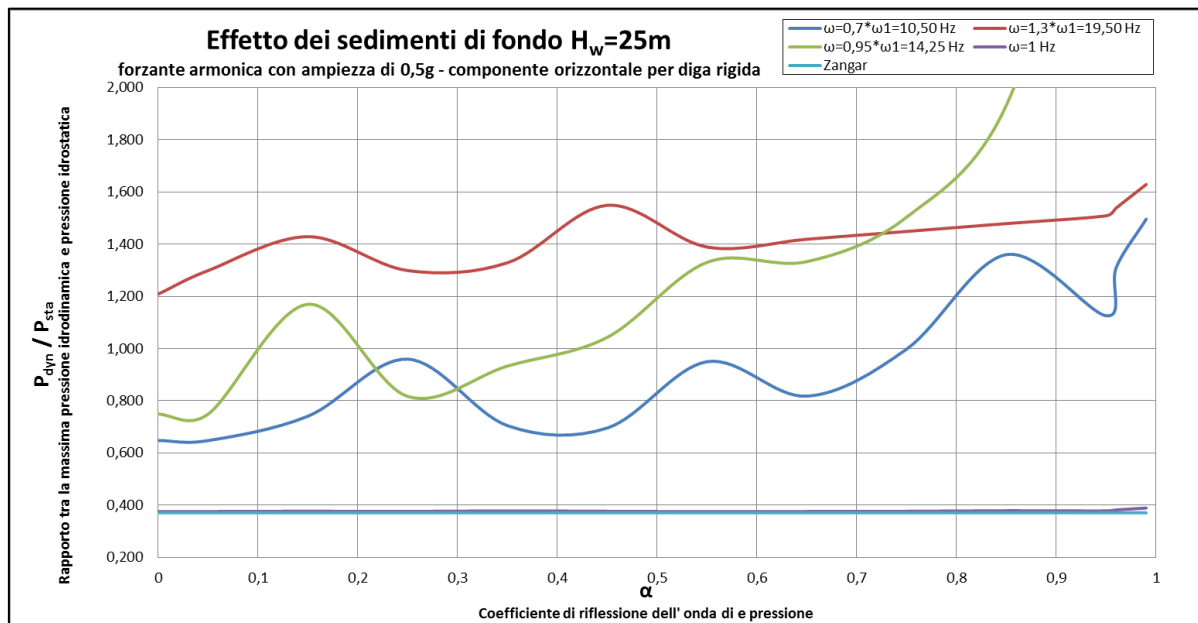


Figura 4.24 – Rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica in funzione del coefficiente di riflessione α per $H_w=25m$

L'interazione fluido-struttura gioca un ruolo fondamentale nell'assorbimento da parte dei sedimenti di fondo serbatoio. Come già osservato nei precedenti paragrafi il parametro α per diga flessibile non risulta essere proporzionale al valore dello stesso, ma l'assorbimento dei sedimenti di fondo assume un'aliquota variabile a seconda del valore della forzante e del coefficiente α . L'interazione diga-bacino introduce la dipendenza dalla frequenza nelle equazioni del moto della diga complicando notevolmente anche le forme delle curve di risposta. Inoltre si riscontra una caratteristica analoga al caso di diga rigida: per basse frequenze è possibile studiare il sistema diga-bacino con la teoria di Fluido incompressibile, poiché i sedimenti non producono alcun tipo di smorzamento.



4.4.3.7 Conclusioni Diga flessibile

Le simulazioni effettuate con diga flessibile introducono alcuni parametri che inevitabilmente portano ad alcune difformità rispetto al caso di diga rigida. Per maggiore comprensione si riportano le conclusioni in maniera schematica ai seguenti punti:

- **Assorbimento fortemente dipendente dalla frequenza della forzante e dal rapporto di rigidità tra struttura e bacino**
 - Per diga flessibile si riscontra che l'assorbimento da parte dei sedimenti di fondo non risulta essere proporzionale al coefficiente α , ma assume diversi valori in funzione dell'interazione fluido-struttura che introduce inevitabilmente una dipendenza dalla frequenza. Infatti dalle simulazioni effettuate è stato possibile osservare come, a differenza per il caso di diga rigida, una diminuzione del coefficiente di riflessione non comporti necessariamente un maggiore assorbimento.
- **Liquido incompressibile approssima bene forzanti con frequenza basse**
 - Analogamente al caso di diga rigida, forzanti con basse frequenze possono essere schematizzate con la teoria di fluido incompressibile, il quale equivale ad un notevole risparmio di carattere computazionale. Dalle figure 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24 è possibile notare come la soluzione determinata attraverso modello F.E.M. per forzante con frequenza di 1Hz sia molto vicina alla soluzione ricavata analiticamente attraverso la teoria di Zangar.



5. CAPITOLO 5 – Studio del sistema Diga-Bacino-Fondazione

5.1 Introduzione

La risposta di una diga durante un evento sismico dipende da molti fattori, quali il movimento del terreno, la fondazione, il bacino e il corpo diga. I danni sostenuti nei terremoti recenti come a Kobe nel 1995 hanno messo in luce come il comportamento sismico dell'intero sistema diga-bacino-fondazione è influenzato principalmente dalla fondazione ed il terreno. Quindi diventa imperativo considerare l'effetto dell'interazione tra la fondazione ed il sistema diga-bacino.

Il primo studio che si occupò di analizzare l'interazione tra la fondazione ed il sistema diga-bacino ci viene fornito da Chopra nel 1969 (99). Si tratta di una metodologia completamente analitica capace di implementare la fondazione nelle analisi agli elementi finiti come un solido elastico senza proprietà inerziali. Successivamente Chopra (14) elaborò una procedura semplificata che permette di tener conto dell'interazione tra fondazione e sistema diga-bacino. Questa procedura semplificata è oggi contenuta in molti codici normativi internazionali.

Lo scopo principale di questo capitolo è quello di esaltare gli aspetti principali dell'interazione fondazione-struttura-bacino. In primo luogo si ripercorre il metodo semplificato di Chopra (14), traendo le opportune conclusioni. Successivamente, per uno studio maggiormente accurato si procederà ad una modellazione agli elementi finiti mediante il software *Comsol Multiphysics*. Saranno presi in esame tutti i principali aspetti che giocano un ruolo fondamentale in questa interazione. Particolare importanza verrà inoltre rivolta ad un confronto dei risultati ottenuti attraverso la procedura semplificata di Chopra e il metodo agli elementi finiti.



5.2 Teoria di Chopra anni 80'

Le analisi sismiche delle dighe in calcestruzzo hanno percorso una lunga evoluzione, progredendo dal tradizionale *metodo statico* per computare le forze dinamiche di progetto. Con l'aiuto delle analisi dinamiche, considerando gli effetti di interazione tra la diga, il serbatoio, e la fondazione è stato dimostrato che le tradizionali procedure di progetto hanno delle limitazioni poiché sono basate su delle ipotesi non realistiche, quali diga rigida, fondazione rigida. Per migliorare le procedure di progettazione, Chopra e Fenves negli anni 80' forniscono una versione semplificata delle generiche analisi dinamiche.

Inoltre tale metodo, successivamente, è stato perfezionato sempre dagli stessi autori che hanno incluso oltre agli effetti dell' interazione del sistema diga-bacino-fondazione, i sedimenti di fondo del serbatoio. Questa procedura semplificata restituisce una distribuzione di forze laterali provocate dal modo di vibrazione fondamentale.

Inoltre è stata inclusa una "*correzione statica*" per tener conto dello smorzamento prodotto dai modi superiori di vibrazione.

5.2.1 Procedimento

Considerando solo il primo modo di vibrare della diga, il massimo effetto provocato dal movimento sismico orizzontale del terreno può essere rappresentato attraverso forze equivalenti laterali agenti sulla faccia di monte della diga fornite dalla relazione,

$$f_1(y) = \frac{\bar{L}_1}{\bar{M}^*} \frac{S_a(\bar{T}_s, \bar{\xi}_1)}{g} [w_s(y)\xi(y) + g\bar{p}_1(y, \bar{T}_r)] \quad (5.1)$$

Nell'equazione, la coordinata y è misurata dalla base della diga lungo la sua altezza, $w_s(y)$ rappresenta il peso della diga per unità di altezza e,

$$\bar{M}^* = M^* + Re \left[\int_0^H \bar{p}_1(y, \bar{T}_r) \xi(y) dy \right] \quad (5.2)$$

$$M^* = \frac{1}{g} \int_0^{H_s} w_s(y) \xi^2(y) dy \quad (5.3)$$

$$\bar{L}_1 = L_1 + \int_0^H \bar{p}_1(y, \bar{T}_r) dy \quad (5.4)$$

$$L_1 = \frac{1}{g} \int_0^{H_s} w_s(y) \xi(y) dy \quad (5.5)$$



Dove M^* = massa generalizzata, L_1 = coefficiente di forza sismica generalizzato, $\xi(y)$ = componente di spostamento orizzontale del paramento di monte della diga nella forma modale del modo fondamentale ricavato con le ipotesi di fondazione rigida e assenza di serbatoio, $\bar{p}_1(y, \bar{T}_r)$ = rappresenta la pressione idrodinamica sul paramento di monte dovuta all'accelerazione armonica di periodo \bar{T}_r nel modo fondamentale di vibrare e dipendente dal valore di $R_w = \frac{T_1^r}{\bar{T}_r}$, dove $T_1^r = \frac{4H}{c}$ rappresenta il periodo fondamentale del serbatoio, H = la profondità dell'acqua invasata, H_s = l'altezza della struttura, $S_a(\bar{T}_1, \bar{\xi}_1)$ = ordinata spettrale in corrispondenza del periodo \bar{T}_1 e con smorzamento $\bar{\xi}_1$ del sistema equivalente diga – acqua – fondazione.

In particolare i vari termini presenti nell'equazione sopra, sono ricavati mediante la determinazione delle seguenti grandezze.

Il periodo proprio di vibrare del sistema equivalente ad un grado di libertà rappresentante la risposta del modo fondamentale della diga con fondazione rigida e serbatoio di monte è,

$$\bar{T}_r = R_r \cdot T_s \quad (5.6)$$

Nella quale T_1 = periodo fondamentale di vibrare della diga su fondazione rigida in assenza di serbatoio.

Il periodo proprio di vibrare del sistema equivalente ad un grado di libertà rappresentante la risposta del modo fondamentale della diga con fondazione flessibile e assenza del serbatoio di monte è,

$$\bar{T}_f = R_f \cdot T_1 \quad (5.7)$$

Il periodo proprio di vibrare del sistema equivalente ad un grado di libertà rappresentante la risposta del modo fondamentale della diga con fondazione flessibile e serbatoio di monte approssimativamente dato da,

$$\bar{T}_1 = R_r \cdot R_f \cdot T_1 \quad (5.8)$$

Lo smorzamento del sistema equivalente può essere calcolato ,

$$\bar{\xi}_1 = \frac{1}{R_r} \frac{1}{(R_f)^3} \xi_1 + \xi_r + \xi_f \quad (5.9)$$

Dove ξ_1 = smorzamento del corpo diga su fondazione rigida, ξ_r = smorzamento dovuto all'interazione diga – serbatoio ed ai sedimenti di fondo, ξ_f = smorzamento dovuto all'interazione diga fondazione.



I passi significativi di tale metodo, proposto da Chopra e Fenves per il calcolo delle pressioni idrodinamiche, possono essere così descritti:

- 1) Calcolo del periodo fondamentale della struttura T_1 , in condizioni di bacino vuoto e suolo rigido:

$$T_s = 1,4 \frac{H_s}{\sqrt{E_s}} \quad (5.10)$$

La relazione di tipo empirico richiede H_s espresso in ft ed E_s in psi.

- 2) Calcolo del periodo considerando l'interazione acqua-struttura:

$$\bar{T}_r = R_r \cdot T_s \quad (5.11)$$

Il valore del coefficiente R_r , è stato tabellato dagli autori in funzione del modulo elastico del calcestruzzo e del rapporto h/H_s , dove h è l'altezza del pelo libero e H_s l'altezza della struttura.

- 3) Calcolo del periodo del bacino, considerando l'acqua comprimibile:

$$T_1^r = \frac{4h}{C} \quad (5.12)$$

dove C è la velocità di propagazione dell'onda di pressione dell'acqua pari 1500 m/s.

Dopodiché sarà possibile calcolare il fattore R_w come rapporto tra il valore appena determinato ed il periodo \bar{T}_r sopra definito.

- 4) Determinazione del coefficiente di allungamento del periodo R_f a causa dell'interazione terreno - struttura, tabellato dagli autori per il rapporto tra i moduli elastici della roccia e del calcestruzzo. Con questo valore è possibile determinare il valore del periodo allungato dovuto all'interazione terreno-struttura e all'interazione acqua-struttura:

$$\bar{T}_s = R_r \cdot R_f \cdot T_1 \quad (5.13)$$



5) Calcolo del coefficiente di smorzamento complessivo $\bar{\xi}_1$:

$$\bar{\xi}_1 = \frac{1}{R_r} \frac{1}{(R_f)^3} \xi_1 + \xi_r + \xi_f \quad (5.14)$$

6) Suddivisione della struttura in blocchi, in maniera da ottenere il valore della funzione $g_p(y)$ che esprime l'andamento della pressione idrodinamica in ogni punto. Tali valori sono tabellati dagli autori.

7) Calcolo della massa generalizzata, che può avvenire con la formula rigorosa,

$$M^* = \frac{1}{g} \int_0^{H_s} w_s(y) \cdot \xi^2(y) dy \quad (5.15)$$

o con una relazione semplificata del tipo,

$$M^* = 0,043 \frac{W_s}{g} \quad (5.16)$$

dove, nelle formule precedenti: w_s rappresenta il peso, per unità di altezza della diga, W_s rappresenta il peso complessivo della diga e $\xi(y)$ rappresenta la deformata modale.

A questo punto, prima di passare al passo successivo, è necessario calcolare la massa generalizzata efficace attraverso la seguente formula:

$$\bar{M}^* = R_r^2 \cdot M^* \quad (5.17)$$

8) Effettuiamo il calcolo del coefficiente sismico generalizzato, che ci servirà poi per calcolare quello effettivo. Il coefficiente sismico generalizzato L_1 , si calcola in maniera approssimata come segue:

$$L_1 = 0,13 \cdot \frac{W_s}{g} \quad (5.18)$$

Mentre, quello efficace, vale:

$$\bar{L}_1 = L_1 + \frac{1}{g} F_{st} \left(\frac{H}{H_s} \right)^2 A_p \quad (5.19)$$

dove, nella formula precedente, A_p rappresenta il coefficiente delle forze idrodinamiche, tabulato dagli autori in funzione del coefficiente R_w . F_{st} rappresenta la forza idrodinamica totale sulla diga, pari a $F_{st} = wH^2/2$.



- 9) Infine è possibile determinare $f_1(y)$, cioè la forza laterale sismica equivalente, associata al modo fondamentale di vibrare, ottenuta dallo spettro di risposta elastico, calcolato per $\bar{\xi}_1$ e calcolato per un valore del periodo pari a \bar{T}_s . La formula è:

$$f_1(y) = \frac{\bar{L}_1}{M^*} \frac{S_a(\bar{T}_s, \bar{\xi}_1)}{g} [w_s(y)\xi(y) + g\bar{p}_1(y, \bar{T}_r)] \quad (5.20)$$

- 10) Il contributo dei modi superiori della struttura può essere messo in conto, in maniera semplificata, seguendo i successivi passaggi.

- Determinazione della forza associata ai modi di vibrare superiori, $f_{sc}(y)$:

$$f_{sc}(y) = \frac{1}{g} \left\{ w_s(y) \left[1 - \frac{L_1}{M_1} \phi(y) \right] + \left[gp_0(y) - \frac{B_1}{M_1} w_s(y) \phi(y) \right] \right\} a_g \quad (5.21)$$

Dove:

- $p_0(y)$ =funzione delle pressioni idrodinamiche su diga rigida e sottoposta ad accelerazione costante, con acqua incompressibile. Il valore della funzione $gp_0(y)$ stato tabellato dagli autori in maniera normalizzata.
- B_1 = coefficiente di correzione pari a:
$$B_1 = 0,052 \frac{F_{st}}{g} \left(\frac{H}{H_s} \right)^2 \quad (5.22)$$
- a_g = massima accelerazione al terreno.

Nel caso in cui il rapporto $H/H_s < 0,5$ gli autori consigliano di considerare $B_1 = 0$ e $p_0(y) = 0$.

- 11) A questo punto è sufficiente risolvere il problema applicando questa distribuzione di forze sulla struttura e ricavare lo stato tensionale.



5.3 Caso studio

Il presente caso studio viene analizzato attraverso il metodo semplificato di Fenves e Chopra e la modellazione con elementi finiti di tipo acustico attraverso il software *Comsol Multiphysics* del problema in esame.

Le simulazioni numeriche saranno effettuate attraverso analisi modali e parametriche, facendo variare il rapporto tra il modulo elastico della fondazione e struttura. I valori analizzati per tale rapporto risultano essere i seguenti:

- Caso 1: $E_{\text{fond}}=8E_{\text{str}}$
- Caso 2: $E_{\text{fond}}=4E_{\text{str}}$
- Caso 3: $E_{\text{fond}}=2E_{\text{str}}$
- Caso 4: $E_{\text{fond}}=E_{\text{str}}$
- Caso 5: $E_{\text{fond}}=0.5E_{\text{str}}$
- Caso 6: $E_{\text{fond}}=0.25E_{\text{str}}$

5.3.1 Il modello

Il sistema diga-bacino viene schematizzato con la reale geometria fisica del problema, mentre la fondazione viene modellata con dimensioni fittizie stabilite dalla letteratura tecnica in merito. Di seguito vengono riportati schematicamente i dati di principale interesse del sistema diga-bacino-fondazione del caso studio:

Corpo DIGA

- $B=80\text{ m}$ base maggiore;
- $b=5\text{ m}$ larghezza al coronamento;
- $H=100\text{ m}$ altezza corpo diga;
- $E_s=25000\text{ MPa}$ modulo elastico;
- $\rho=2400\text{ kg/m}^3$ densità volumetrica del cls.

BACINO

- $L=300\text{ m}$ lunghezza del serbatoio;
- $H_w=100$ livello di invaso;
- $C_s=1500\text{ m/s}$ velocità onde sonore nell' acqua;
- $\gamma=1000\text{ kg/m}^3$ densità volumetrica dell' acqua.

FONDAZIONE

- $H_f=1,5\text{ H}=150\text{ m}$ altezza di modellazione;



- $B_f = L + B + 1,5H = 530\text{m}$ larghezza;
- $E_f = \text{variabile}$ modulo elastico della fondazione; si utilizza come variabile nelle analisi che seguono;
- $\rho = 0 \text{ kg/m}^3$ densità volumetrica del terreno nulla, per annullare gli effetti inerziali della fondazione.

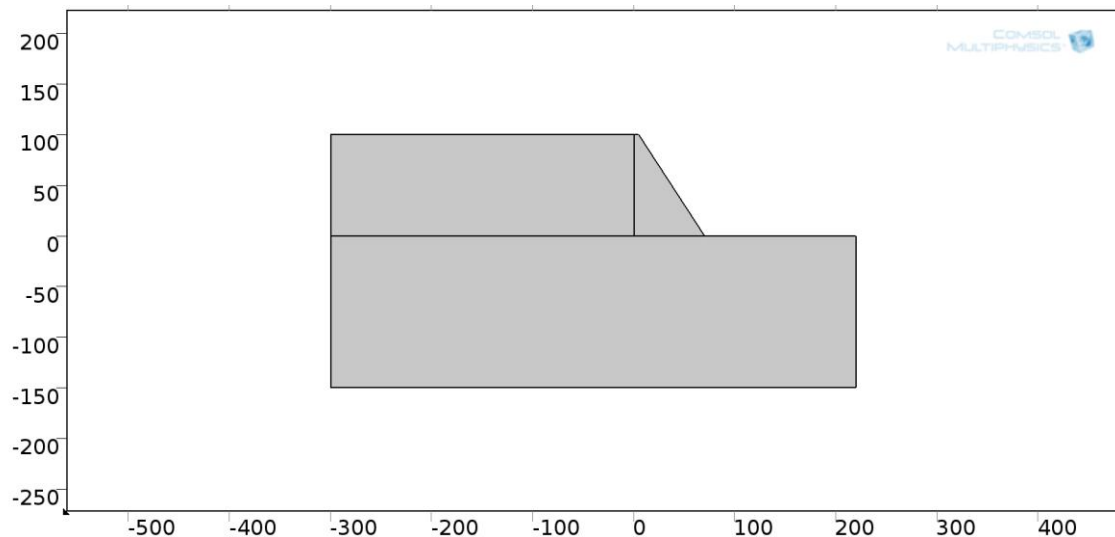


Figura 5.1 – Modello F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione

Il bacino viene troncato in lunghezza verso monte a 300 m, il quale equivale a tre volte l'altezza della diga seguendo l'ipotesi proposta in (98) secondo la quale oltre tale distanza le sezioni del bacino non influenzano più il campo delle pressioni nel fluido.

Per simulare la realtà fisica del problema si utilizzando le seguenti condizioni al bordo:

- una condizione del tipo Sound Soft Boundary è stata applicata per il bordo superiore del dominio fluido, il quale schematizza il pelo libero. Essa definisce un bordo sul quale la pressione vale:

$$p=0$$

e costituisce la più adeguata approssimazione per descrivere un' interfaccia fluido-gas, come è il pelo libero del bacino;

- una condizione del tipo Plane Wave Radiation per la sezione in corrispondenza della quale il dominio fluido viene troncato. Si tratta appunto di una condizione che permette di schematizzare una superficie o un bordo come radiante rispetto ad un'onda piana, incidente, cioè come penetrabile da parte dell' onda stessa, minimizzando la riflessione dell' onda in allontanamento quando il suo angolo di incidenza col piano stesso è prossimo alla normale;
- condizione di Sound Hard Wall per il bordo che schematizza il fondale del



bacino, in modo da ottenere derivata nulla della pressione in direzione normale al bordo stesso, condizione che approssima la non penetrabilità del bordo stesso nei confronti di un'onda sonora incidente;

- una condizione di *Acoustic – Structure Boundary* all' interfaccia tra il dominio solido (diga) e fluido. Questa condizione connette la variazione di pressione acustica nel dominio fluido con la deformazione strutturale nel dominio solido. [condizione presente solo nel caso di diga flessibile]

I domini sono stati risolti attraverso una mesh *Free Quad* il quale produce una meshatura conforme non necessariamente quadrilatera in funzione della complessità della fisica del problema. Tale tecnica, oltre a permettere un risparmio in termini di oneri computazionali, acconsente di ottenere una ottima rispondenza dei risultati.

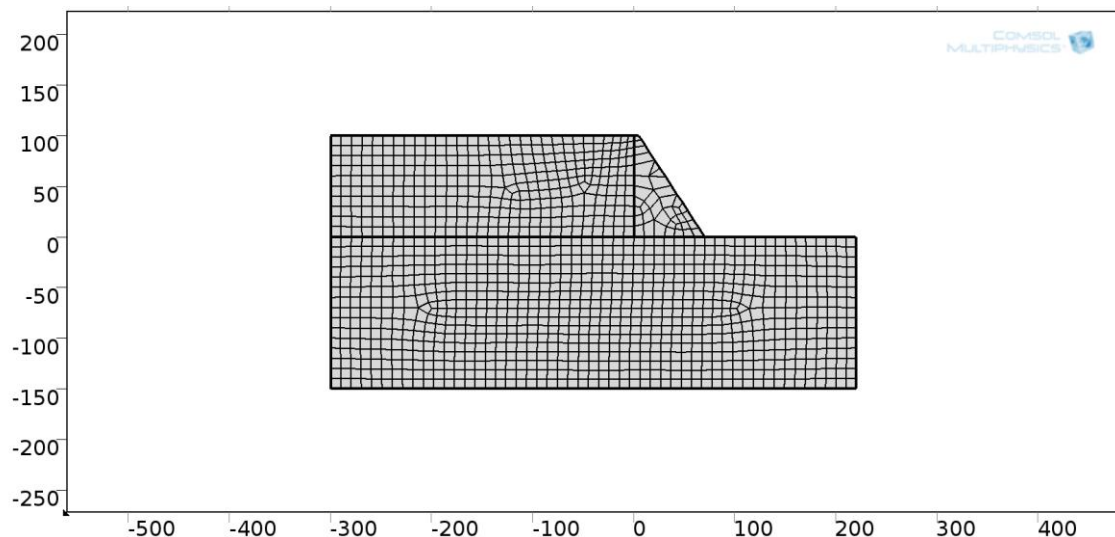


Figura 5.2 – Mesh del modello F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione

Per simulare il moto sismico, le analisi sono state effettuate imponendo una forzante armonica imposta alla fondazione come legge di accelerazione sinusoidale nel tempo del tipo:

$$a(t) = a_{max} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = \alpha g \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (5.23)$$

In cui:

- $a_{max} = \alpha g$ ampiezza del moto sismico, con α coefficiente sismico posto pari a 0.5.
- T periodo della forzante

Il modello è stato computato attraverso analisi time-history , parametriche e modale. La simulazione Time History viene eseguita per un intervallo temporale da “0s” a “150T s”,



con step temporale di $T/4$, dove T è il periodo della forzante: quindi a seconda del periodo considerato la durata dell'analisi sarà diversa. Come step temporale è stato scelto " $T/4$ ", in quanto il valore massimo in una forzante sinusoidale si raggiunge nei quarti del periodo, e quindi tale intervallo è in grado, al variare del periodo, di cogliere i valori massimi della risposta.

Le analisi parametriche sono state eseguite risolvendo tante analisi Time History, variando il parametro T , periodo della forzante.

In output si è andati a plottare la distribuzione delle pressioni (relative) nel dominio fluido al variare di determinati parametri: queste pressioni, che rappresentano la variazione di pressione rispetto al valore di riferimento della pressione stazionaria, cioè la pressione idrostatica, costituiscono l'effettivo valore della pressione idrodinamica al quale il dominio fluido è soggetto a causa della perturbazione indotta dalla forzante armonica.



5.3.2 Risultati delle analisi

Gli output delle analisi modali e parametriche vengono suddivisi in ogni paragrafo per i valori del rapporto tra il modulo elastico della struttura e fondazione, studiati.

I risultati vengono riportati in termini, modi propri di vibrare ottenuti mediante analisi modale e parametrica e distribuzione di pressione.

5.3.2.1 Caso 1: $E_{fond}=8E_{str}$

5.3.2.1.1 Metodo semplificato di Fenves e Chopra

Seguendo la procedura illustrata al p.to 5.2.1, si determina il primo modo di vibrare mediante il metodo semplificato di Fenves e Chopra.

$H=100$ m	altezza della struttura;
$E_s=25000$ MPa	modulo elastico corpo diga;
$E_f=200000$ MPa	modulo elastico della fondazione;
$T_s=0.241$ s	periodo della sola struttura determinato attraverso la (5.10);
$R_r=1.341$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$\bar{T}_r=0.323$ s	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (5.11).
$R_f=1.043$	coefficiente estrapolato da (14) che tiene conto dell'interazione della fondazione;
$\bar{T}_s=0.337$	determinato attraverso la (5.13) e corrisponde al primo modo di Vibrare del sistema diga-bacino-fondazione.

Il periodo determinato corrisponde quindi al primo modo di vibrare del sistema diga-bacino. Trattandosi di un'analisi semplificata non è possibile estrapolare altre informazioni sui modi di vibrare superiori.



5.3.2.1.2 Analisi Modale F.E.M.

Modi	$E_{fond}=8E_{str}$		fondazione rigida		variazione %	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1° Modo	2,89	0,347	3,20	0,313	-10%	11%
2° Modo	4,13	0,242	4,22	0,237	-2%	2%
3° Modo	5,25	0,191	5,29	0,189	-1%	1%
4° Modo	7,02	0,143	7,07	0,141	-1%	1%
5° Modo	8,48	0,118	9,11	0,110	-7%	7%
6° Modo	9,54	0,105	9,52	0,105	0%	0%
7° Modo	10,76	0,093	11,19	0,089	-4%	4%
8° Modo	11,25	0,089	11,54	0,087	-3%	3%
9° Modo	11,74	0,085	11,74	0,085	0%	0%
10° Modo	11,76	0,085	11,84	0,084	-1%	1%
11° Modo	12,70	0,079	12,74	0,078	0%	0%
12° Modo	13,95	0,072	14,04	0,071	-1%	1%
13° Modo	14,08	0,071	14,06	0,071	0%	0%
14° Modo	15,19	0,066	15,54	0,064	-2%	2%
15° Modo	16,08	0,062	16,44	0,061	-2%	2%
16° Modo	16,47	0,061	16,59	0,060	-1%	1%
17° Modo	17,67	0,057	17,68	0,057	0%	0%
18° Modo	18,58	0,054	18,58	0,054	0%	0%
19° Modo	18,84	0,053	18,84	0,053	0%	0%
20° Modo	18,89	0,053	18,90	0,053	0%	0%

Tabella 5.1 – Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=8E_{str}$ e fondazione rigida.

L'analisi modale agli elementi finiti mostra una variazione del periodo relativo al primo modo di vibrare pari all'11% circa. Di contro le restanti forme modali, tranne la quinta non sembrano mostrare una sostanziale variazione rispetto al caso di diga rigida.

5.3.2.1.1 Analisi Parametrica

L'analisi parametrica viene illustrata nel seguente diagramma, il quale rappresenta in ordinata il rapporto tra la massima pressione idrodinamica e quella idrostatica ed in ascissa il periodo della forzante.

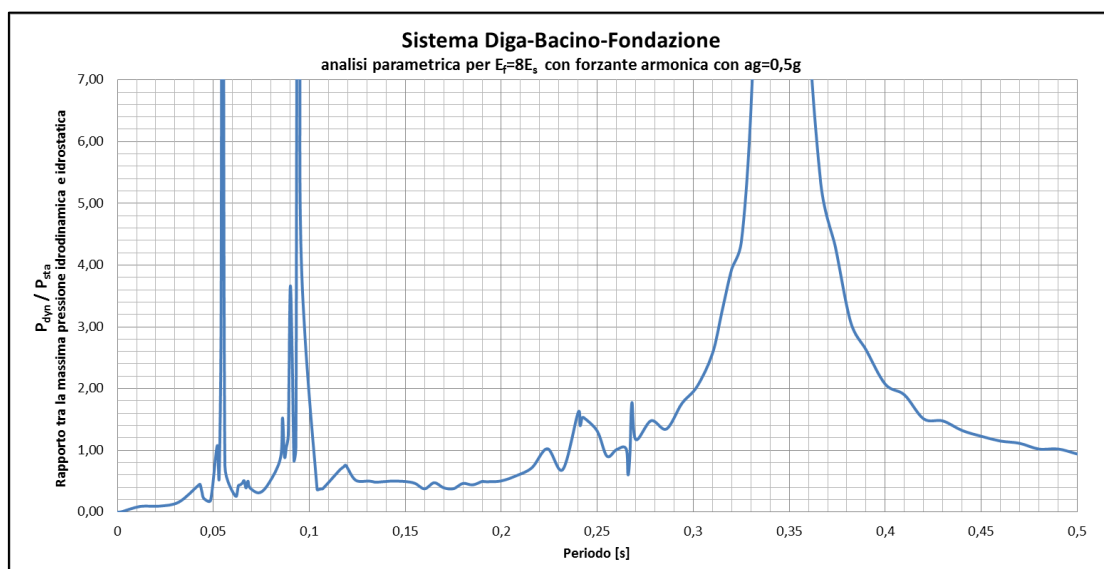


Figura 5.3 – Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione



Per cercare di evidenziare la natura dei fenomeni di amplificazione si determinano analiticamente i periodi dovuti ai modi propri di vibrare del solo bacino, con la seguente formula:

$$T = \frac{4 \cdot H_w}{nc}$$

Dove H_w corrisponde alla quota del livello di invaso, n il numero del modo di vibrare e “ c ” la velocità delle onde sonore nell’acqua pari a 1480m/s.

Modi di vibrare Bacino		
N°	f [Hz]	T [s]
I	3,70	0,270
II	7,40	0,135
III	11,10	0,090
IV	14,80	0,068
V	18,50	0,054
VI	22,20	0,045

Tabella 5.2 – Modi propri del bacino determinati con trattazione analitica per serbatoio con altezza pari a 100m e c pari a 1480m/s

Oltre ai modi di vibrare del bacino, un’altra possibile causa di amplificazione di pressione idrodinamica potrebbe essere dovuta a modi propri di vibrare del sistema diga-bacino (Tabella 5.1). Pertanto di seguito si riporta una tabella riassuntiva con la natura di ogni risonanza locale riscontrabile nell’analisi parametrica.

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	2,865	0,349
I	3,704	0,270
2	4,132	0,242
3	5,208	0,192
5	8,403	0,119
7	10,753	0,093
III	11,111	0,090
9	11,364	0,088
14	15,152	0,066
18	18,519	0,054
20	19,231	0,052
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 5.3 – Risultati analisi parametrica

Inoltre per comprendere l’influenza della flessibilità della fondazione rispetto a considerarla come rigida, si riporta la distribuzione della pressione idrodinamica in entrambi i casi. Appositamente è stato scelto un periodo della forzante fuori fase per non condizionare i risultati.



5.3.2.2 Caso 2: $E_{fond}=4E_{str}$

5.3.2.2.1 Metodo semplificato di Fenves e Chopra

$H=100$ m	altezza della struttura;
$E_s=25000$ MPa	modulo elastico corpo diga;
$E_f=200000$ MPa	modulo elastico della fondazione;
$T_s=0.241$ s	periodo della sola struttura determinato attraverso la (5.10);
$R_r=1.341$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$\bar{T}_r=0.323$ s	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (5.11).
$R_f=1.054$	coefficiente estrapolato da (14) che tiene conto dell'interazione della fondazione;
$\bar{T}_s=0.341$	determinato attraverso la (5.13) e corrisponde al primo modo di Vibrare del sistema diga-bacino-fondazione.

5.3.2.2.2 Analisi Modale F.E.M.

Analisi Modale F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione						
Modi	$E_{fond}=4E_{str}$		fondazione rigida		variazione %	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1° Modo	2,79	0,358	3,20	0,313	-13%	15%
2° Modo	4,12	0,243	4,22	0,237	-2%	2%
3° Modo	5,24	0,191	5,29	0,189	-1%	1%
4° Modo	6,99	0,143	7,07	0,141	-1%	1%
5° Modo	8,23	0,121	9,11	0,110	-10%	11%
6° Modo	9,53	0,105	9,52	0,105	0%	0%
7° Modo	10,03	0,100	11,19	0,089	-10%	12%
8° Modo	11,22	0,089	11,54	0,087	-3%	3%
9° Modo	11,73	0,085	11,74	0,085	0%	0%
10° Modo	11,74	0,085	11,84	0,084	-1%	1%
11° Modo	12,66	0,079	12,74	0,078	-1%	1%
12° Modo	13,85	0,072	14,04	0,071	-1%	1%
13° Modo	14,08	0,071	14,06	0,071	0%	0%
14° Modo	14,89	0,067	15,54	0,064	-4%	4%
15° Modo	15,98	0,063	16,44	0,061	-3%	3%
16° Modo	16,46	0,061	16,59	0,060	-1%	1%
17° Modo	17,66	0,057	17,68	0,057	0%	0%
18° Modo	18,53	0,054	18,58	0,054	0%	0%
19° Modo	18,83	0,053	18,84	0,053	0%	0%
20° Modo	18,86	0,053	18,90	0,053	0%	0%

Tabella 5.4 – Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=4E_{str}$ e fondazione rigida.

In questo caso si riscontra una maggiore dilatazione del periodo relativo al primo modo di vibrare: infatti vi è una variazione percentuale pari al 15%. Infatti la tendenza riscontrabile anche dall'analisi semplificata di Fenves e Chopra risulta essere quella di allungare il periodo relativo al primo di vibrare con il diminuire del rapporto E_{fond}/E_{str} . Mentre i restanti modi tranne il quinto ed il settimo rimangono pressoché invariati.

5.3.2.2.1 Analisi Parametrica

Questa metodologia di analisi viene presentata analogamente al caso precedente. Nel diagramma di seguito si mostra il rapporto tra la pressione idrodinamica e idrostatica sul paramento di monte in funzione del periodo della forzante.

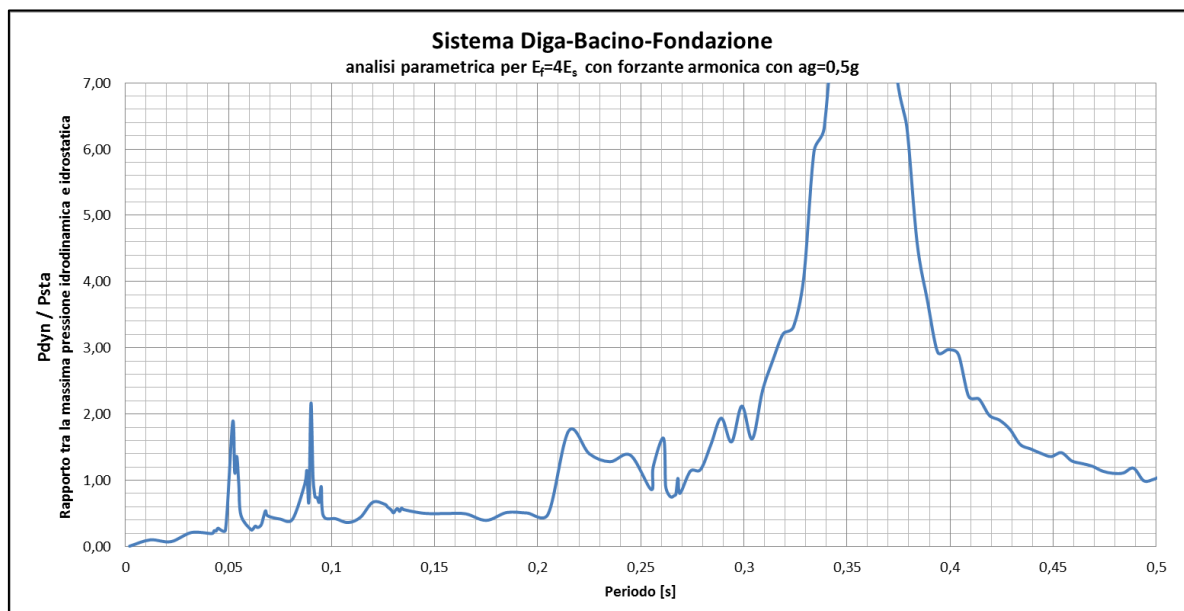


Figura 5.4 – Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione

Per individuare la natura delle risonanze locali analogamente al caso precedente si fa riferimento ai modi propri di vibrare del sistema diga-bacino-fondazione [Tabella 5.4] e del solo bacino [Tabella 5.2]

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	2,786	0,359
I	3,704	0,270
2	4,132	0,242
4	6,993	0,143
II	7,519	0,133
7	10,417	0,096
III	11,111	0,090
14	14,706	0,068
15	15,873	0,063
18	18,519	0,054
20	19,231	0,052
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 5.5 – Risultati analisi parametrica

Le risonanze locali dell'analisi parametrica in parte evidenziano i modi propri di vibrare del sistema diga-bacino-fondazione, calcolati mediante analisi F.E.M., ed in parte quelli del solo bacino.



5.3.2.3 Caso 3: $E_{fond}=2E_{str}$

5.3.2.3.1 Metodo semplificato di Fenves e Chopra

$H=100$ m	altezza della struttura;
$E_s=25000$ MPa	modulo elastico corpo diga;
$E_f=200000$ MPa	modulo elastico della fondazione;
$T_s=0.241$ s	periodo della sola struttura determinato attraverso la (5.10);
$R_r=1.341$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$\bar{T}_r=0.323$ s	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (5.11).
$R_f=1.099$	coefficiente estrapolato da (14) che tiene conto dell'interazione della fondazione;
$\bar{T}_s=0.356$	determinato attraverso la (5.13) e corrisponde al primo modo di Vibrare del sistema diga-bacino-fondazione.

5.3.2.3.2 Analisi modale

Analisi Modale F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione						
Modi	$E_{fond}=2E_{str}$		fondazione rigida		variazione %	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1° Modo	2,63	0,380	3,20	0,313	-18%	22%
2° Modo	4,11	0,244	4,22	0,237	-3%	3%
3° Modo	5,23	0,191	5,29	0,189	-1%	1%
4° Modo	6,92	0,144	7,07	0,141	-2%	2%
5° Modo	7,85	0,127	9,11	0,110	-14%	16%
6° Modo	8,82	0,113	9,52	0,105	-7%	8%
7° Modo	9,51	0,105	11,19	0,089	-15%	18%
8° Modo	11,19	0,089	11,54	0,087	-3%	3%
9° Modo	11,68	0,086	11,74	0,085	0%	0%
10° Modo	11,74	0,085	11,84	0,084	-1%	1%
11° Modo	12,57	0,080	12,74	0,078	-1%	1%
12° Modo	13,59	0,074	14,04	0,071	-3%	3%
13° Modo	14,08	0,071	14,06	0,071	0%	0%
14° Modo	14,50	0,069	15,54	0,064	-7%	7%
15° Modo	15,89	0,063	16,44	0,061	-3%	3%
16° Modo	16,44	0,061	16,59	0,060	-1%	1%
17° Modo	17,63	0,057	17,68	0,057	0%	0%
18° Modo	18,41	0,054	18,58	0,054	-1%	1%
19° Modo	18,82	0,053	18,84	0,053	0%	0%
20° Modo	18,82	0,053	18,90	0,053	0%	0%

Tabella 5.6 – Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=2E_{str}$ e fondazione rigida.

5.3.2.3.3 Analisi parametrica

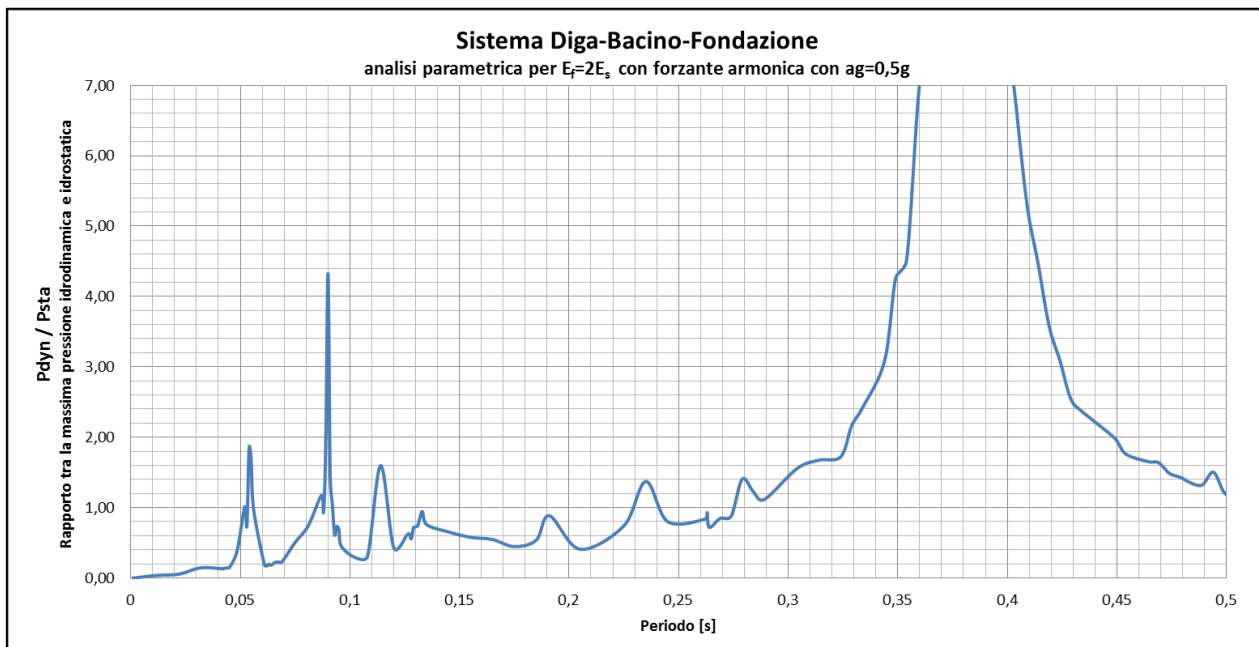


Figura 5.5 – Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione

La natura delle risonanze locali analogamente ai casi precedenti viene ricercata nei modi propri di vibrare del sistema diga-bacino-fondazione [Tabella 5.6] e del solo bacino [Tabella 5.2].

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	2,604	0,384
I	3,704	0,270
2	4,098	0,244
3	5,236	0,191
II	7,519	0,133
6	8,772	0,114
III	11,111	0,090
9	11,628	0,086
18	18,519	0,054
20	19,231	0,052
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 5.7 – Risultati analisi parametrica

Ugualmente ai casi precedenti si evincono dall’analisi parametrica i primi tre modi di vibrare del bacino, ed altri del sistema diga-bacino-fondazione. Naturalmente la prima forma modale comporta effetti di risonanza con amplificazione molto grande rispetto alla pressione idrodinamica; al contrario tutte le altre risonanze locali sono caratterizzate da amplificazioni che rientrano all’incirca nell’ordine di grandezza della pressione idrostatica.



5.3.2.4 Caso 4: $E_{fond}=E_{str}$

5.3.2.4.1 Metodo semplificato di Fenves e Chopra

$H=100$ m	altezza della struttura;
$E_s=25000$ MPa	modulo elastico corpo diga;
$E_f=200000$ MPa	modulo elastico della fondazione;
$T_s=0.241$ s	periodo della sola struttura determinato attraverso la (5.10);
$R_r=1.341$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$\bar{T}_r=0.323$ s	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (5.11).
$R_f=1.187$	coefficiente estrapolato da (14) che tiene conto dell'interazione della fondazione;
$\bar{T}_s=0.384$	determinato attraverso la (5.13) e corrisponde al primo modo di Vibrare del sistema diga-bacino-fondazione.

5.3.2.4.2 Analisi modale

Analisi Modale F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione						
Modi	$E_{fond}=E_{str}$		fondazione rigida		variazione %	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1° Modo	2,37	0,422	3,20	0,313	-26%	35%
2° Modo	4,08	0,245	4,22	0,237	-3%	3%
3° Modo	5,19	0,192	5,29	0,189	-2%	2%
4° Modo	6,62	0,151	7,07	0,141	-6%	7%
5° Modo	7,27	0,138	9,11	0,110	-20%	25%
6° Modo	7,52	0,133	9,52	0,105	-21%	27%
7° Modo	9,49	0,105	11,19	0,089	-15%	18%
8° Modo	11,12	0,090	11,54	0,087	-4%	4%
9° Modo	11,58	0,086	11,74	0,085	-1%	1%
10° Modo	11,73	0,085	11,84	0,084	-1%	1%
11° Modo	12,31	0,081	12,74	0,078	-3%	3%
12° Modo	13,11	0,076	14,04	0,071	-7%	7%
13° Modo	14,06	0,071	14,06	0,071	0%	0%
14° Modo	14,27	0,070	15,54	0,064	-8%	9%
15° Modo	15,81	0,063	16,44	0,061	-4%	4%
16° Modo	16,42	0,061	16,59	0,060	-1%	1%
17° Modo	17,58	0,057	17,68	0,057	-1%	1%
18° Modo	18,14	0,055	18,58	0,054	-2%	2%
19° Modo	18,77	0,053	18,84	0,053	0%	0%
20° Modo	18,81	0,053	18,90	0,053	0%	0%

Tabella 5.8 – Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=E_{str}$ e fondazione rigida.

Dalla tabella 5.8 si evincono le prime venti forme modali del sistema diga-bacino-fondazione sia per il caso 4, ovvero con rapporto tra i moduli elastici E_{fond}/E_{str} pari all'unità, che per il caso con fondazione infinitamente rigida. E' possibile osservare come il periodo relativo al primo modo di vibrare sia aumentato rispetto al caso di diga rigida del 35%. Da queste analisi si nota come l'errore che si commette qualora si ricorra ad una modellazione con fondazione infinitamente rigida aumenti man mano che il rapporto tra i



moduli elastici diminuisce; errore che in questo caso è tutt'altro che trascurabile.

5.3.2.4.3 Analisi parametrica

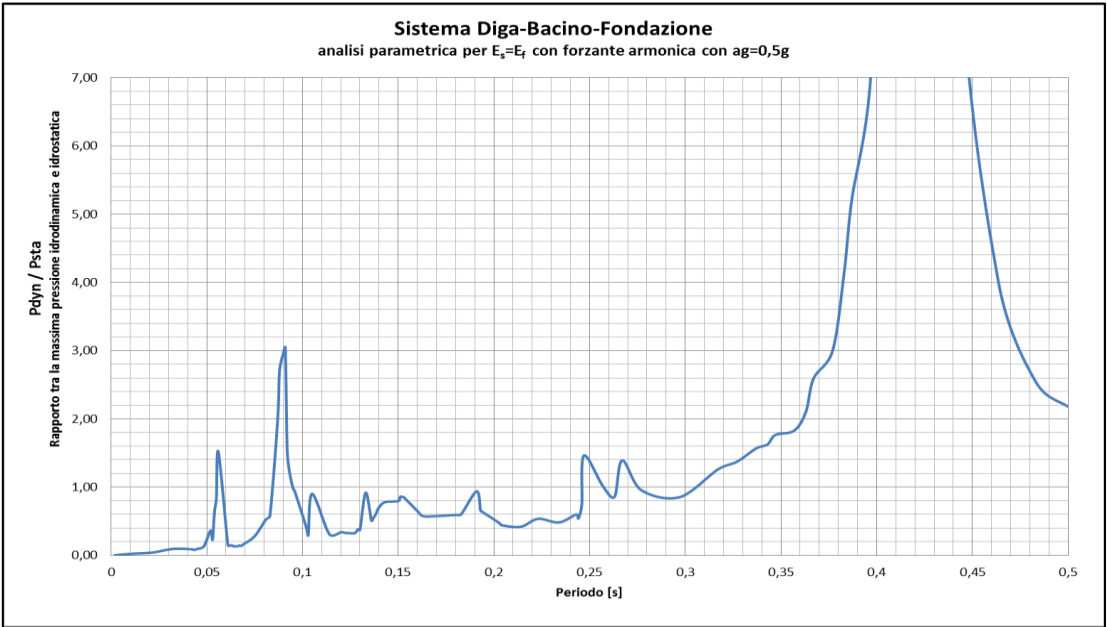


Figura 5.6 – Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione

Per specificare la causa delle amplificazioni locali analogamente ai casi precedenti si fa riferimento ai modi propri di vibrare del sistema diga-bacino-fondazione [Tabella 5.8] e del solo bacino [Tabella 5.2]

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	2,387	0,419
I	3,704	0,270
2	4,082	0,245
3	5,236	0,191
4	6,623	0,151
II	7,519	0,133
7	9,524	0,105
III	11,111	0,090
17	17,544	0,057
20	19,231	0,052
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 5.9 – Risultati analisi parametrica

Dalla tabella 5.9 è possibile dedurre tutte le risonanze locali che manifesta l'analisi parametrica. I primi tre modi del bacino sono sempre presenti, ed oltre a questi ci sono i modi di vibrare del sistema diga-bacino-fondazione più rilevanti.



5.3.2.5 Caso 5: $E_{fond}=0.5E_{str}$

5.3.2.5.1 Metodo semplificato di Fenves e Chopra

$H=100$ m	altezza della struttura;
$E_s=25000$ MPa	modulo elastico corpo diga;
$E_f=200000$ MPa	modulo elastico della fondazione;
$T_s=0.241$ s	periodo della sola struttura determinato attraverso la (5.10);
$R_r=1.341$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$\bar{T}_r=0.323$ s	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (5.11).
$R_f=1.335$	coefficiente estrapolato da (14) che tiene conto dell'interazione della fondazione;
$\bar{T}_s=0.432$	determinato attraverso la (5.13) e corrisponde al primo modo di Vibrare del sistema diga-bacino-fondazione.

5.3.2.5.2 Analisi modale

Analisi Modale F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione						
Modi	$E_{fond}=0.5E_{str}$		fondazione rigida		variazione %	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1° Modo	2,02	0,495	3,20	0,313	-37%	59%
2° Modo	4,05	0,247	4,22	0,237	-4%	4%
3° Modo	5,08	0,197	5,29	0,189	-4%	4%
4° Modo	5,62	0,178	7,07	0,141	-21%	26%
5° Modo	6,08	0,164	9,11	0,110	-33%	50%
6° Modo	7,39	0,135	9,52	0,105	-22%	29%
7° Modo	9,46	0,106	11,19	0,089	-15%	18%
8° Modo	10,75	0,093	11,54	0,087	-7%	7%
9° Modo	11,37	0,088	11,74	0,085	-3%	3%
10° Modo	11,72	0,085	11,84	0,084	-1%	1%
11° Modo	11,95	0,084	12,74	0,078	-6%	7%
12° Modo	12,87	0,078	14,04	0,071	-8%	9%
13° Modo	14,05	0,071	14,06	0,071	0%	0%
14° Modo	14,16	0,071	15,54	0,064	-9%	10%
15° Modo	15,72	0,064	16,44	0,061	-4%	5%
16° Modo	16,41	0,061	16,59	0,060	-1%	1%
17° Modo	17,49	0,057	17,68	0,057	-1%	1%
18° Modo	17,64	0,057	18,58	0,054	-5%	5%
19° Modo	18,69	0,053	18,84	0,053	-1%	1%
20° Modo	18,81	0,053	18,90	0,053	0%	0%

Tabella 5.10 – Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=0.5E_{str}$ e fondazione rigida.

La tabella 5.10 mostra le prime venti forme modali del sistema diga-bacino-fondazione sia per il caso 5, ovvero con rapporto tra i moduli elastici E_{fond}/E_{str} pari a 0.5, che per il caso con fondazione infinitamente rigida. In questo caso si osserva una variazione positiva del periodo relativo al primo modo di vibrare pari al 59%. Oltre a quest'ultimo, anche i modi di vibrare dal quarto al settimo presentano una netta variazione.



5.3.2.5.3 Analisi parametrica

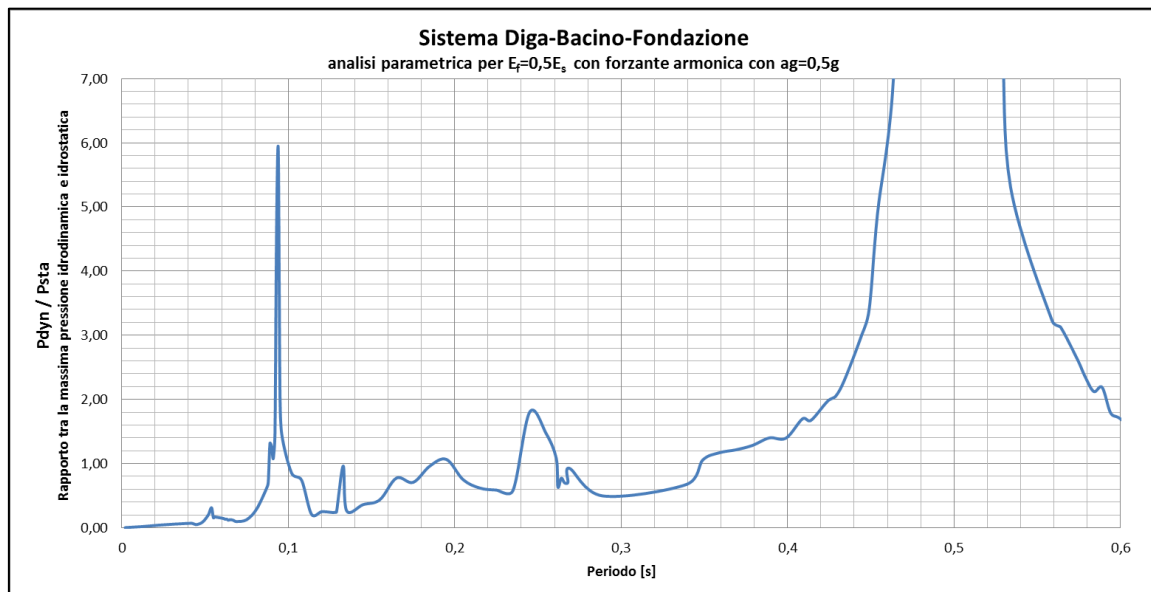


Figura 5.7 – Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione

Nella figura 5.9 si riporta in maniera grafica l'output dell'analisi parametrica. Al fine di individuare le cause delle risonanze locali presenti per alcuni periodi della forzante si fa riferimento ai modi propri di vibrare del sistema diga-bacino-fondazione [Tabella 5.10] e del solo bacino [Tabella 5.2]

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	2,004	0,499
I	3,704	0,270
2	4,082	0,245
3	5,076	0,197
5	6,098	0,164
II	7,519	0,133
III	11,111	0,090
9	11,364	0,088
20	18,868	0,053
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 5.11 – Risultati analisi parametrica

La tabella 5.11 illustra in maniera puntuale la causa di ogni amplificazione locale riscontrata nell'analisi parametrica. Si osserva come sono presenti i primi tre modi di vibrare del bacino ed altri del sistema diga-bacino-fondazione riscontrati dall'analisi modale e riportati nella tabella 5.10 al punto precedente.



5.3.2.6 Caso 6: $E_{fond}=0.25E_{str}$

5.3.2.6.1 Metodo semplificato di Fenves e Chopra

$H=100$ m	altezza della struttura;
$E_s=25000$ MPa	modulo elastico corpo diga;
$E_f=200000$ MPa	modulo elastico della fondazione;
$T_s=0.241$ s	periodo della sola struttura determinato attraverso la (5.10);
$R_r=1.341$	coefficiente estrapolato da (14) per valori sopra citati;
$\bar{T}_r=0.323$ s	periodo di vibrare del sistema diga-bacino attraverso la (5.11).
$R_f=1.678$	coefficiente estrapolato da (14) che tiene conto dell'interazione della fondazione;
$\bar{T}_s=0.543$	determinato attraverso la (5.13) e corrisponde al primo modo di Vibrare del sistema diga-bacino-fondazione.

5.3.2.6.2 Analisi modale

Analisi Modale F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione						
Modi	$E_{fond}=0,25E_{str}$		fondazione rigida		variazione %	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1° Modo	1,62	0,618	3,20	0,313	-49%	98%
2° Modo	3,89	0,26	4,22	0,237	-8%	9%
3° Modo	4,21	0,24	5,29	0,189	-20%	26%
4° Modo	4,83	0,21	7,07	0,141	-32%	46%
5° Modo	5,61	0,18	9,11	0,110	-38%	62%
6° Modo	7,33	0,14	9,52	0,105	-23%	30%
7° Modo	9,44	0,11	11,19	0,089	-16%	18%
8° Modo	9,91	0,10	11,54	0,087	-14%	16%
9° Modo	11,28	0,09	11,74	0,085	-4%	4%
10° Modo	11,71	0,09	11,84	0,084	-1%	1%
11° Modo	11,82	0,08	12,74	0,078	-7%	8%
12° Modo	12,78	0,08	14,04	0,071	-9%	10%
13° Modo	14,04	0,07	14,06	0,071	0%	0%
14° Modo	14,08	0,07	15,54	0,064	-9%	10%
15° Modo	15,62	0,06	16,44	0,061	-5%	5%
16° Modo	16,40	0,06	16,59	0,060	-1%	1%
17° Modo	16,86	0,06	17,68	0,057	-5%	5%
18° Modo	17,69	0,06	18,58	0,054	-5%	5%
19° Modo	18,53	0,05	18,84	0,053	-2%	2%
20° Modo	18,68	0,05	18,90	0,053	-1%	1%

Tabella 5.12 – Analisi modale F.E.M. per $E_{fond}=0.25E_{str}$ e fondazione rigida.

La tabella 5.12 restituisce schematicamente i risultati dell'analisi modale F.E.M. del sistema diga-bacino-fondazione del presente caso studio. Si nota come la variazione relativa al primo modo di vibrare sia pari circa al 100%; questo significa che il periodo del primo modo di vibrare è raddoppiato. Una sostanziale differenza è riscontrabile anche nei modi di vibrare successivi.

5.3.2.6.3 Analisi parametrica

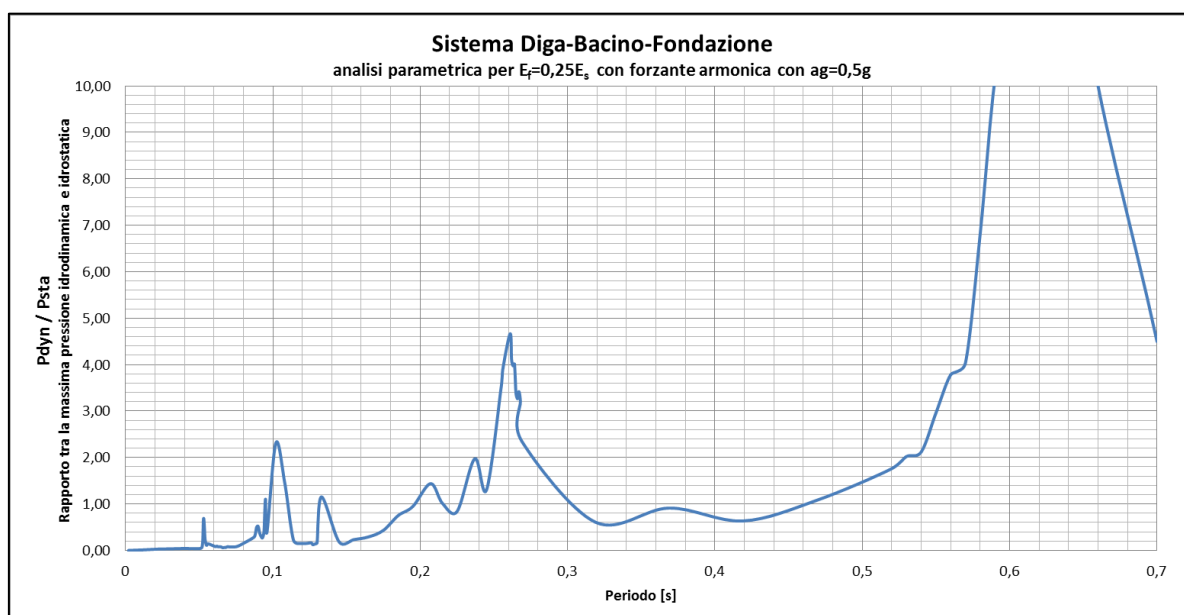


Figura 5.8 – Analisi parametrica del sistema diga-bacino-fondazione

L’analisi parametrica elaborata viene illustrata nella figura 5.11. Per cercare di evidenziare la natura delle risonanze locali presenti per alcuni periodi della forzante si fa riferimento ai modi propri di vibrare del sistema diga-bacino-fondazione [Tabella 5.10] e del solo bacino [Tabella 5.2]. La tabella successiva 5.13, riporta schematicamente tutte le amplificazioni dell’analisi parametrica, contrassegnate in base al colore per distinguerne la causa.

Risultati analisi parametrica		
Modi	f [Hz]	T [s]
1	1,616	0,619
I	3,704	0,270
3	4,219	0,237
4	4,831	0,207
II	7,519	0,133
5	9,804	0,102
III	11,236	0,089
9	11,364	0,088
20	18,868	0,053
LEGENDA		
Modale F.E.M.		
Bacino analitico		

Tabella 5.13 – Risultati analisi parametrica

La tabella 5.13 illustra in maniera sintetica la natura delle risonanze locali appurati nell’analisi parametrica. Sono presenti le prime tre forme modali del bacino, ed altri modi riscontrati dall’analisi modale F.E.M.



5.3.2.7 Confronti sul primo modo di vibrare

La variazione del rapporto tra il modulo elastico della fondazione rispetto a quello strutturale comporta un cambiamento dei modi di vibrare, in particolare del primo, il quale si è dimostrato nei precedenti paragrafi essere quello che provoca un amplificazione molto grande della pressione idrodinamica.

Nella tabella seguente si riassume per ogni caso studiato per un determinato valore del rapporto $E_{\text{fond}}/E_{\text{str}}$ il primo modo di vibrare ottenuto mediante analisi modale F.E.M., parametrica e semplificata del sistema diga-bacino-fondazione.

Modale F.E.M.			Parametrica		Metodo sempl. Chopra	
Caso	T [s]	variazione	T [s]	variazione	T [s]	variazione
fondazione rigida	0,313	%	0,315	%	0,323	%
$E_{\text{fond}}=8E_{\text{str}}$	0,347	11%	0,349	11%	0,337	4%
$E_{\text{fond}}=4E_{\text{str}}$	0,358	15%	0,359	14%	0,341	6%
$E_{\text{fond}}=2E_{\text{str}}$	0,380	22%	0,384	22%	0,356	10%
$E_{\text{fond}}=E_{\text{str}}$	0,422	35%	0,419	33%	0,384	19%
$E_{\text{fond}}=0,5E_{\text{str}}$	0,495	59%	0,499	58%	0,432	34%
$E_{\text{fond}}=0,25E_{\text{str}}$	0,618	98%	0,619	97%	0,543	68%

Tabella 5.14- Variazione espressa in termini percentuali del periodo relativo al primo modo di vibrare rispetto al caso di fondazione rigida per ogni caso analizzato, attraverso analisi modale F.E.M., parametrica e metodo semplificato di Fenves e Chopra.

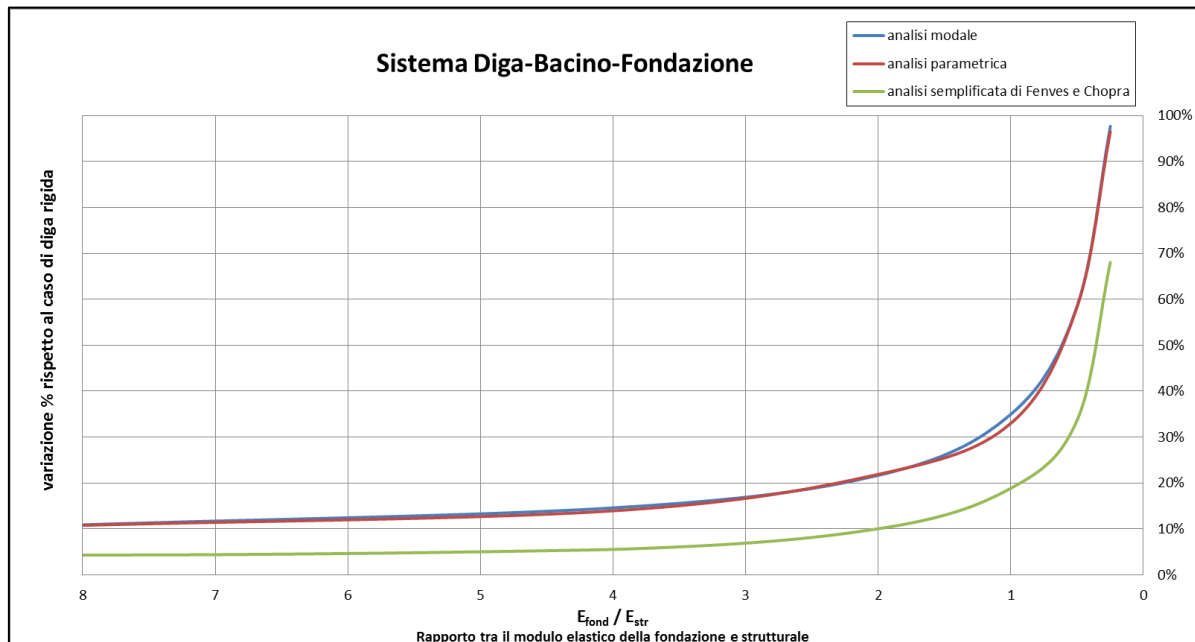


Figura 5.9 – Variazione % del periodo relativo al primo modo di vibrare al variare del rapporto $E_{\text{fond}}/E_{\text{str}}$, rispetto alla schematizzazione di fondazione rigida

La figura 5.15 traduce in maniera molto più esauritiva l'andamento della tabella 5.14; per il presente caso studio con livello di invaso pieno la variazione percentuale del primo modo di vibrare diventa sempre maggiore con il diminuire del rapporto $E_{\text{fond}}/E_{\text{str}}$. In particolare è



possibile osservare come tale variazione assume un'incidenza di tipo esponenziale quando la fondazione possiede modulo elastico inferiore a quello della struttura.

Inoltre si vuole valutare quanto la procedura semplificata di Fenves e Chopra sia precisa rispetto all'analisi parametrica. Nella seguente tabella si mostra la percentuale di errore commessa dal metodo semplificato per ogni valore caso analizzato.

	Parametrica	Chopra semp.	Errore
Caso	T [s]	T [s]	variazione
fondazione rigida	0,315	0,323	3%
$E_{fond}=8E_{str}$	0,349	0,337	-3%
$E_{fond}=4E_{str}$	0,359	0,341	-5%
$E_{fond}=2E_{str}$	0,384	0,356	-7%
$E_{fond}=E_{str}$	0,419	0,384	-8%
$E_{fond}=0,5E_{str}$	0,499	0,432	-13%
$E_{fond}=0,25E_{str}$	0,619	0,543	-12%

Tabella 5.15 – Valutazione dell'errore commesso dalla procedura semplificata di Fenves e Chopra

E' possibile osservare come man mano che la fondazione diventa più flessibile l'errore commesso dalla metodologia semplificata aumenta, mentre per fondazione più rigida della struttura commette errori quasi trascurabili. Risulta essere comunque un buon metodo per stimare in fase preliminare il primo modo di vibrare includendo anche i fenomeni di interazione con la fondazione.



6. CAPITOLO 6: Effetto dello smorzamento strutturale

6.1 Introduzione

Nello studio di interazione fluido-struttura, un'importanza notevole viene ricoperta anche dallo smorzamento strutturale del corpo diga. Come è noto dalla teoria della dinamica delle strutture, uno smorzamento oltre a produrre una riduzione della risposta, genera una variazione dei periodi relativi ai modi propri di vibrare.

Pertanto nel presente caso studio di interazione fluido-struttura, risulta di fondamentale importanza comprendere quanto possa essere grande tale variazione per evitare fenomeni di risonanza locale, generati da frequenze di eccitazione sismica vicine a quelle del sistema diga-bacino, eventualmente variate dallo smorzamento.

L'attenzione di tale capitolo è incentrata sulla comprensione di questo fenomeno, riportando un cenno teorico dello smorzamento strutturale della dinamica delle strutture per sistemi ad un grado di libertà (Sistemi SDOF) e molti gradi di libertà (Sistemi MDOF).



6.2 Lo smorzamento nella dinamica delle strutture

6.2.1 Sistemi SDOF

L'equazione del moto per un sistema a 1 DOF risulta essere espressa dalla seguente relazione:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = p(t) \quad (6.1)$$

Dove $v(t)$ rappresenta la risposta dinamica, ovvero lo spostamento dalla posizione di equilibrio statico, m la massa, c lo smorzamento, k la rigidezza e $p(t)$ il carico effettivo applicato sul sistema.

Per un sistema smorzato la soluzione dell'equazione (6.1) è la seguente:

$$s_{1,2} = \frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega^2} \quad (6.2)$$

Dove $s_{1,2}$ rappresentano le radici dell'equazione (6.1). A seconda del segno del radicando sono possibili tre tipologie di smorzamento: quello che interessa il campo dell'ingegneria civile, risulta appartenere alla branca dello smorzamento sottocritico, il quale si ottiene valore del radicando minore di zero. Si definisce con ξ il rapporto di smorzamento con:

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega} \quad (6.3)$$

Dove c rappresenta lo smorzamento effettivamente presente nel sistema e c_c lo smorzamento critico pari a $2m\omega$. A questo punto risulta possibile definire la pulsazione angolare smorzata del sistema:

$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \quad (6.4)$$

Dall'espressione (6.4) è possibile quindi affermare che all'aumentare del rapporto di smorzamento la frequenza diminuisce. Si ricorda che la pulsazione angolare ω per un sistema non smorzato è pari a

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (6.5)$$

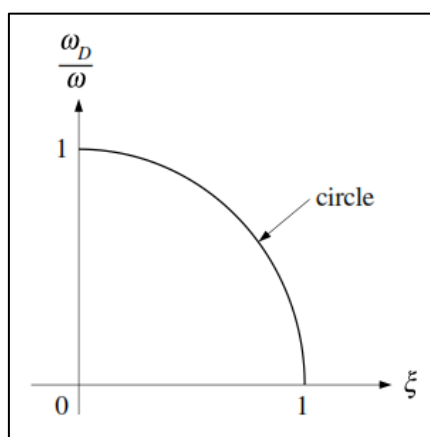


Figura 6.1 – Relazione tra il rapporto di frequenza ed il rapporto di smorzamento

Dalla figura 6.1, si può osservare come per piccoli rapporti di smorzamento il rapporto di frequenza rimane il medesimo. Il campo dell'ingegneria civile è interessato da rapporti di smorzamento che si aggirano al di sotto del 20%, pertanto la diminuzione della frequenza talvolta diventa trascurabile. In parallelo ad una diminuzione della frequenza si assiste ad un aumento del periodo relativo al modo di vibrare della struttura; la relazione che definisce tale andamento è la seguente:

$$T_D = \frac{T}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (6.6)$$

Tale relazione risulta essere complementare a quella della frequenza definita attraverso l'espressione (6.4). In linea generale la risposta dinamica per un sistema ad 1 grado di libertà, con condizioni iniziali non nulle può essere descritto dalla seguente figura:

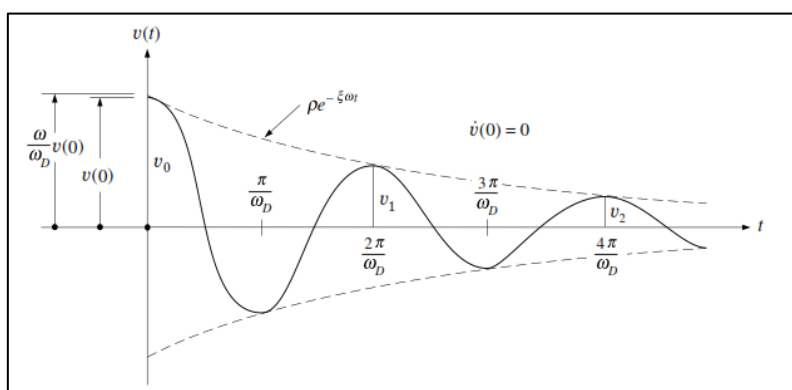


Figura 6.2 – Risposta di una vibrazione libera per sistema con smorzamento sottocritico

La funzione di risposta dinamica tende al diminuire all'aumentare dell'istante temporale considerato, per effetto dello smorzamento presente nel sistema.



Inoltre, di grande interesse risulta essere la risposta stazionaria sotto una forzante armonica. In questo caso, il sistema presenta effetti di risonanza locale quando la forzante possiede la stessa frequenza di vibrazione del sistema. Per sistemi non smorzati l'amplificazione assume valori infiniti, mentre in presenza dello smorzamento tale aumento della risposta diminuisce in maniera proporzionale allo smorzamento del sistema. La funzione di amplificazione dinamica risulta possedere la seguente espressione:

$$D = [(1 - \beta^2) + (2\xi\beta)^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (6.7)$$

Dove β è pari al rapporto tra la frequenza della forzante e del sistema.

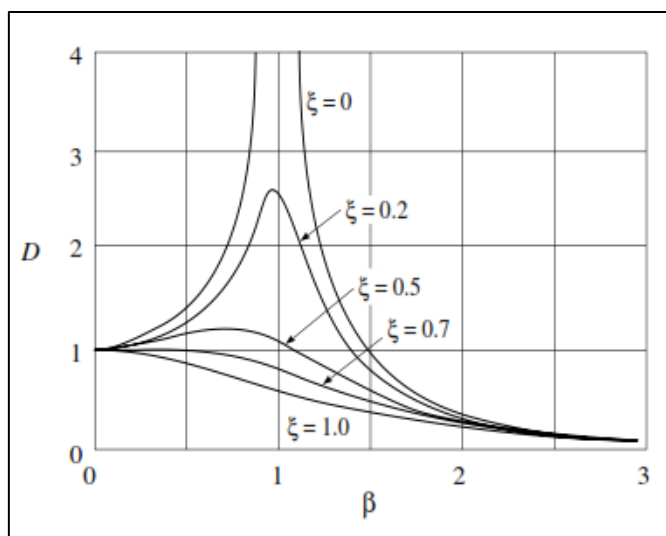


Figura 6.3 – Fattore di amplificazione dinamica con variazione del rapporto di smorzamento e frequenza

L'amplificazione si ottiene per β pari ad 1, quindi nel caso di uguaglianza tra le due forzanti. A seconda dell'entità dello smorzamento presente nel sistema la risposta assume una determinata amplificazione.



6.2.2 Sistemi MDOF

Le equazioni del moto per un sistema a molti gradi di libertà costituiscono un sistema di equazioni del secondo ordine così fatto:

$$[M]\{\ddot{v}(t)\} + [C]\{\dot{v}(t)\} + [K]\{v(t)\} = p(t) \quad (6.8)$$

Dove le parentesi indicano la dimensione del termine: in particolare la parentesi quadra indica una matrice e quella graffa un vettore. Le matrici, in generale, sono matrici simmetriche con molteplici termini non nulli il che sta ad indicare che su ciascuna equazione del sistema compaiono simultaneamente più incognite (in teoria tutte le incognite). Il sistema è quindi un sistema di equazioni fortemente accoppiate, che devono essere risolte simultaneamente. Purtroppo la matrice di smorzamento $[C]$ non è in generale diagonalizzata dagli autovettori che diagonalizzano la $[M]$ e $[K]$, a meno che essa non sia ad esse proporzionale. Solitamente per ovviare a tale problema nelle analisi modale viene implementato lo **smorzamento di Rayleigh**, il quale prevede che la matrice di smorzamento $[C]$ sia proporzionale alla matrice di massa e rigidità come mostrato attraverso la seguente espressione:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (6.9)$$

Scelto il rapporto di smorzamento ξ i parametri α e β possono valutarsi sulla base di due prescelti modi di vibrazione.

$$\alpha = 2\xi \left(\frac{\omega_n \omega_m}{\omega_n + \omega_m} \right) \quad (6.10)$$

$$\beta = 2\xi \left(\frac{1}{\omega_n + \omega_m} \right) \quad (6.10)$$

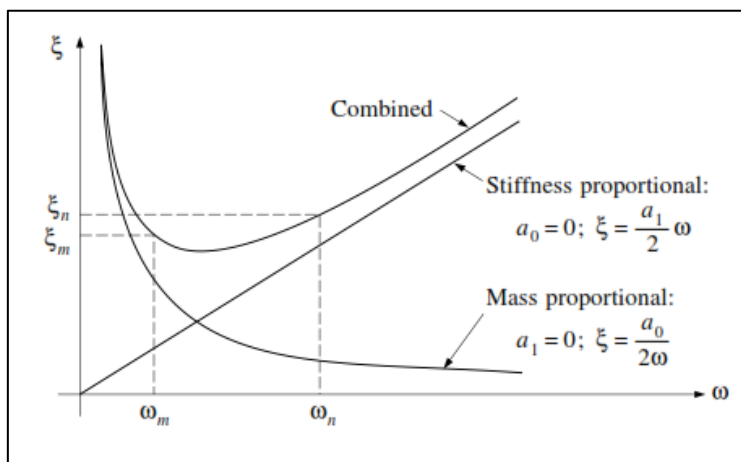


Figura 6.4 – Relazione tra il rapporto di smorzamento e di frequenza



Adottando uno smorzamento proporzionale alla sola massa si renderebbe basso il valore dello smorzamento attribuibile ai modi di vibrazione superiori (ad alta frequenza). Al contrario adottando uno smorzamento proporzionale alla rigidezza si avrebbe uno smorzamento crescente linearmente con la frequenza. Lo smorzamento alla Rayleigh ingloba entrambe queste caratteristiche.



6.3 Il caso studio

Il caso studio viene calibrato in modo tale da far emergere i punti chiavi derivanti dalla presenza dello smorzamento strutturale, attraverso modellazione agli elementi finiti con il software *Comsol Multiphysics*. Le simulazioni saranno eseguite variando il rapporto di smorzamento della struttura per diversi livelli di invaso del caso studio analizzato. In particolare verranno analisi i seguenti casi:

- $\xi=5\%$
- $\xi=10\%$
- $\xi=20\%$
- assenza di smorzamento

Le simulazioni effettuate, saranno parametriche e modali nel dominio temporale, con il modulo *Acoustics-Structure-Interaction*.

6.3.1 Il modello

I dati che interessano la definizione del sistema diga-bacino vengono riportati schematicamente ai punti seguenti:

Corpo DIGA

- $B=80$ m base maggiore
- $b=5$ m larghezza al coronamento
- $H=100$ m altezza corpo diga
- $E_s=25000$ MPa modulo elastico
- $\rho=2400$ kg/m³ densità volumetrica del cls

Corpo BACINO

- $L=300$ m lunghezza del serbatoio
- $H_w=100,75,50,25$ differenti livelli di invaso considerati
- $C_s=1500$ m/s velocità onde sonore nell' acqua
- $\gamma=1000$ kg/m³ densità volumetrica dell' acqua

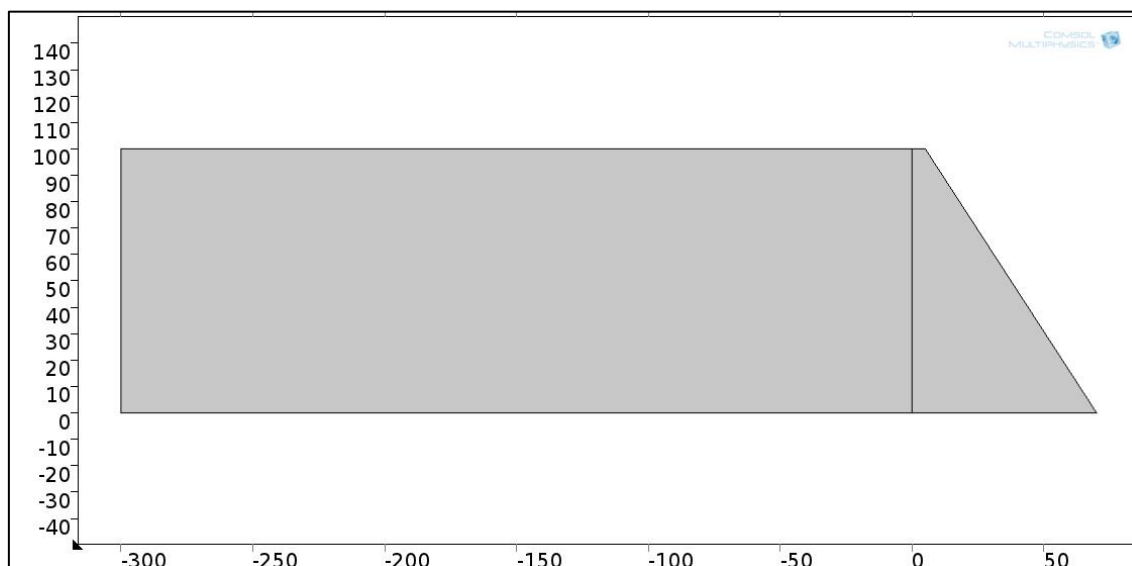


Figura 6.5 –Modello del caso studio

Il bacino viene troncato in lunghezza verso monte a 300 m, il quale equivale a tre volte l'altezza della diga seguendo l'ipotesi proposta in (98) secondo la quale oltre tale distanza le sezioni del bacino non influenzano più il campo delle pressioni nel fluido.

Per rendere il modello più rispondente possibile alla realtà fisica del fenomeno sono state impostate le seguenti condizioni al bordo:

- a. una condizione del tipo Sound Soft Boundary è stata applicata per il bordo superiore del dominio fluido, il quale schematizza il pelo libero. Essa definisce un bordo sul quale la pressione vale:

$$p = 0 \quad (6.11)$$

e costituisce la più adeguata approssimazione per descrivere un' interfaccia fluido-gas, come è il pelo libero del bacino;

- b. una condizione del tipo Plane Wave Radiation per la sezione in corrispondenza della quale il dominio fluido viene troncato. Si tratta appunto di una condizione che permette di schematizzare una superficie o un bordo come radiante rispetto ad un'onda piana, incidente, cioè come penetrabile da parte dell' onda stessa, minimizzando la riflessione dell' onda in allontanamento quando il suo angolo di incidenza col piano stesso è prossimo alla normale;
- condizione di Sound Hard Wall per il bordo che schematizza il fondale del bacino, in modo da ottenere derivata nulla della pressione in direzione normale al bordo stesso, condizione che approssima la non penetrabilità del bordo stesso nei confronti di un'onda sonora incidente;
- una condizione di Acoustic – Structure Boundary all' interfaccia tra il dominio



solido e fluido. Questa condizione connette la variazione di pressione acustica nel dominio fluido con la deformazione strutturale nel dominio solido. [condizione presente solo nel caso di diga flessibile]

Entrambi i domini sono stati risolti attraverso una mesh *Free Quad* il quale produce una meshatura con forme non necessariamente quadrilatere in funzione della complessità della fisica del problema. Tale tecnica, oltre a permettere un risparmio in termini di oneri computazionali, permette di ottenere una ottima rispondenza dei risultati.

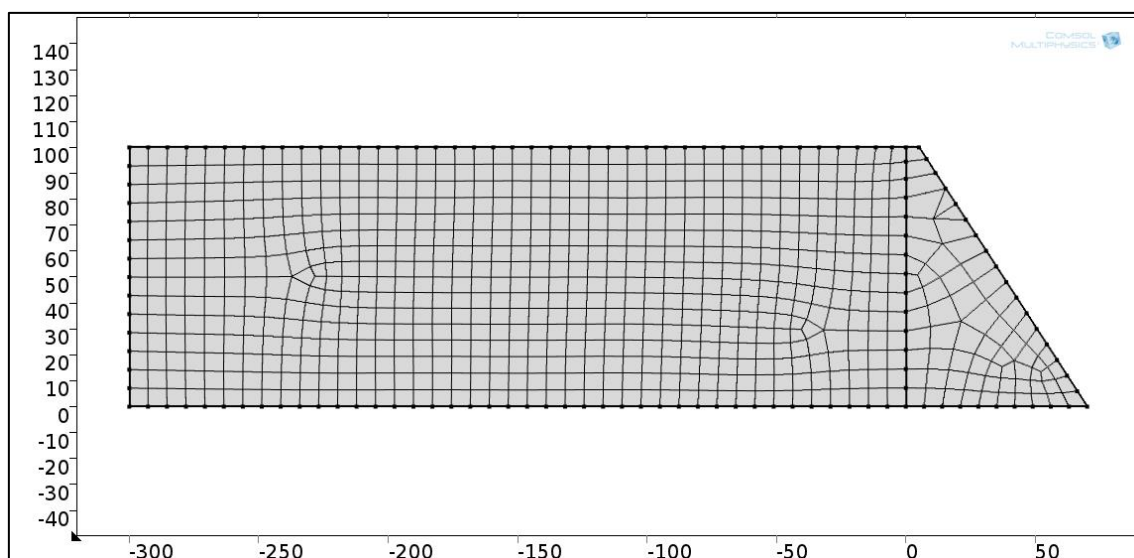


Figura 6.6 – Mesh del modello

Per simulare il moto sismico, le analisi sono state effettuate imponendo una forzante armonica imposta al corpo diga come legge accelerazione con andamento sinusoidale nel tempo del tipo:

$$a(t) = a_{max} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = \alpha g \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (6.12)$$

In cui:

- $a_{max} = \alpha g$ ampiezza del moto sismico, con α coefficiente sismico posto pari a 0.5.
- T periodo della forzante

Il modello è stato computato, sotto la forzante in input descritta in (6.12) attraverso analisi time-history e parametriche. La simulazione Time History viene eseguita per un intervallo temporale da "0s" a "150T s", con step temporale di $T/4$, dove T è il periodo della forzante: quindi a seconda del periodo considerato la durata dell'analisi sarà diversa. Come step temporale è stato scelto " $T/4$ ", in quanto il valore massimo in una forzante sinusoidale si raggiunge nei quarti del periodo, e quindi tale intervallo è in grado, al variare del periodo, di cogliere i valori massimi della risposta.



Le analisi parametriche sono state eseguite risolvendo tante analisi Time History, variando il parametro T , periodo della forzante.

In output si è andati a plottare la distribuzione delle pressioni (relative) nel dominio fluido al variare di determinati parametri: queste pressioni, che rappresentano la variazione di pressione rispetto al valore di riferimento della pressione stazionaria, cioè la pressione idrostatica, costituiscono l'effettivo valore della pressione idrodinamica al quale il dominio fluido è soggetto a causa della perturbazione indotta dalla forzante armonica.

6.3.1.1 Smorzamento

Lo smorzamento viene introdotto sul software agli elementi finiti come il modello Rayleigh, illustrato al precedente paragrafo, viene definito dalla seguente espressione:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (6.9)$$

dove α e β rappresentano rispettivamente i parametri di smorzamento proporzionali a massa e rigidità. Ad ogni frequenza di risonanza, f , corrisponde un fattore di smorzamento ξ , dato dalla seguente espressione:

$$\xi = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{2\pi f} + \beta 2\pi f \right) \quad (6.13)$$

Utilizzando questa relazione a due frequenze di risonanza f_1 ed f_2 con differenti fattori ξ_1 ed ξ_2 si ottiene un sistema di equazioni:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{4\pi f_1} \pi f_1 \\ \frac{1}{4\pi f_2} \pi f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Di conseguenza alla sua natura non fisica, il modello di smorzamento di Rayleigh può essere solo regolato per ottenere un corretto smorzamento per due indipendenti frequenze di risonanza o per fornire un'approssimata risposta di smorzamento indipendente dalla frequenza. Infatti usando i stessi fattori di smorzamento ξ_1 e ξ_2 alle frequenze f_1 e f_2 non si ottiene lo stesso fattore di smorzamento nell'intervallo. Nella figura 6.7 viene mostrato come il parametro di smorzamento è lo stesso per le due frequenze ma inferiore all'interno di tale intervallo.

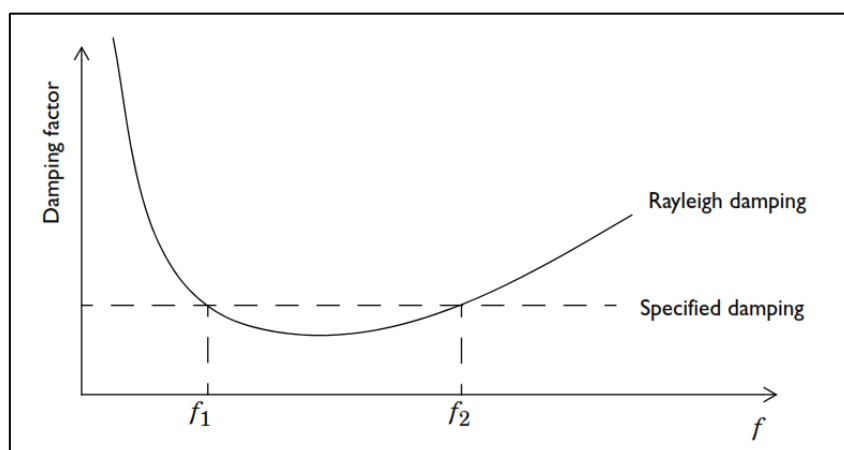


Figura 6.7 – Esempio dello smorzamento di Rayleigh

Per la presente applicazione viene consigliato nel manuale di Comsol – *Acoustics Module User Guide* - (98) di lasciare il parametro α pari a zero e di definire il parametro di smorzamento utilizzando il fattore β . In accordo all'equazione (6.13), viene calcolato il parametro per la prima frequenza di vibrazione del sistema, ottenendo la seguente espressione:

$$\beta = \frac{\xi}{\pi f_0} \quad (6.15)$$

In questo modo si terrà conto del coefficiente di smorzamento sul corpo diga. Per ogni livello di invaso, pertanto si effettuerà in primo luogo un'analisi modale, per definire la frequenza caratterizzante il primo modo di vibrare, e successivamente per si calcolerà il fattore di smorzamento β .

6.3.2 Risultati delle analisi

Le simulazioni elaborate vengono presentate in termini di modi di vibrare del sistema diga bacino, ed amplificazione della pressione idrodinamica in funzione del periodo della forzante. Lo scopo di queste analisi è incentrato principalmente su due obiettivi:

1. Valutare la variazione dei periodi/frequenze relative ai modi di vibrare in accordo all'equazioni (6.6) e (6.4);
2. Determinare l'attenuazione della risposta in funzione del coefficiente di smorzamento.

Le simulazioni vengono elaborate per diversi livelli di invaso del caso studio considerato, facendo variare il coefficiente di smorzamento ξ .



6.3.2.1 Livello di invaso $H_w = 100\text{m}$

6.3.2.1.1 Analisi modale

Livello di invaso - $H_w = 100\text{m}$								
	0%		5%		10%		20%	
Modi	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1°	3,200	0,313	3,203	0,312	3,218	0,311	3,288	0,304
2°	4,222	0,237	4,203	0,238	4,173	0,240	4,065	0,246
3°	5,288	0,189	5,288	0,189	5,287	0,189	5,276	0,190
4°	7,069	0,141	7,047	0,142	7,075	0,141	7,138	0,140
5°	9,111	0,110	8,776	0,114	8,968	0,112	7,760	0,129
6°	9,517	0,105	9,759	0,102	9,331	0,107	9,339	0,107
7°	11,187	0,089	11,242	0,089	10,811	0,092	11,259	0,089
8°	11,540	0,087	11,420	0,088	11,252	0,089	11,674	0,086
9°	11,739	0,085	11,737	0,085	11,712	0,085	11,803	0,085
10°	11,843	0,084	11,774	0,085	11,791	0,085	12,787	0,078

Tabella 6.1 – Modi di vibrare restituiti mediante analisi modale per diversi coefficienti di smorzamento

6.3.2.1.2 Analisi parametrica

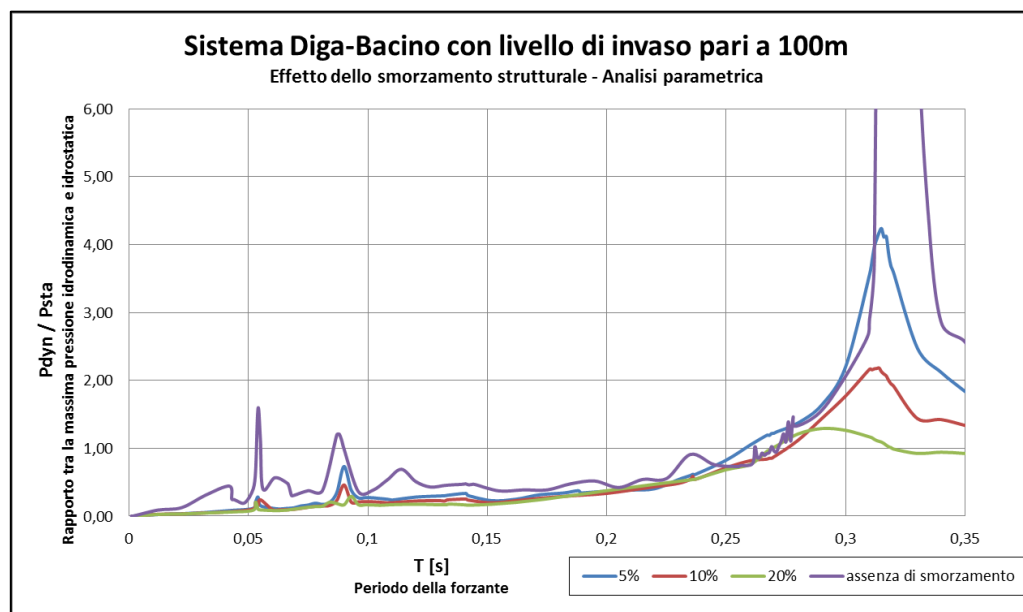


Figura 6.8 – Analisi parametrica per diversi valori di smorzamento



6.3.2.2 Livello di invaso pari a 75m

6.3.2.2.1 Analisi modale

Livello di invaso - $H_w=75m$								
	0%		5%		10%		20%	
Modi	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]
1°	3,970	0,252	3,969	0,252	3,966	0,252	3,942	0,254
2°	5,138	0,195	5,132	0,195	5,123	0,195	5,103	0,196
3°	6,097	0,164	6,095	0,164	6,099	0,164	6,113	0,164
4°	7,710	0,130	7,694	0,130	7,728	0,129	7,800	0,128
5°	9,393	0,106	9,229	0,108	9,346	0,107	8,595	0,116
6°	10,090	0,099	10,191	0,098	9,904	0,101	9,493	0,105
7°	11,734	0,085	11,598	0,086	11,226	0,089	9,871	0,101
8°	12,150	0,082	12,171	0,082	12,139	0,082	12,108	0,083
9°	14,374	0,070	14,374	0,070	14,408	0,069	14,411	0,069
10°	14,838	0,067	14,885	0,067	14,893	0,067	14,901	0,067

Tabella 6.2 - Modi di vibrare restituiti mediante analisi modale per diversi coefficienti di smorzamento

6.3.2.2.1 Analisi parametrica

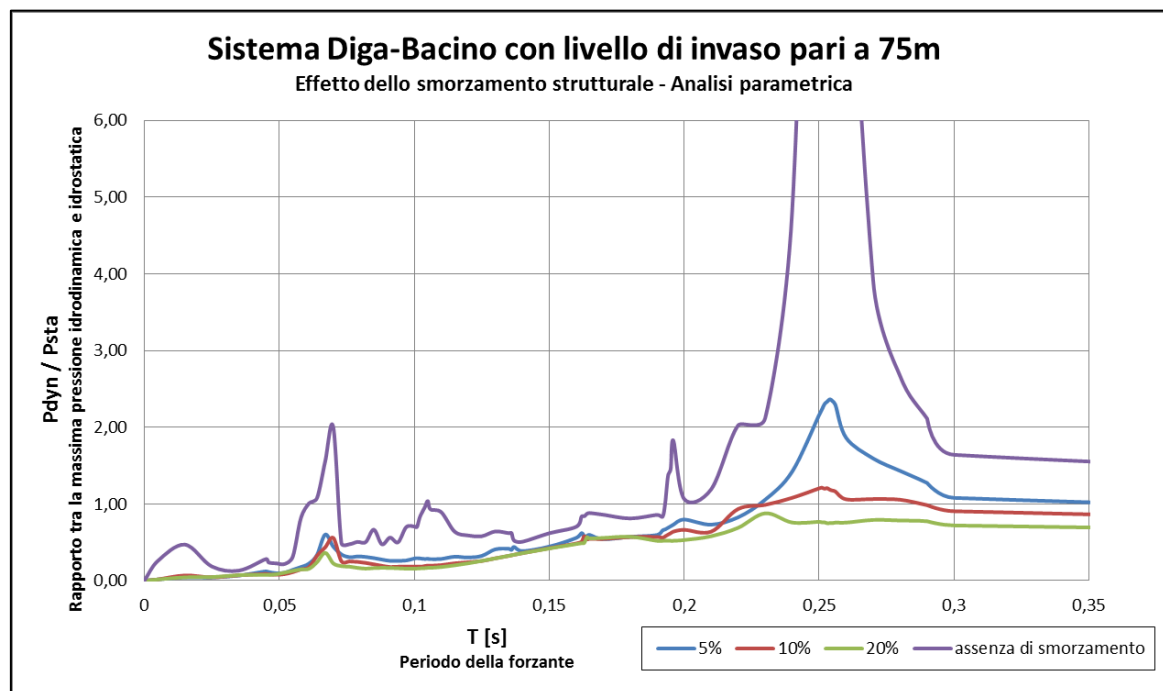


Figura 6.9 – Analisi parametrica per diversi valori di smorzamento



6.3.2.3 Livello di invaso pari a 75m

6.3.2.3.1 Analisi modale

Livello di invaso - $H_w=50m$								
	0%		5%		10%		20%	
Modi	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]
1°	4,247	0,235	4,242	0,236	4,227	0,237	4,163	0,240
2°	7,403	0,135	7,414	0,135	7,440	0,134	7,475	0,134
3°	8,139	0,123	8,150	0,123	7,814	0,128	8,224	0,122
4°	9,298	0,108	9,376	0,107	9,429	0,106	8,660	0,115
5°	9,922	0,101	9,770	0,102	9,545	0,105	9,574	0,104
6°	11,333	0,088	11,340	0,088	11,293	0,089	9,802	0,102
7°	11,759	0,085	11,639	0,086	11,325	0,088	11,318	0,088
8°	13,275	0,075	13,280	0,075	13,290	0,075	13,297	0,075
9°	15,323	0,065	15,361	0,065	15,402	0,065	15,418	0,065
10°	17,009	0,059	16,765	0,060	15,747	0,064	17,632	0,057

Tabella 6.3 - Modi di vibrare restituiti mediante analisi modale per diversi coefficienti di smorzamento

6.3.2.3.1 Analisi parametrica

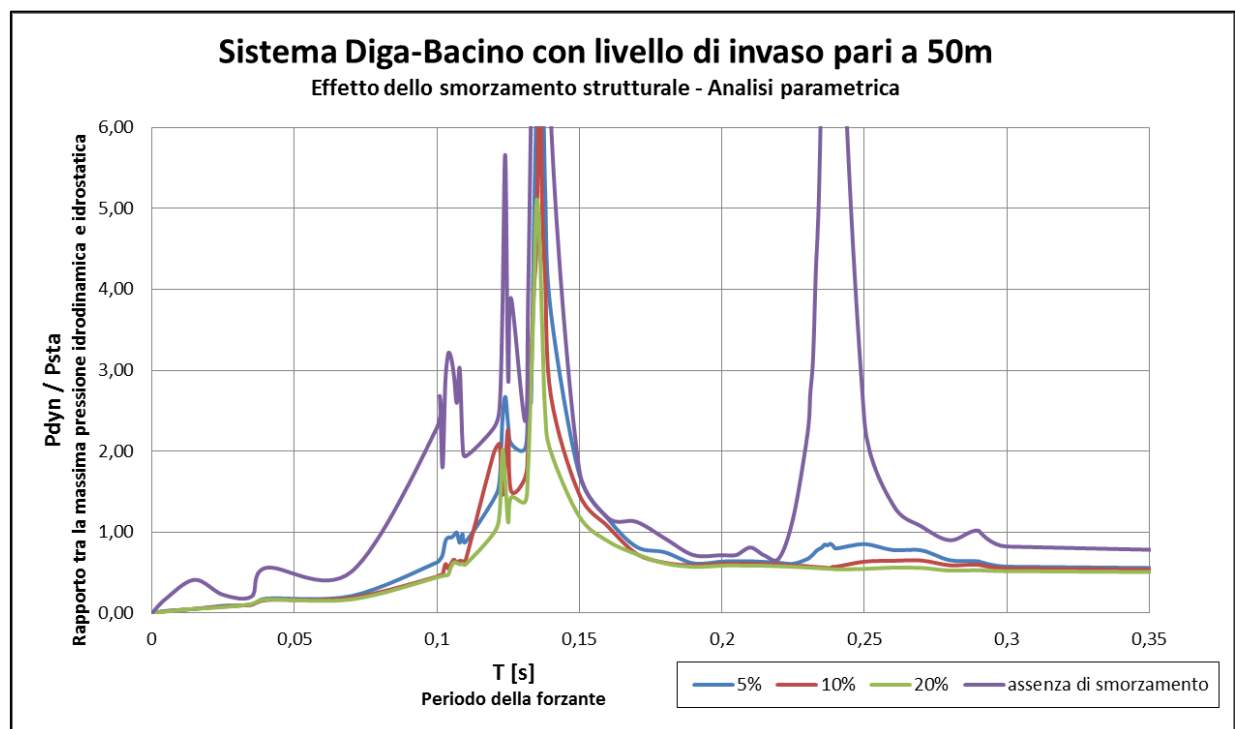


Figura 6.10 – Analisi parametrica per diversi valori di smorzamento



6.3.2.4 Livello di invaso pari a 25m

6.3.2.4.1 Analisi modale

Livello di invaso - $H_w=25m$								
	0%		5%		10%		20%	
Modi	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]	f [Hz]	T[s]
1°	4,283	0,233	4,278	0,234	4,262	0,235	4,197	0,238
2°	9,729	0,103	9,667	0,103	9,478	0,106	8,675	0,115
3°	11,736	0,085	11,628	0,086	11,293	0,089	9,824	0,102
4°	14,788	0,068	14,824	0,067	14,845	0,067	14,860	0,067
5°	15,203	0,066	15,226	0,066	15,243	0,066	15,258	0,066
6°	15,954	0,063	15,999	0,063	15,736	0,064	16,032	0,062
7°	16,919	0,059	16,810	0,059	16,016	0,062	17,129	0,058
8°	17,349	0,058	17,097	0,058	17,113	0,058	18,493	0,054
9°	18,492	0,054	18,464	0,054	18,477	0,054	20,071	0,050
10°	20,035	0,050	20,039	0,050	20,055	0,050	21,817	0,046

Tabella 6.4 - Modi di vibrare restituiti mediante analisi modale per diversi coefficienti di smorzamento

6.3.2.4.2 Analisi parametrica

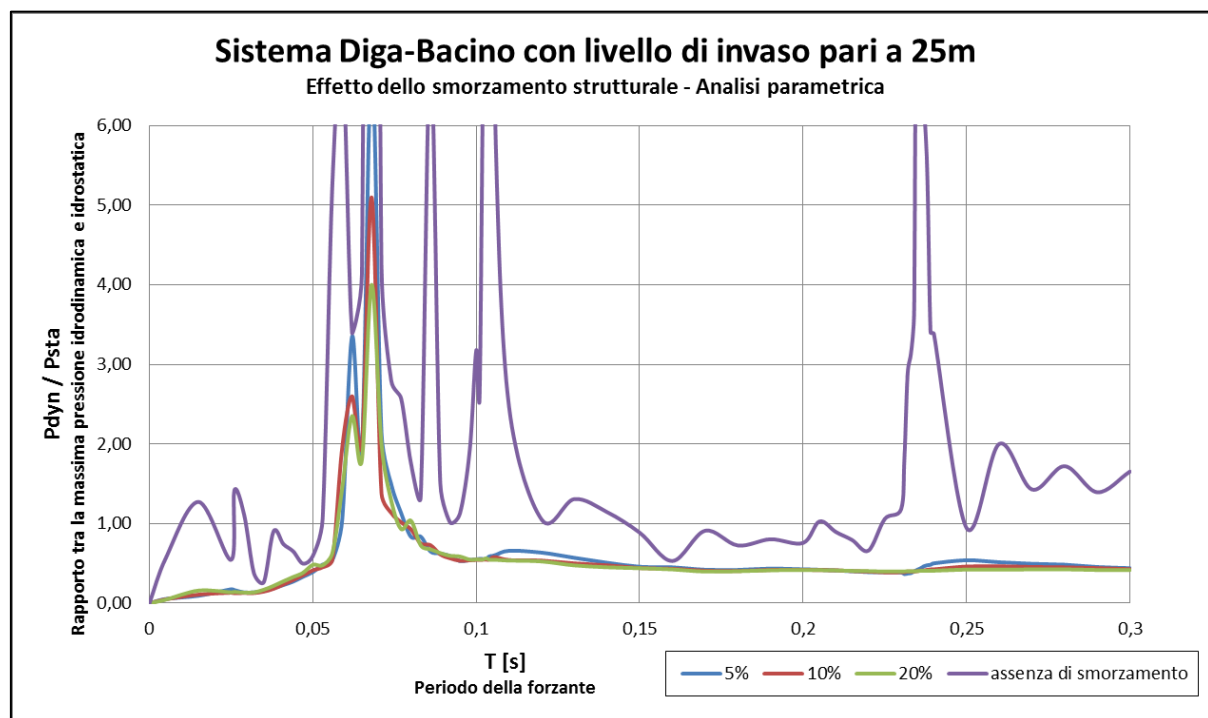


Figura 6.11 – Analisi parametrica per diversi valori di smorzamento



6.3.3 Valutazioni e confronti

L'effetto dello smorzamento strutturale come riscontrato dalla teoria della dinamica delle strutture comporta una riduzione dell'amplificazione dinamica ed allo stesso tempo una variazione del periodo relativo ai modi di vibrare del sistema diga-bacino. Tale variazione, come osservato dalla figura 6.1, diventa molto piccola, e quindi influente nel campo dello smorzamento interessante l'ingegneria civile, ovvero per valori del rapporto di smorzamento inferiori al 20%.

Dalle analisi elaborate è possibile in linea generale confermare quanto osservato dalle elucubrazioni di carattere teorico, riassumendo il tutto nei seguenti punti:

- **Attenuazione della risposta dinamica inerente:**
 - Primo modo di vibrare
 - L'amplificazione della risposta dinamica sul primo modo di vibrare della struttura è differente a seconda del livello di invaso. Infatti dalle analisi effettuate, riscontrabili nelle figure soprastanti, lo smorzamento produce una completa attenuazione della pressione idrodinamica per altezza del bacino inferiore a 50m; al contrario per livello di invaso maggiore, l'attenuazione risulta essere di misura inferiore, e in ogni caso la pressione idrodinamica, anche per coefficienti di smorzamento elevati rimane maggiore di quella idrostatica.
 - Modi di vibrare superiori
 - L'attenuazione della pressione idrodinamica al variare dei coefficienti di smorzamento risulta essere opposta rispetto a quella del primo modo di vibrare. Infatti è possibile riscontrare una netta diminuzione della pressione idrodinamica per livelli di invaso maggiori a 50m, sui modi superiori; al contrario accade per livelli di invaso inferiori a tale valori, i quali presentano una modesta amplificazione della pressione idrodinamica rispetto a quella idrostatica, nonostante la presenza di coefficienti di smorzamento elevati.
- **Variazione delle frequenze/periodi relativi ai modi di vibrare del sistema diga-bacino**
 - Come riscontrabile dalla teoria, le analisi modali effettuate mostrano una modesta variazione del periodo relativo ai modi di vibrare per i coefficienti



di smorzamento analizzati: 5%, 10% e 20%. Essendo la percentuale di smorzamento molto piccola, quest'ultima non è in grado di influenzare in maniera evidente i periodi attestanti i modi di vibrare. Inoltre è possibile riscontrare una variazione maggiore dei periodi relativi ai modi di vibrare superiori rispetto al primo, per la natura intrinseca del modello di smorzamento implementato (*Modello di Rayleigh*), proporzionale alla rigidezza.

Pertanto è possibile concludere che a seconda del livello di invaso lo smorzamento strutturale produce effetti differenti in termini di amplificazione della risposta dinamica sui modi di vibrare del sistema diga-bacino. Inoltre è stata dimostrata come la variazione relativa alle frequenze dei modi propri di vibrare sia molto piccola nel campo di smorzamento analizzato.



7. CAPITOLO 7: Verifiche sismiche per una diga esistente in Toscana

7.1 Introduzione

La valutazione dello stato di sicurezza di una diga soggetta all'azione sismica è un argomento che necessita competenze specifiche e di livello avanzato. Rispetto a questo ci si domanda se un giorno riusciremo a spiegare con un sistema di teorie e di metodi tutti i fenomeni significativi che riguardano questo problema. Immaginando di riuscire a raggiungere una tale conoscenza, il nostro lavoro potrebbe dirsi concluso? Se da un lato si tende ad approfondire lo studio dall'altro si ha l'utilità di trovare dei metodi semplificati.

Il concetto di “*metodo semplificato*” richiama un altro aspetto importantissimo che è quello della sicurezza. È internazionalmente accettato che le analisi semplificate possono essere utilizzate per i progetti preliminari oppure per le prime verifiche delle dighe esistenti.

Oltre a questo va fatta un'altra considerazione che riguarda i parametri che entrano in gioco nell'impianto teorico che scegliamo per l'analisi. In generale possiamo dire che una teoria ha bisogno di tanti più input quanto più è approfondita. La loro stima richiede però indagini con un costo elevato. Per questa ragione bisogna valutare con un certo grado di esperienza quale sia l'analisi più efficace. Oltre a scegliere l'analisi più appropriata è consigliabile individuare quali sono i parametri d'input che influenzano maggiormente i risultati. Un utile strumento per fare questo è rappresentato dalle analisi di sensibilità che possono essere svolte solo per le analisi semplificate che richiedono dei tempi di calcolo contenuti.

Per sintetizzare quanto finora detto rispetto al modo di procedere, è utile fare riferimento alle indicazioni riportate sul testo redatto da ITCOLD che riguarda “La verifica sismica delle dighe” (100) :

“a seconda dell'importanza dell'opera e soprattutto del rischio sismico ad essa associato, si dovrebbero graduare lo sforzo ed il grado di approfondimento delle verifiche, premiando in ogni caso un approccio ingegneristico al problema”.



Tenuto conto di questo, incominceremo concentrando la nostra attenzione sul problema piano, considerando una sezione di diga larga 1 m appartenente al concio più alto della diga, che generalmente dovrebbe essere quello più critico.

Le verifiche sismiche saranno condotte dapprima utilizzando metodi semplificati, quali la trattazione di Westergaard e metodo di Fenves e Chopra e successivamente paragonati a metodi avanzati quali elementi finiti di tipo acustico. Le verifiche con i metodi semplificati vengono condotte con i software CADAM ed RS-DAM, mentre quelle con gli elementi finiti di tipo acustico vengono elaborate con COMSOL Multiphysics.

Inoltre per mettere in risalto i parametri chiave dell'interazione fluido-struttura, queste verifiche sismiche vengono condotte con due accelerogrammi e spettri relativi: uno spettro compatibile, derivato dall'attuale normativa vigente in Italia, ed un altro registrato proprio sul sito dove sorge la diga.



7.2 L'azione sismica di progetto

I metodi di valutazione dell'azione sismica attesa al sito rispetto alla quale vanno effettuate le verifiche sono cambiate molto nel corso di questo secolo.

Intorno agli anni 30' la diga americana di Hoover è stata la prima ad essere progettata considerando gli effetti dell'azione sismica. Al tempo, l'effetto del sisma era valutato applicando alla massa della diga un'accelerazione pari a 0.07 , 0.1 g, valore al quale si dà il nome di "coefficiente sismico". Oggi questo valore non è considerato idoneo a caratterizzare la sismicità della zona, gli effetti locali, ma soprattutto la probabilità di accadimento dei terremoti.

Il vero cambiamento di approccio è arrivato con l'introduzione delle verifiche allo stato limite. In questo caso la funzionalità e la resistenza della struttura vengono valutate facendo riferimento a scenari specifici rispetto ad archi temporali prefissati. Dal punto di vista dell'azione sismica questo significa che bisognerà verificare che non ci siano danni per terremoti frequenti di piccola intensità e che non avvenga il collasso della struttura per terremoti poco probabili che hanno tempi di ricorrenza dell'ordine delle migliaia di anni. Il valore dell'azione sismica assume così una nuova caratterizzazione: il tempo di ritorno del terremoto. I metodi utilizzati per la valutazione dei tempi di ritorno e dei parametri sismici di progetto, quali la PGA, gli spettri di risposta o gli accelerogrammi, si differenziano nei diversi paesi in relazione alle normative nazionali. Esiste tuttavia un documento redatto dall'ICOLD nel quale vengono fissati dei riferimenti per la stima di questi parametri nel caso particolare delle dighe. Il bollettino di cui si parla è il numero 148, recente aggiornamento del bollettino 72 .

L'ICOLD distingue tre differenti azioni sismiche, denominate come segue:

- Safety Evaluation Earthquake (SSE);
- Operating Basis Earthquake (OBE);
- Construction Earthquake (CE).

La prima è associata al massimo livello sismico al quale la diga deve resistere. Per le dighe più importanti questo terremoto corrisponde con quello che viene definito il massimo terremoto credibile, Maximum Credible Earthquake (MCE), valutato con un approccio deterministico. Negli altri casi l'ICOLD indica di utilizzare un approccio probabilistico e dei tempi di ritorno di 10000 anni. Rispetto a questo livello di azione sismica non dovrà avvenire il rilascio incontrollato di acqua. Si richiede inoltre che per tali azioni vengano progettate quelle parti dell'impianto il cui funzionamento è essenziale per la sicurezza



sismica della diga. L'ICOLD fa riferimento agli scarichi di fondo e alle paratoie.

Nel precedente bollettino 72 l'ICOLD distingueva la valutazione dell'azione sismica anche in base al rischio associato alle strutture, incrementando i tempi di ritorno per strutture di grande importanza ed il cui collasso avrebbe provocato grandi conseguenze. Per l'SSE si richiedeva un tempo di ritorno più basso di 3000 e 1000 per strutture con rischio meno elevato. L'Operating Basis Earthquake è invece associato all'evento rispetto al quale la diga può subire solo danni accettabili. Il tempo di ritorno associato a questi eventi sismici è di 145 anni (50% di probabilità di essere superato in 100 anni). Tutte le opere accessorie devono rimanere in funzione dopo una scossa di terremoto di questa intensità.

L'ultimo dei livelli di azione sismica è relativo alle opere provvisorie. In questo caso i tempi di ritorno si riducono ulteriormente.

Nella proposta per le nuove Norme Tecniche in materia di Dighe (NTD) (2) vengono invece definiti 4 stati limite:

- lo Stato Limite di Operatività (SLO);
- lo Stato Limite di Danno (SLD);
- lo Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV);
- lo Stato Limite di Collasso (SLC).

Gli stati limite sono definiti come entrata e/o uscita dalle condizioni riportate di seguito:

1. normale funzionamento;
2. danni riparabili, senza rilascio incontrollato di acqua;
3. danni non riparabili, senza rilascio incontrollato di acqua;
4. danni che determinano il rilascio incontrollato di acqua, o comunque rischio di perdite di vite umane;
5. collasso della struttura.

Nel corso di questi anni si sta provvedendo alla rivalutazione della sicurezza sismica delle dighe esistenti. Gli ingegneri che si stanno occupando di questo compito dovranno verificare che non avvengano danni non riparabili per lo SLD e che la struttura non arrivi al collasso per lo SLC. Si può affermare che la normativa italiana sulle dighe, introdotta di recente è in linea con le indicazioni proposte a livello internazionali. Va fatto notare che nonostante alcune differenze nelle definizioni, i periodi ottenuti con le due normative sono coincidenti. Nel 1998 un gruppo di lavoro ITCOLD coordinato da Aldo Castoldi (12) fece un confronto sui differenti approcci di vari paesi circa la valutazione dell'azione sismica. Lo stesso gruppo di lavoro, in attesa di una nuova normativa tecnica, era andato a studiare la possibile applicazione di nuovi metodi di valutazione sismica al patrimonio di dighe esistenti.



Facendo riferimento alle categorie di intensità sismiche contenute nel vecchio D.M. LL.PP. 16 gennaio 1996 e riportate di seguito

- Non sismica: $PGA < 0.05 \text{ g}$;
- 1° Categoria: $0.05 \text{ g} < PGA < 0.15 \text{ g}$;
- 2° Categoria: $0.15 \text{ g} < PGA < 0.25 \text{ g}$;
- 3° Categoria: $PGA > 0.25 \text{ g}$

si arriva a descrivere la pericolosità sismica delle dighe Italiane divise per categorie.

Categoria sismica	TIPO DIGA					Totale
	Materiali sciolti	Gravità	Gravità allegg.	Arco	Archi multipli	
Non sismica	79	153	24	56	7	319
1a categoria	4	5	1	5	0	15
2a categoria	105	51	2	24	2	184
3a categoria	2	1	0	0	0	3
TOTALE	190	210	27	85	9	521

Tabella 7. 1– Tabella riassuntiva del grado di sismicità associato alle dighe italiane

La tabella mostra che solo 3 dighe si trovavano nella zona sismica più alta e che il numero maggiore di dighe si trovava in zona non sismica. Questo mostra la grande differenza tra l'azione sismica assunta in fase di progetto e quella attuale. Si riportano di seguito, le mappe di sismicità del tempo (2004) con quelle più recenti ottenute con un tempo di ritorno dell'azione sismica di 475 anni. Il confronto mostra chiaramente che molte delle zone non classificate come sismiche sono state riqualificate sismiche.

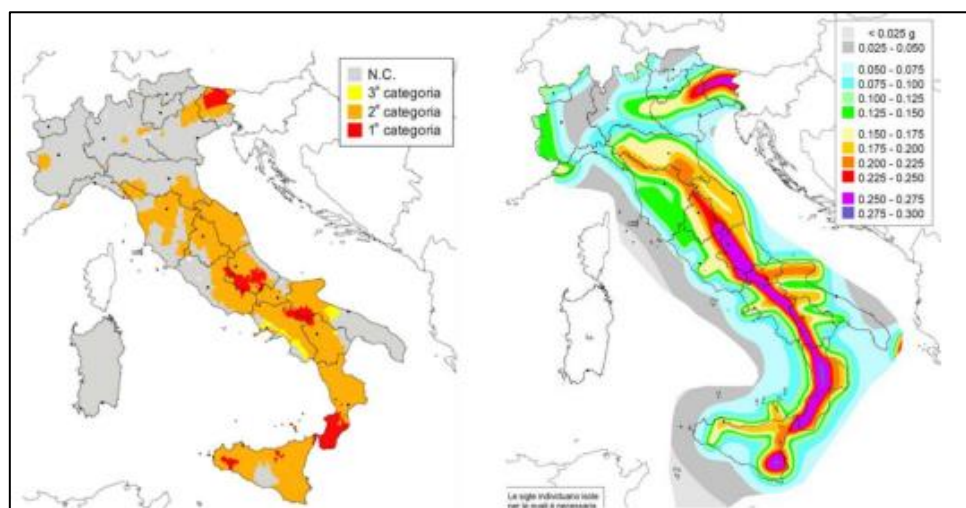


Figura 7.1 – Classificazione sismica del 2004(sinistra) e classificazione sismica del 2008(destra)

L'azione sismica risulta maggiore di quella utilizzata precedentemente. Per questa ragione, nelle zone maggiormente sismiche ci si trova a dover verificare rispetto ad azioni orizzontali più alte di quelle di progetto. È ragionevole pensare che in molti casi sarà



necessario andare ad approfondire il comportamento non lineare della struttura. I risultati delle analisi più o meno approfondite dovranno poi essere considerati ai fini della valutazione della sicurezza della struttura. Per fare questo è necessario utilizzare dei criteri di accettabilità.

Le NTD propongono alcuni criteri di valutazione per i vari stati limite considerati. Si richiede per esempio che allo Stato Limite di Danno le tensioni di trazione ottenute siano inferiori ad una frazione della resistenza del materiale. Utili informazioni in materia di criteri di valutazione possono essere dedotti dalle linee guida USACE del 2007. Il testo, frutto dell'esperienza degli Stati Uniti in materia di rivalutazione del loro parco dighe, definisce dei criteri per valutare se le tipologie di analisi disponibili siano adeguate a rappresentare la risposta delle strutture. Se dalle analisi lineari si ottengono delle tensioni troppo elevate in intensità, estensione e durata occorrerà passare ad analisi dinamiche non lineari.



7.3 Metodologie e software di analisi

Nel presente lavoro, le verifiche sismiche verranno effettuate con metodi semplificati ed avanzati, in modo tale da esaltare i punti chiave dell'interazione fluido-struttura, attraverso il confronto dei due.

Vengono messe a punto quattro tipologie di analisi secondo diverse metodologie, ordinate convenzionalmente per semplicità del metodo:

Verifica	Trattazione	Analisi	Software
1	Westergard	Spettrale	CADAM
2	Westergard	Time-History	RS-DAM
3	Chopra	Spettrale	CADAM
4	F.E.M.	Time-History	COMSOL

Tabella 7.2 – Riepilogo delle metodologie di analisi effettuate

I metodi utilizzati per le verifiche si basano su differenti ipotesi, pertanto di seguito vengono riportate in formato tabellare:

Trattazione di Westergard sempl.		Trattazione di Fenves e Chopra		Metodo F.E.M.	
Ipotesi di base		Ipotesi di base		Ipotesi di base	
1)	Diga rigida	1)	Diga flessibile	1)	Diga flessibile
2)	Liquido incompressibile	2)	Liquido comprimibile	2)	Liquido comprimibile
3)	Approccio acustico	3)	Approccio acustico	3)	Approccio acustico
4)	Trattazione analitica	4)	Tratt. analitica+numerica	4)	Tratt. numerica

Tabelle 7.3 – Ipotesi rispettivamente delle trattazioni di Westergard, Fenves e Chopra e metodo F.E.M.

Dalla tabella 7.3 si nota come le trattazioni presentano notevoli differenze in termini di formulazione del metodo; si precisa soltanto che la metodologia di Fenves e Chopra fu derivata inizialmente analiticamente e successivamente perfezionata numericamente con tecniche agli elementi finiti.

Come presentato nella tabella 7.2, i programmi adoperati risultano essere i seguenti:

1. Cadam
2. Rs-Dam
3. Comsol Multiphysics

Nei paragrafi seguenti verrà fatto un cenno sul funzionamento di tali software, escludendo dalla presentazione il software Comsol Multiphysics, ampiamente descritto nel capitolo 2.



7.3.1 RS-Dam

RS-DAM rappresenta un software sviluppato principalmente per fornire uno strumento capace di valutare la risposta transitoria di una diga a gravità sottoposta ad un'eccitazione sismica. Questo programma è basato sull'equilibrio di un corpo rigido ed è in grado di eseguire analisi transitorie a ribaltamento e scorrimento nella sezione fessurata.

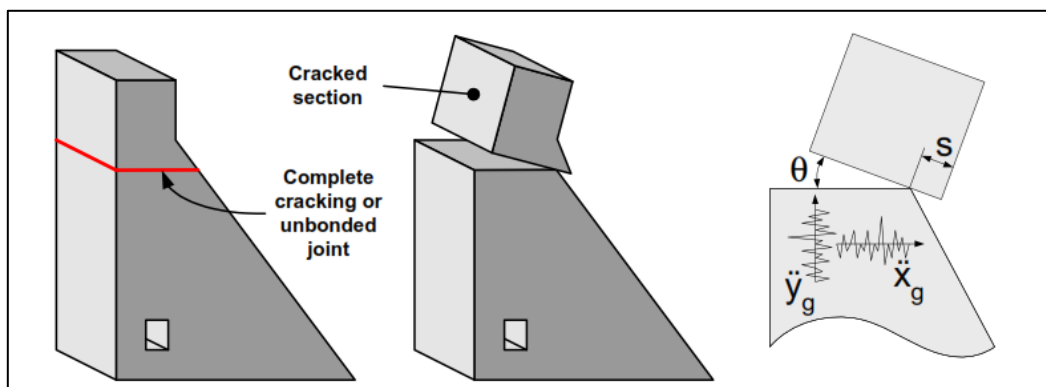


Figura 7.2 – Equilibrio dinamico del corpo rigido

Nel contesto di applicazioni industriali o di ricerca e sviluppo, RS-DAM permette:

- Verificare la stabilità sismica di un componente completamente fessurato della diga in calcestruzzo oppure di un blocco rigido;
- Analisi parametrica sugli effetti della geometria, sottopressioni, forze idrodinamiche ed ampiezza del carico sulla risposta strutturale transitoria.
- Studiare diversi scenari di consolidamento quali ad esempio la precompressione a cavi post-tesi.

Le analisi sviluppate con questo software, riguardano le verifiche di scorrimento (*sliding*) e ribaltamento (*overturning*).



7.3.1.1 Analisi di "Sliding"

Le equazioni che governano lo scorrimento dovuto ad un'eccitazione sismica sono molto simili all'espressione presentata da Chopra e Zang nel 1991 per piano di fessurazione orizzontale.

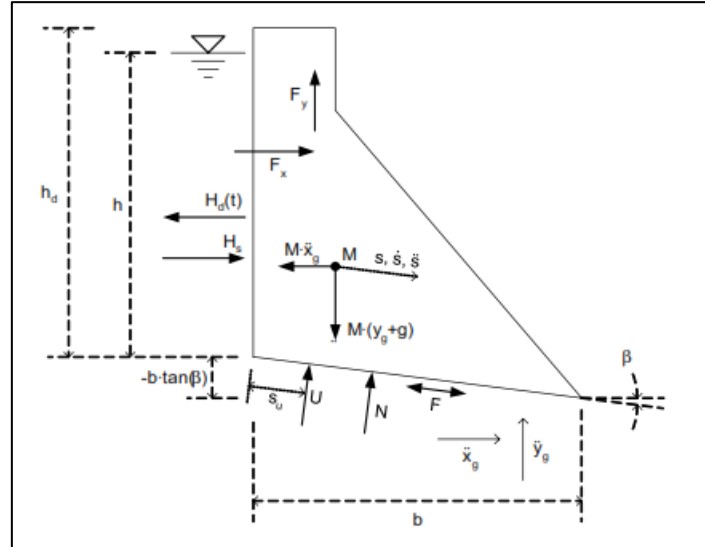


Figura 7.3 – Dimensioni e forze considerate nell'analisi di sliding

Lo scorrimento si verifica quando la forza applicata di taglio (S) è maggiore della resistenza statica per attrito (F) lungo il piano di scorrimento.

$$S = M(\ddot{y}_g + g) \cdot \sin(\beta) + (H_s - H_d - M\ddot{x}_g) \cdot \cos(\beta) \quad (7.1)$$

$$F = \mu_s \cdot N \cdot \text{sign} = -\mu_s \cdot (U - M \cdot (\ddot{y}_g + g) \cdot \cos(\beta) + (H_s - H_d - M\ddot{x}_g) \cdot \sin(\beta)) \cdot \text{sign} \quad (7.2)$$

Dove:

$$\text{sign} = -\frac{S}{|S|} \quad (7.3)$$

La resistenza per attrito agisce nella direzione opposta alla forza di taglio applicata quando il blocco è a riposo. Tuttavia, quando il blocco sta scorrendo, la resistenza per attrito si presenta nella direzione opposta alla direzione di scorrimento.

7.3.1.1.1 Pressione idrodinamica

La forza idrodinamica (H_d) viene computata utilizzando le masse aggiunte calcolate con la trattazione di Westergaard con liquido incompressibile.

$$H_d = -M_w \cdot \ddot{x}_g = \left(-0.543 \cdot \rho_w \cdot \sqrt{h_r} \cdot (h_r - h_0)^{\frac{3}{2}} \right) \cdot \ddot{x}_g \quad (7.4)$$

Dove ρ_w rappresenta la densità volumetrica del fluido e h_r l'altezza totale del serbatoio



7.3.1.2 Analisi di "Rocking"

RS-DAM consente all'utente di computare la risposta transitoria per un generico accelerogramma ottenendo il diagramma di "rocking" ipotizzando che la forza di attrito sia sufficiente a prevenire lo scorrimento.

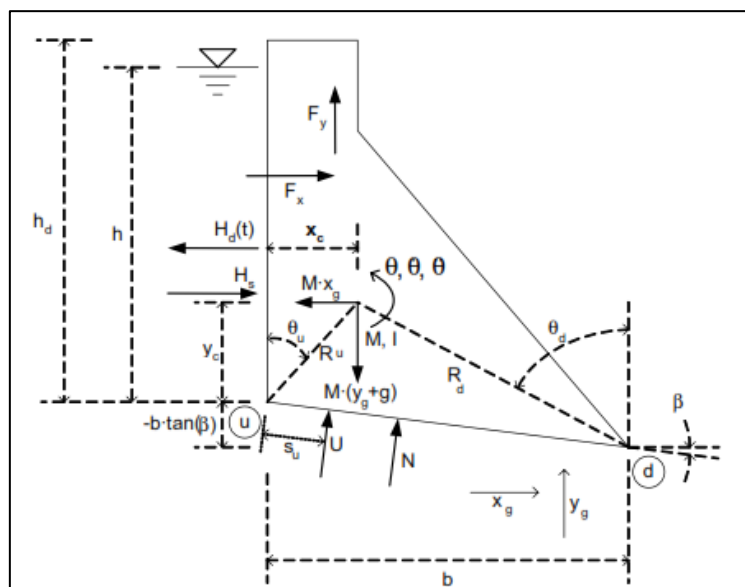


Figura 7.4 – Dimensioni e forze considerate per analisi di ribaltamento

Le equazioni che governano il problema di ribaltamento sono ottenute considerando l'equilibrio del momento intorno al centro di rotazione. Si ottiene *ribaltamento* quando il momento destabilizzante è maggiore di quello stabilizzante.



7.3.2 Cadam

Con questo programma, sviluppato nel 2002 al Politecnico di Montreal, si possono condurre sia analisi di equilibrio globale a scorrimento e ribaltamento, sia analisi dello stato tensionale, ciascuna di esse può essere condotta per diverse combinazioni di carico. Per quanto riguarda l'azione sismica, CADAM permette di utilizzare il metodo proposto da Fenves e Chopra (14), utilizzando quindi la distribuzione di carico statico equivalente che tiene conto dell'interazione tra diga-serbatoio-fondazione, oppure il metodo di Westergard (1) il quale schematizza il corpo diga come rigido e liquido comprimibile.

Il CADAM tratta la struttura come un monolite, diviso in tanti conci, separati da giunti. Si possono scegliere giunti orizzontali o inclinati e per ciascuno di essi fissare delle caratteristiche specifiche del materiale. In questo modo su ciascuno di essi il programma fornisce le sollecitazioni, le tensioni e i fattori di sicurezza a scorrimento ribaltamento e sollevamento.

7.3.2.1 Introduzione alle funzioni e caratteristiche del programma

Il CADAM utilizza il cosiddetto "Gravity Method", questo metodo è basato sull'equilibrio di un corpo rigido per determinare le forze interne agenti sui piani deboli (fa riferimento cioè alle risultanti) e sulla teoria della trave per calcolare le tensioni. La scelta di questo metodo implica le seguenti ipotesi:

- La sezione trasversale della diga è divisa in blocchi con caratteristiche omogenee lungo la loro estensione, la massa del calcestruzzo e i giunti sono uniformemente elastici;
- Le azioni si trasferiscono alla base senza tenere conto dell'interazione con le sezioni adiacenti al concio considerato;
- Il comportamento dei giunti è considerato indipendente;
- Le tensioni normali sono distribuite linearmente sui piani orizzontali.

Il programma considera i carichi sismici come statici. Per tenere conto dell'influenza del tempo di azione sulle tensioni e sulla stabilità il manuale consiglia di utilizzare come accelerazioni di progetto rispettivamente quella di picco e quella sostenuta (pari al 67%-50% dell'accelerazione di picco).

Il programma distingue in analisi pseudo- statica e pseudo- dinamica. Nell'analisi pseudo-



statica, la diga è considerata infinitamente rigida quindi la pressione idrodinamica viene introdotta utilizzando la funzione di Westergaard (1). Nell'analisi pseudo- dinamica il programma segue la trattazione di Fenves e Chopra (14). Tutte le analisi condotte in CADAM possono essere effettuate considerando l'apertura di fessure che avviene al raggiungimento della resistenza a trazione del materiale. A tal proposito è possibile definire diversi valori di resistenza a trazione con i quali il programma valuta l'apertura e la propagazione delle fessure nelle varie combinazioni di progetto. Per quel che riguarda l'azione sismica, che ha una durata breve, è possibile incrementare la resistenza a trazione (il programma consiglia di incrementarla del 50%). Dal momento in cui si mette in conto la possibilità che si formino delle fessure, il programma calcola le risultanti e le loro posizioni facendo riferimento alla parte non fessurata. Una qualche pressione dell'acqua agirà in generale all'interno della fessura. Una caratteristica molto interessante del programma è la possibilità di scegliere la distribuzione della sottospinta agente nei giunti nel caso di una loro fessurazione. La distribuzione delle tensioni di taglio nella sezione non fessurata seguono un andamento parabolico. Quelle della sezione fessurata sono influenzate dalla concentrazione delle tensioni vicino alla punta della fessura quindi vengono modificate in una forma più o meno triangolare (Lombardi 1988).

7.3.2.2 Analisi di "Sliding"

Una delle grandezze più importanti che ricorrerà molto spesso nel seguito di questo lavoro è il fattore di sicurezza allo scorrimento definito dal CADAM come:

$$SSF = \frac{\sum(V + U + Q_v)\tan\phi + cA_c}{\sum H + \sum H_d + Q_h} \quad (7.1)$$

Dove:

- $\sum V$ somma delle forze verticali escludendo la sottospinta;
- $\sum U$ risultante sottospinta dell'acqua;
- $\sum Q_v$ forza d'inerzia verticale dovuta alla massa di calcestruzzo;
- $\sum H$ somma delle forze statiche orizzontali;
- $\sum H_d$ somma delle forze d'inerzia dovute alla massa di calcestruzzo;
- ϕ angolo di attrito;
- c coesione;
- A_c area di contatto non fessurata.



7.4 Caso studio – descrizione della diga

Il caso applicativo scelto per effettuare la verifica sismica, si riferisce ad una diga esistente in Toscana. Il sistema diga-bacino è stato ampiamente descritto in termini geometrici, morfologici e storici nel paragrafo 3.4.1, ma di seguito vengono riportate schematicamente le grandezze necessarie all'elaborazione delle verifiche:

- larghezza base: $B = 70\text{m}$;
- larghezza coronamento: $b = 5\text{m}$;
- altezza totale della struttura: $H = 90\text{m}$;
- altezza del coronamento: $H_{\text{cor}} = 5\text{m}$.

Il corpo diga è stato modellato in materiale *calcestruzzo C35/45*, con le seguenti proprietà meccaniche:

- densità $\rho_{cls} = 2400 \text{ kg/m}^3$;
- modulo di Young: $E_{cls} = 30000 \text{ N/mm}^2$
- modulo di Poisson: $\nu_{cls} = 0.33$
- resistenza a compressione: $f_{ck} = 37,35 \text{ N/mm}^2$
- resistenza a trazione: $f_{ctm} = 3,35 \text{ N/mm}^2$

Ai fini delle verifiche di stabilità allo scorrimento, è necessario tenere in conto una sottospinta agente nelle sezioni di fondazione e di ripresa dei getti, definita come risultante delle sottopressioni idriche agenti sulle sezioni stesse con distribuzione convenzionale. Sia per i tronchi a gravità massiccia, sia per lo sperone di massima altezza la sottospinta viene calcolata considerando le sottopressioni agenti su tutta la sezione di verifica. La sottospinta è dovuta ai fenomeni di infiltrazione dell'acqua da monte a valle della struttura, non solo nel terreno sotto la fondazione, ma anche all'interno dell'ammasso murario che non può mai considerarsi assolutamente impermeabile. Tale situazione può creare problemi in quanto la struttura in esame lavora a gravità: infatti, la spinta data dalle sottopressioni diminuisce il peso del corpo diga. Per l'attenuazione dell'entità del fenomeno, la normativa prescrive la costruzione di opportuni drenaggi in vicinanza del paramento di monte per tutta la lunghezza del concio fino alla sezione di fondazione. In corrispondenza di tali drenaggi si ha una riduzione delle sottopressioni.

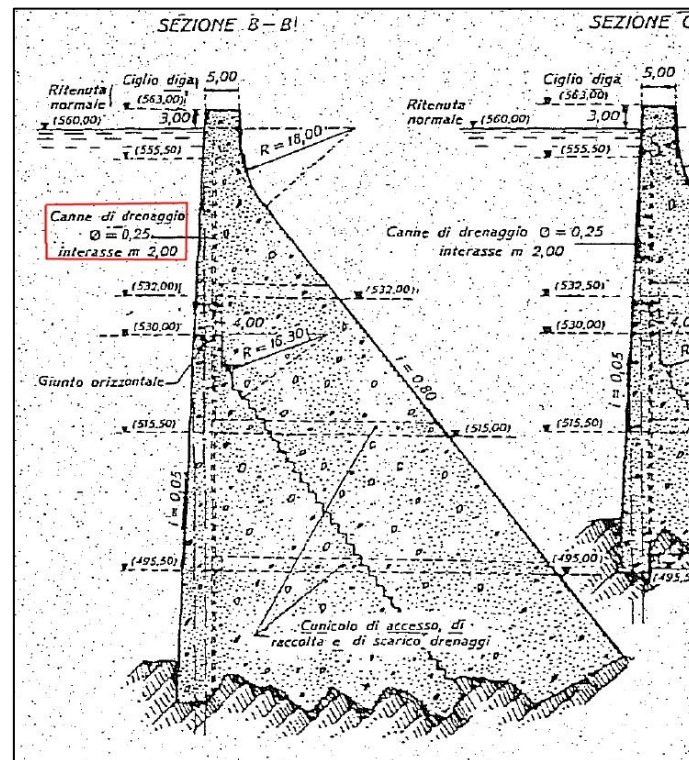


Figura 7.5 – Sezione diga- canne di drenaggio

Per il diagramma delle sottopressioni si considera una situazione convenzionale bilineare, descritta dai seguenti valori:

- A monte la pressione idrostatica relativa al livello di invaso;
- Sull'asse del drenaggio, la pressione idrostatica ridotta di 0,35 volte la differenza tra la pressione idrostatica di monte e quella di valle;
- A valle la pressione idrostatica relativa all'eventuale livello di acqua di valle.

Le canne di drenaggio indicate in figura sono posizionate a 4m dal paramento di monte e ad un interasse di 2m.

Le verifiche vengono effettuate per due eccitazioni sismiche:

1. Sisma ai sensi delle NTC 2008;
2. Sisma registrato nella stazione in cui sorge la diga.

Si tratta di due azioni sismiche con frequenze dominanti e accelerazioni di picco al suolo diverse, pertanto le verifiche effettuate nel seguito del presente lavoro saranno in grado di mettere in evidenza diversi aspetti chiave dell'interazione fluido struttura.

Le verifiche vengono effettuate nei confronti dei meccanismi di collasso che si potrebbero generare: più precisamente stiamo parlando di scorrimento, rottura per raggiungimento della massima resistenza ed infine ribaltamento. Per ognuno di questi verrà calcolato il corrispettivo fattore di sicurezza, relativamente ad uno dei parametri chiave della verifica, oppure dell'interazione fluido-struttura.



7.5 Caso 1: sisma ai sensi delle NTC08'

7.5.1 Caratterizzazione dell'azione sismica

La Normativa Italiana prevede la verifica sismica della diga per 4 differenti stati limite: Stato Limite di Operatività (SLO), Stato Limite di Danno (SLD), Stato Limite di Salvaguardia della vita (SLV) e Stato Limite di Collasso (SLC).

Ciascuno di essi sarà associato ad una differenza probabilità di superamento. Come indicato nella normativa per le dighe esistenti per cui ci si riferisce ad una vita utile di riferimento di 100 anni i tempi di ritorno associati ai vari stati limite sono: SLO-60 anni, SLD-100 anni, SLV-950 anni e SLC-1950 anni.

Si riportano di seguito gli spettri ottenuti dagli allegati delle NTC2008 facendo riferimento ai seguenti dati:

- Regione: Toscana
- Provincia: Lucca
- Comune: Fabbriche di Vallico
- Vita nominale: 50 anni
- Coefficiente d'uso: 2
- Periodo di riferimento: 100 anni

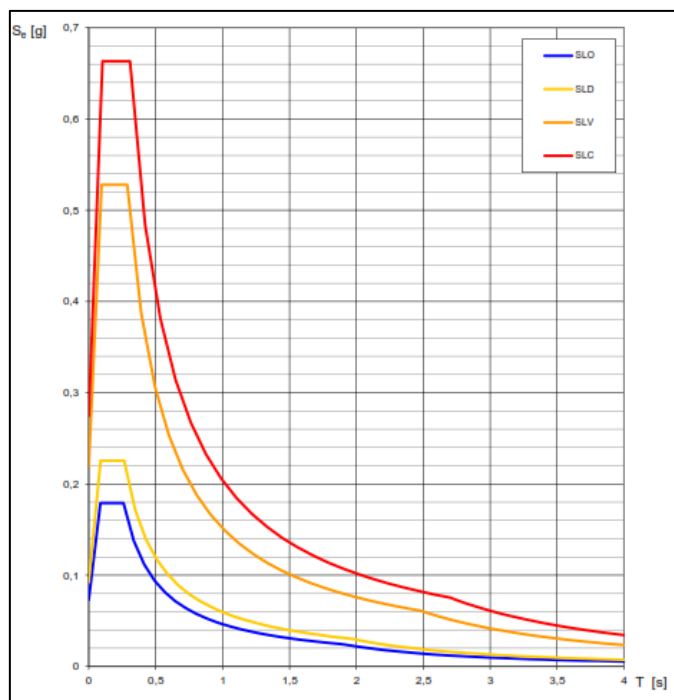


Figura 7.6 – Spettri relativi al sito di riferimento



Allo scopo del presente lavoro, la verifica verrà effettuata solo con lo spettro relativo allo Stato Limite di Collasso (SLC) essendo il più gravoso. Questo spettro sarà utilizzato nelle verifiche effettuate con CADAM con trattazione di Westergard e Chopra.

7.5.2 Accelerogramma spettro compatibile per il sito

Nel caso di analisi dinamiche al passo lo spettro non è sufficiente a descrivere l'azione sismica di progetto. In questi casi bisogna definire dei segnali sismici che siano coerenti con la sismicità del sito dove sorge la costruzione.

A partire dallo spettro allo SLC mostrato in figura 7.6 è stato ricavato un accelerogramma spettro compatibile con il software SIMQKE del Prof. Gelfi, e mostrato nella seguente figura:

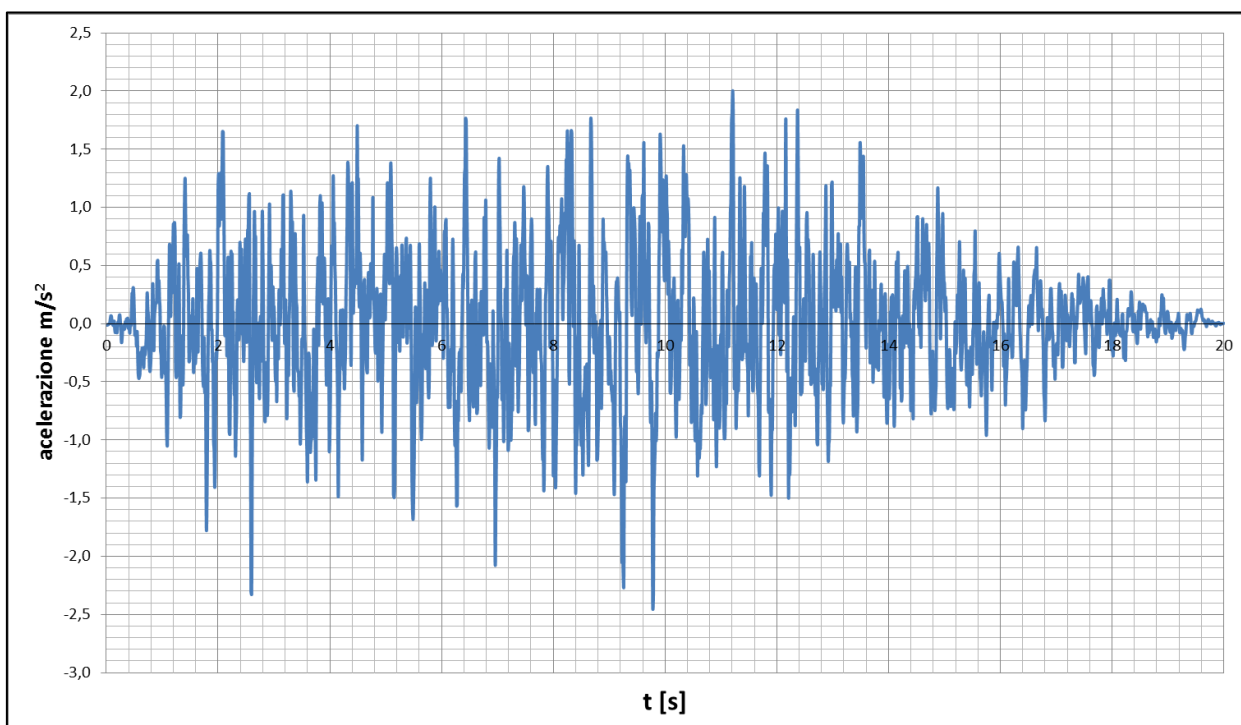


Figura 7.7 – Accelerogramma spettro compatibile relativo allo stato limite di collasso

Tale accelerogramma verrà impiegato nelle analisi Time-History eseguite con RS-DAM con trattazione di Westergard, e con COMSOL, studiando il problema di interazione agli elementi finiti.



Per una migliore interpretazione dell'interazione fluido-struttura con il presente segnale, si effettua la trasformata di Fourier per analizzare il contenuto in frequenza dell'accelerogramma. Questo permette di controllare se esistono frequenze dominanti nel segnale vicine a quelle del sistema diga-bacino che potrebbero causare amplificazioni dinamiche nella risposta sismica.

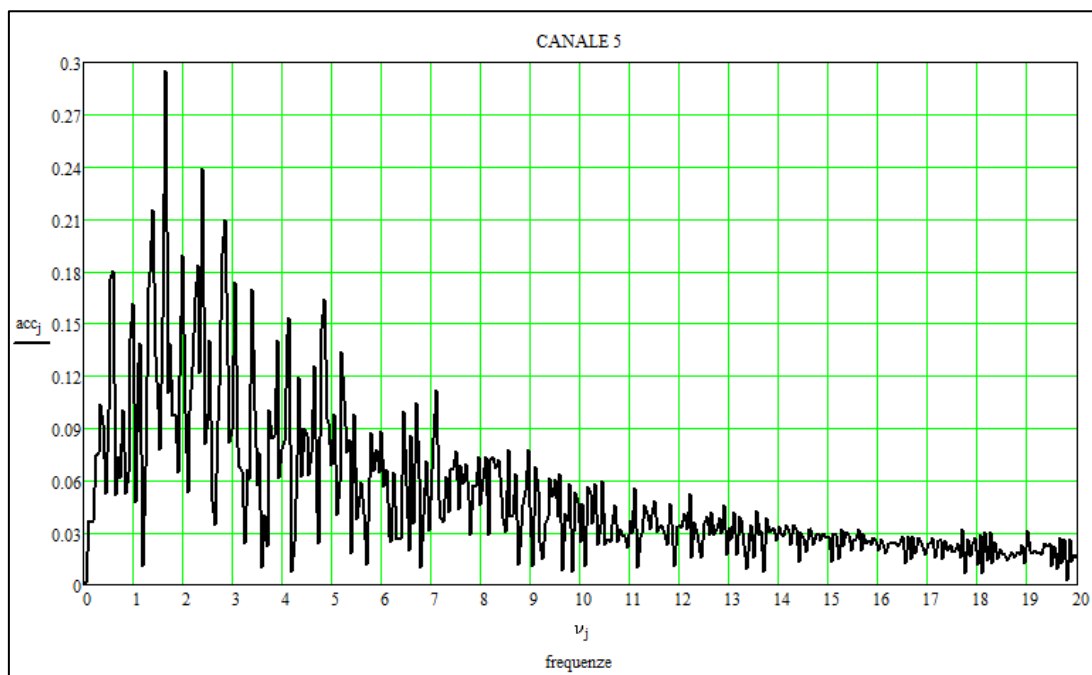


Figura 7.8 – Spettro delle frequenze dell'accelerogramma spettro-compatibile

La frequenza fondamentale del sistema diga-bacino, tenendo conto dell'interazione diga-bacino risulta essere pari a 3,70Hz, pertanto non dovrebbero presentarsi elevate amplificazioni dinamiche, poiché la frequenza dominante del segnale è pari circa a 1,80Hz. In corrispondenza della frequenza fondamentale del sistema diga-bacino, approssimativamente vi è un'ampiezza del segnale pari a 0,1 m/s². Tale valore verrà preso in riferimento per effettuare dei confronti diretti con il secondo caso studio, con un accelerogramma registrato.



7.5.3 Verifiche di scorrimento

Le verifiche nei confronti dello scorrimento tra i giunti di ripresa vengono effettuate impiegando un legame costitutivo alla Mohr-Coulomb, ipotizzando coesione nulla. L'angolo di attrito cls-roccia nel caso del giunto di fondazione, oppure attrito cls-cls, risulta essere profondamente variabile ed incerto. Le norme francese CFBR (Comité Français de Barrages et Réservoirs) del 2012 (101) consigliano *“per dighe esistenti in scarsità di documenti pratici se la fondazione è costituita da roccia sana che presenta buone caratteristiche meccaniche, $\tan(\varphi)=1$ sapendo che i valori vanno da 1,2 a 1,4”*. Pertanto assumere un angolo di attrito di 45° risulta cautelativo.

Ad ogni modo per tener conto della variabilità di tale parametro, si procede al calcolo del fattore di sicurezza allo scorrimento per angoli di attrito che vanno da 30° a 60° in modo da coprire un range di valori realistico.

Inoltre le verifiche vengono condotte sia in assenza (caso puramente didattico) e presenza delle sottopressioni con drenaggio, come descritto nel precedente paragrafo.

7.5.3.1 Al variare dell'angolo di attrito

Nel presente paragrafo si effettuano delle verifiche parametriche rispetto al parametro di resistenza φ , l'angolo di attrito, come ampliamento consigliato dai codici normativi internazionali (101). Le ipotesi sotto le quali vengono elaborate le verifiche, risultano essere le seguenti:

- Fondazione rigida;
- Coefficiente di riflessione dell'onda $\alpha=1$ [sottofondo serbatoio completamente riflettente]

Per una comprensione esaustiva dell'interazione fluido-struttura si adottano diverse trattazioni semplificate ed avanzate, come introdotto nel capitolo iniziale, con i seguenti software:

- Comsol (Analisi Time History)
 - Modellazione F.E.M con approccio acustico;
- Cadam (Analisi Spettrale)
 - Trattazione di Westergard;
 - Trattazione di Fenves e Chopra.
- Rs-Dam (Analisi Time History)
 - Trattazione di Westergard;



Ogni trattazione a seconda delle ipotesi sulla quale si basa porterà a risultati diversi, e soprattutto sarà valutata diversamente l'interazione fluido-struttura.

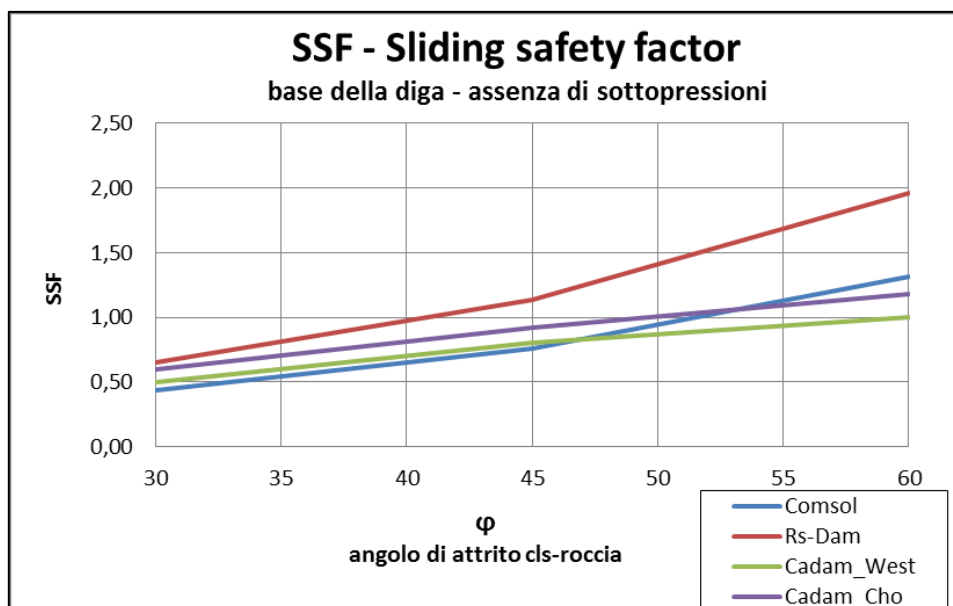


Figura 7.9 - Fattore di sicurezza allo scorrimento in assenza di sottopressioni al variare dell'angolo di attrito cls-roccia

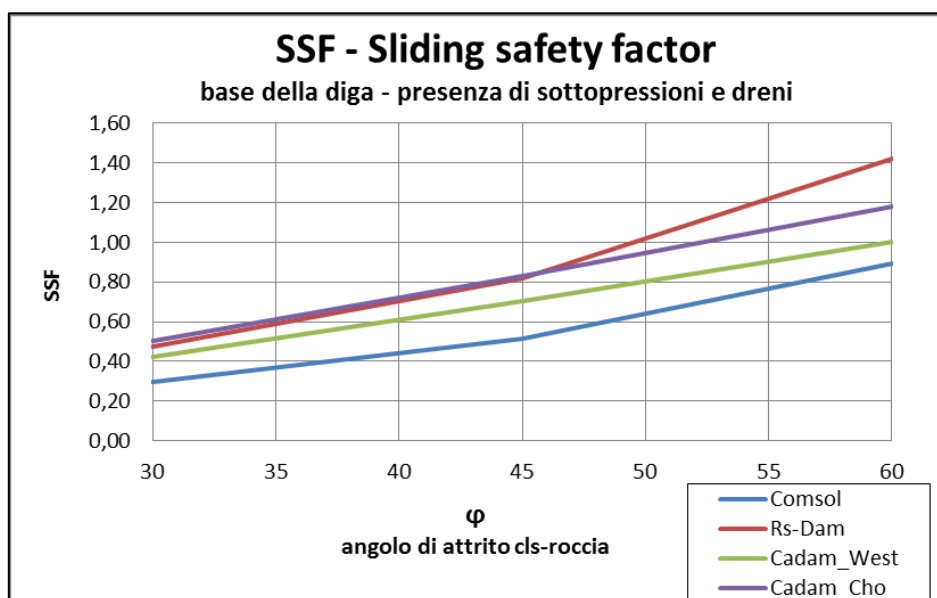


Figura 7.10 - Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare dell'angolo di attrito cls-roccia

Il fattore di sicurezza allo scorrimento calcolato nelle figure 7.8 e 7.9 presenta differenze sostanziali a seconda della trattazione utilizzata. In linea generale è possibile notare come in assenza di sottopressioni sia necessario almeno un angolo di attrito pari circa a 45°, mentre nell'altro caso 60°; si tratta di valori tutto sommato realistici ed addirittura



cautelativi nel primo caso. Per questo tipo di azione sismica, definita con spettro ed accelerogramma spettro-compatibile, si può notare come un'analisi semplificata e speditiva come la trattazione di Westergard con analisi spettrale, non sia molto distante dal metodo agli elementi finiti di tipo acustico. Mentre al contrario un'analisi Time-History con la trattazione di Westergard (elaborata con software Rs-Dam) sia poco conservativa per angoli di attrito alti. La causa è da ricercare senz'altro nella natura dell'analisi e nell'impossibilità di considerare l'interazione fluido-struttura. Infatti nell'analisi messa a punto con il software Comsol Multiphysics, si nota come la stessa analisi Time History elaborata considerando l'interazione fluido-struttura porta a risultati più realistici.

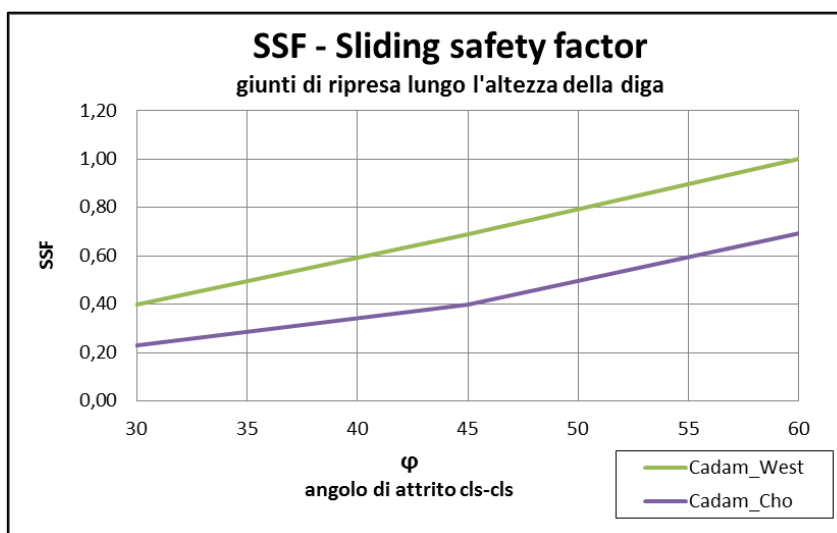


Figura 7.11 - Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare dell'angolo di attrito cls-cls

Nella figura 7.11 si riporta il minimo fattore di sicurezza determinato lungo i giunti di ripresa sull'altezza del corpo strutturale, in presenza di possibili fessurazioni. La verifica viene effettuata con analisi spettrale attraverso trattazione di Westergard e Chopra. Si tratta di un possibile scenario, che si potrebbe innescare qualora il giunto di ripresa sia completamente fessurato.



7.5.3.2 Al variare del coefficiente di riflessione dell'onda

Nelle verifiche riportate di seguito si vuole studiare l'influenza che i sedimenti di fondo possiedono nei confronti della stabilità del sistema strutturale. Le verifiche vengono elaborate con i seguenti programmi:

- Comsol (Analisi Time History)
 - Modellazione F.E.M con approccio acustico;
- Cadam (Analisi Spettrale)
 - Trattazione di Westergard;
 - Trattazione di Fenves e Chopra.

Le verifiche vengono effettuate prendendo in considerazione un angolo di attrito pari a 45° , come consigliato dalle CFBR (101) e sotto l'ipotesi di fondazione rigida.

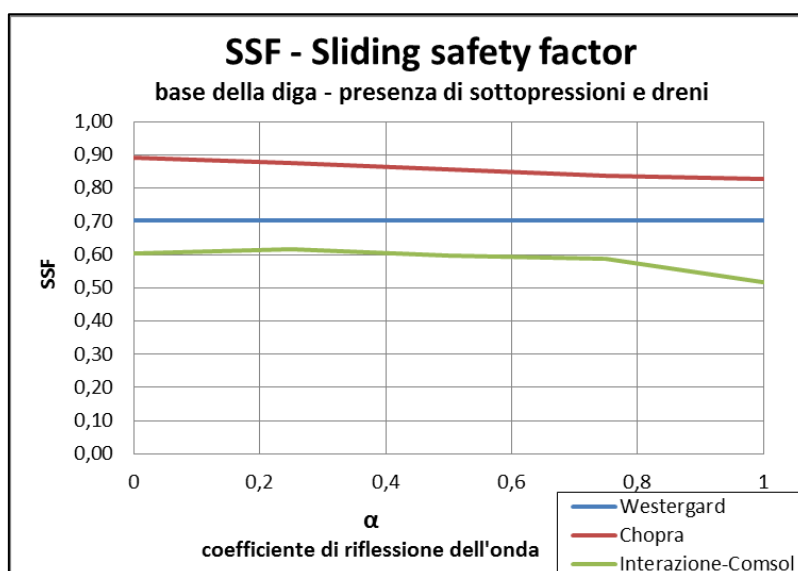


Figura 7.12 - Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare del coefficiente di riflessione dell'onda

Come già dimostrato ampiamente nel capitolo 4, i sedimenti di fondo comportano uno smorzamento nella risposta sismica. La trattazione di Westergard risulta essere influente alla variazione dei sedimenti di fondo, e si pone nel mezzo tra le due soluzioni che studiano il fenomeno di interazione. Naturalmente l'analisi con software agli elementi finiti permette uno studio maggiormente accurato del problema, poiché essendo i sedimenti di fondo, come il fenomeno di interazione fluido-struttura, dipendenti dalla frequenza di eccitazione, l'analisi Time-History con accelerogramma consente di prendere in considerazione eventuali amplificazione dinamiche.



7.5.3.3 Al variare del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura

L'obiettivo del presente paragrafo è incentrato sull'influenza che la fondazione possiede nella risposta sismica del sistema diga-bacino-fondazione. Le verifiche vengono effettuate, variando il rapporto tra il modulo elastico della fondazione e della struttura con l'ipotesi di fondo serbatoio completamente riflettente ($\alpha=1$) ed angolo di attrito pari a 45° come consigliato dalle CFBR (101). I programmi e trattazione che vengono utilizzate a tale scopo risultano essere le seguenti:

- Comsol (Analisi Time History)
 - Modellazione F.E.M con approccio acustico;
- Cadam (Analisi Spettrale)
 - Trattazione di Westergard;
 - Trattazione di Fenves e Chopra.

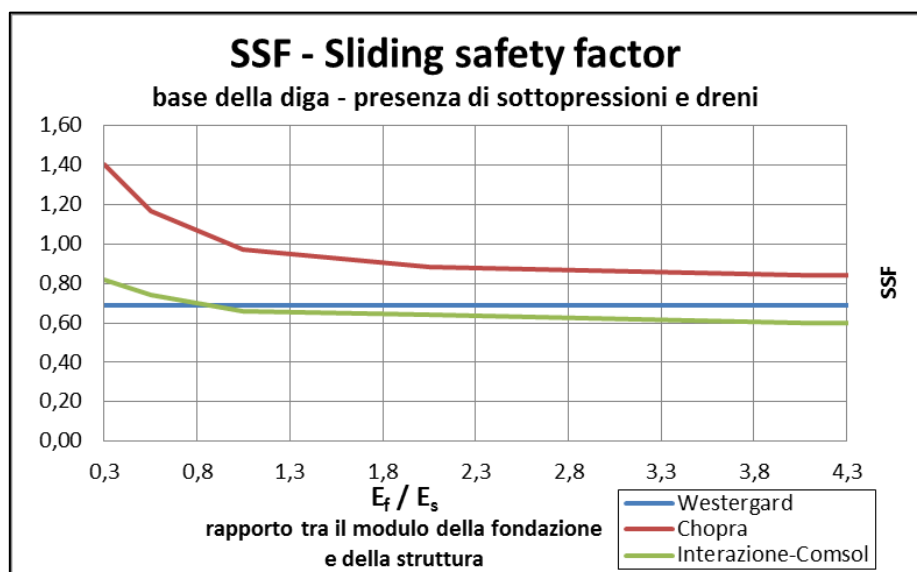


Figura 7.13 - Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare del rapporto tra il modulo elastico della fondazione e quello della struttura

L'aumento della flessibilità della fondazione rispetto a quella strutturale si traduce in primo luogo in un aumento del periodo e conseguentemente nell'aumento dello smorzamento, come ampiamente dimostrato nel capitolo 5. Dalla figura 7.13 è possibile osservare come al tendere a zero del rapporto tra i moduli elastici il fattore di sicurezza tende ad aumentare. Di nuovo viene mostrata l'importanza di considerare l'interazione strutturale con software ad elementi finiti di tipo acustico, ma allo stesso tempo trattazioni semplificate come quella di Westergard sono in grado di rappresentare con un basso di margine di errore la soluzione.



7.5.4 Verifiche delle tensioni sul corpo diga

Le verifiche sullo stato tensionale del corpo diga vengono eseguite ogni 10m a partire dalla sommità fino alla base, sia a monte che a valle. Verrà calcolato il fattore di sicurezza in funzione della resistenza presunta del calcestruzzo del corpo strutturale.

Si riassumono di seguito le resistenze caratteristiche ai sensi delle NTC08, per un calcestruzzo C35/45:

- resistenza a compressione: $f_{ck} = 37,35 \text{ N/mm}^2$
- resistenza a trazione: $f_{ctm} = 3,35 \text{ N/mm}^2$

Ai fini della presente verifica si utilizza il software Cadam, con le trattazioni di Westergard e Chopra. Per studiare l'influenza dell'interazione fluido-struttura, inoltre, come per la precedente verifica, si analizza l'andamento del fattore di sicurezza al variare dei parametri chiave quali la rigidezza della fondazione e l'effetto dei sedimenti di fondo.



7.5.4.1 Al variare del coefficiente di riflessione dell'onda

Nel presente paragrafo vengono elaborate le verifiche tensionali sotto l'ipotesi di fondazione rigida, facendo variare il valore del coefficiente di riflessione delle onde α , responsabile del comportamento del fondo serbatoio.

Le verifiche vengono elaborate sia in assenza che presenza di sottopressioni con drenaggio, per analizzare solo a scopo didattico, l'influenza di queste ultime sullo stato tensionale.

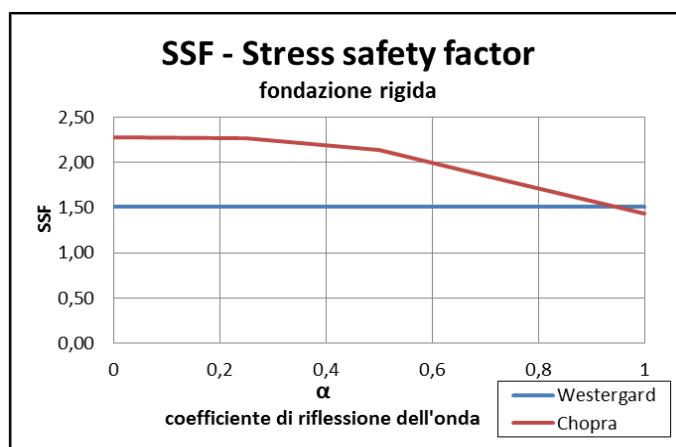


Figura 7.14 - Fattore di sicurezza nei confronti dello stato tensionale in assenza di sottopressioni al variare del coefficiente di riflessione dell'onda

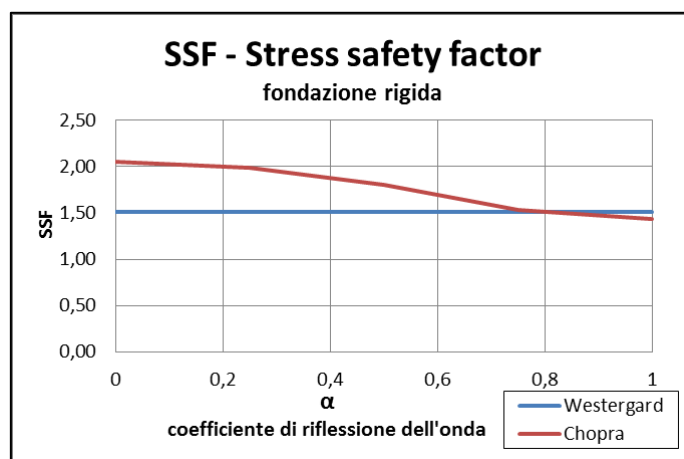


Figura 7.15 - Fattore di sicurezza nei confronti dello stato tensionale in presenza di sottopressioni e drenaggio al variare del coefficiente di riflessione dell'onda

Dalle figure 7.14 e 7.15 è possibile osservare come l'effetto prodotto dai sedimenti di fondo non venga influenzato dalle sottopressioni; in linea generale è possibile sottolineare come la trattazione di Westergard sia piuttosto cautelativo per la maggior parte dei valori del coefficiente di riflessione dell'onda rispetto a quella di Chopra.



7.5.4.2 Al variare del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura

Nel presente paragrafo viene analizzata l'influenza che la rigidezza della fondazione rispetto a quella della struttura possiede nei confronti del fattore di sicurezza al raggiungimento della massima tensione in determinate sezioni.

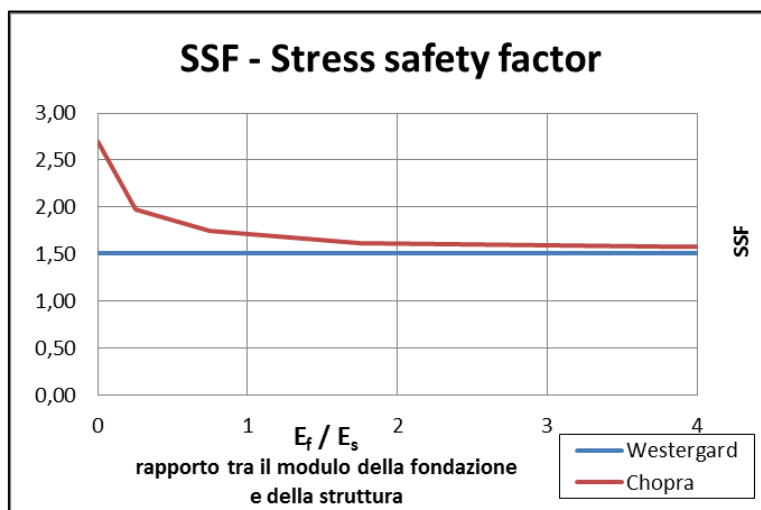


Figura 7.16 - Fattore di sicurezza nei confronti dello stato tensionale in assenza di sottopressioni

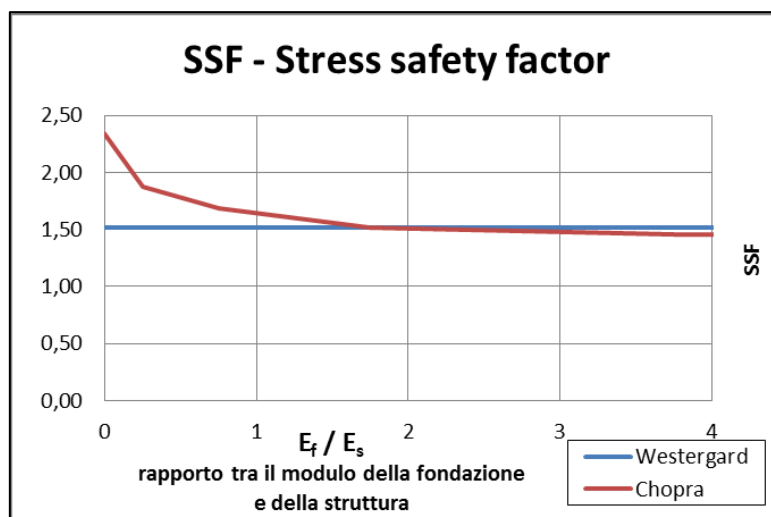


Figura 7.17 - Fattore di sicurezza nei confronti dello stato tensionale in presenza di sottopressioni e drenaggio

La trattazione di Westergard seppur non è in grado di studiare l'interazione fluido-struttura, considerando la rigidezza della fondazione e diga, restituisce un fattore di sicurezza cautelativo rispetto alla trattazione di Chopra.



7.5.5 Verifica a ribaltamento

Lo studio del presente meccanismo di collasso viene condotto in corrispondenza di ogni giunto di ripresa, nell'ipotesi cautelativa che sia fessurato, ed alla base del corpo strutturale. Ancora una volta, per mettere in luce gli aspetti chiave dell'interazione fluido-struttura le verifiche vengono effettuate al variare del coefficiente di riflessione dell'onda α e del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura.

Vengono eseguite analisi spettrali relative allo stato limite di collasso, con il programma Cadam attraverso la trattazione di Westergard e di Chopra.

7.5.5.1 Al variare del coefficiente di riflessione dell'onda

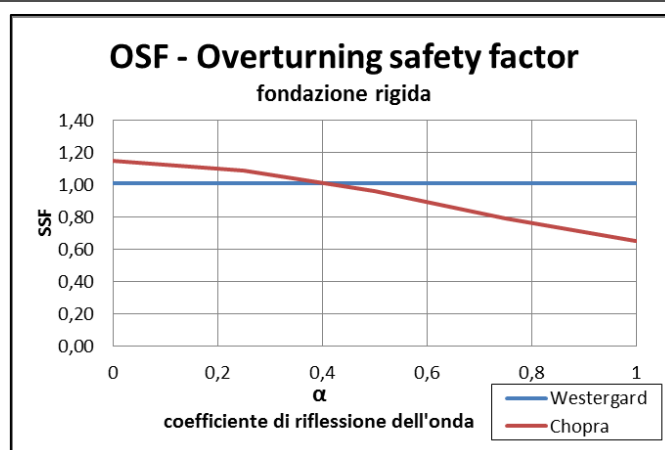


Figura 7.18 - Fattore di sicurezza a ribaltamento in assenza di sottopressioni

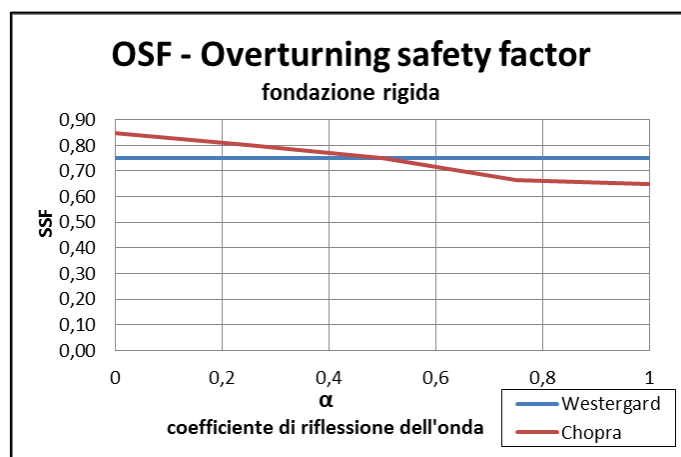


Figura 7.19 - Fattore di sicurezza a ribaltamento in presenza di sottopressioni e dreni

Considerando l'interazione fluido-struttura nel presente caso si ottiene un fattore di sicurezza più restrittivo rispetto alla trattazione di Westergard. In ogni caso per valori realistici del coefficiente di riflessione dell'onda α pari a 0,75 si ottiene una differenza tra i due metodi pari a 0,3: valore tutt'altro che trascurabile.



7.5.5.2 Al variare del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura

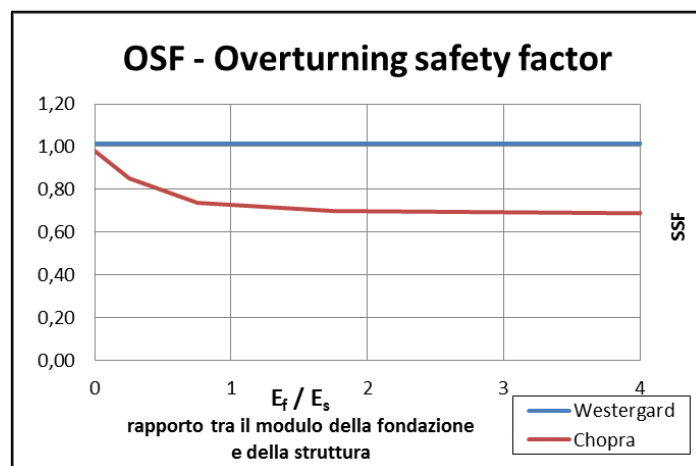


Figura 7.20 - Fattore di sicurezza a ribaltamento in assenza di sottopressioni al variare del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura

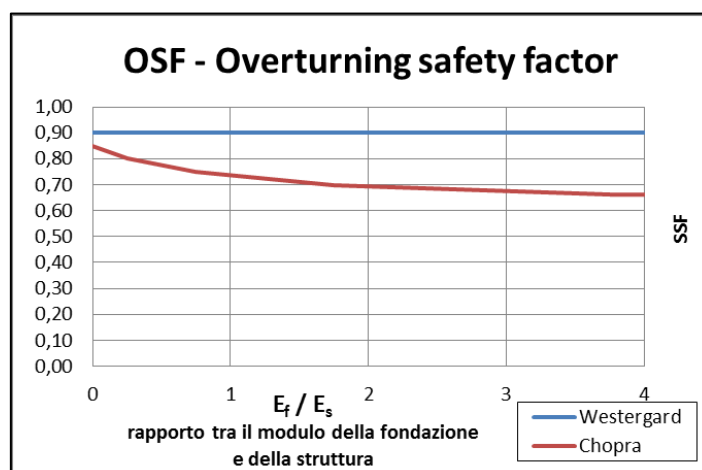


Figura 7.21 - Fattore di sicurezza a ribaltamento in presenza di sottopressioni e dreni al variare del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura

Una fondazione estremamente rigida rispetto ad una flessibile provocano in questo caso studio una variazione del fattore di sicurezza pari a circa 0,30. Ancora una volta si dimostra quanto sia importante considerare l'interazione fluido-struttura, seppur con una trattazione semplificata come quella di Fenves e Chopra.



7.6 Caso 2: sisma registrato nella stazione in cui sorge la diga

7.6.1 Caratterizzazione dell'azione sismica

Il sisma preso in esame per il secondo caso studio è stato registrato presso la stazione in cui sorge la diga il 21 Giugno 2013, con magnitudo di 5,4 e accelerazione di picco al suolo pari a 0,089g. Pertanto tale azione sismica risulta essere in termini di *peak ground acceleration* quattro volte inferiore rispetto al caso studio 1.

7.6.2 Accelerogramma registrato

Di seguito viene riportata la scansione temporale dell'accelerogramma registrato più significativo, da 10s a 40s.

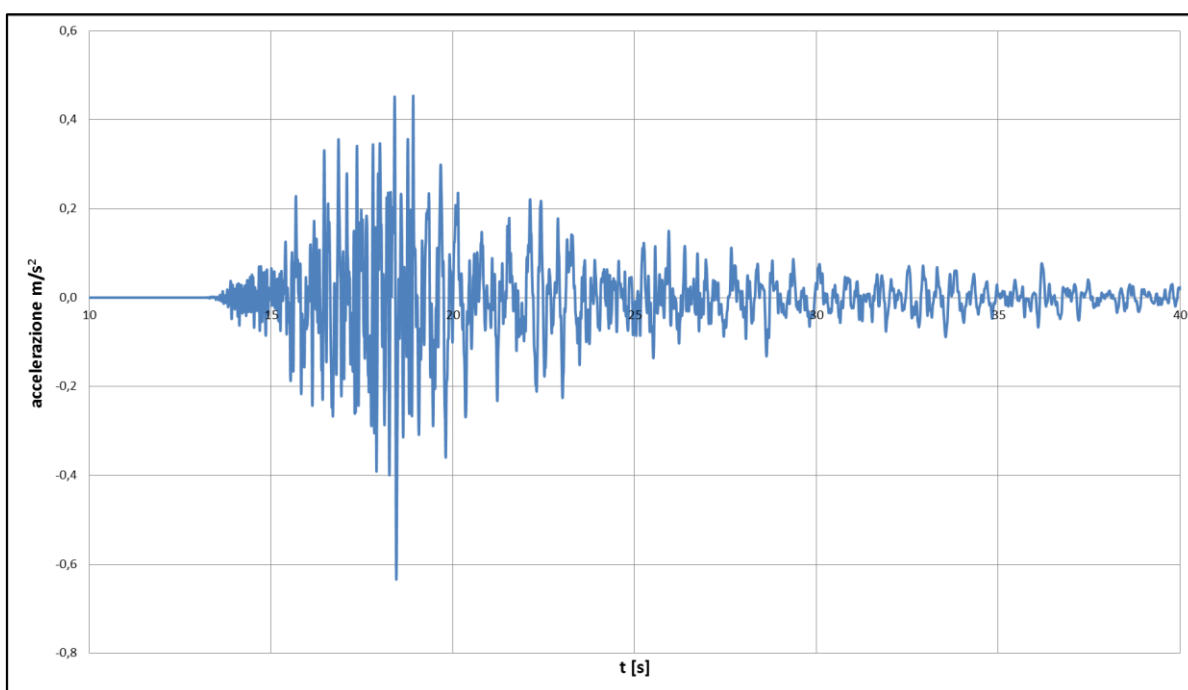


Figura 7.22 – Accelerogramma registrato presso la stazione del sito in esame



Per una maggiore comprensione del segnale preso in considerazione, e conseguentemente per una migliore interpretazione dell'interazione fluido-struttura, si effettua una trasformata di Fourier per analizzare il contenuto in frequenza.

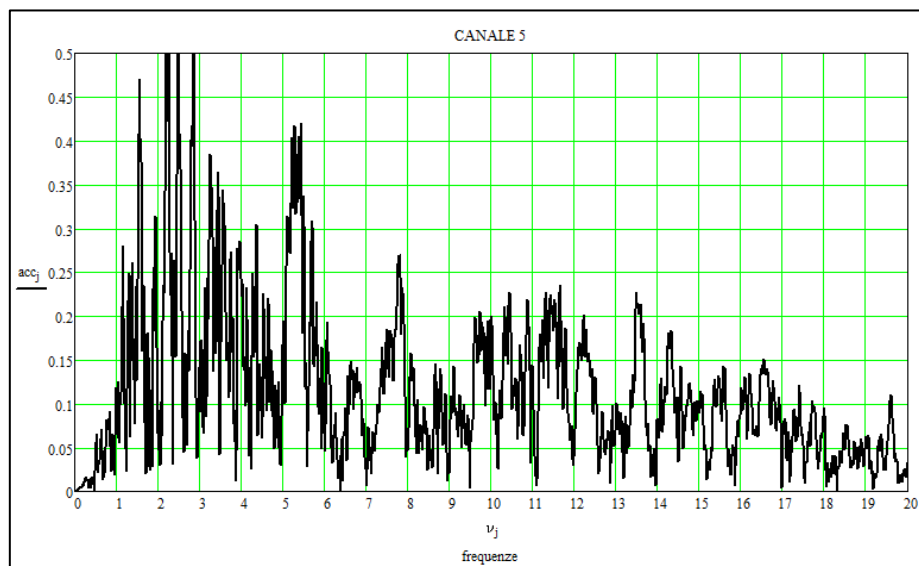


Figura 7.23 – Spettro delle frequenze dell'accelerogramma registrato

Essendo la frequenza fondamentale del sistema diga-bacino pari a 3,70Hz, in questo caso studio, anche se la *peak ground acceleration* risulta essere modesta, potrebbero riscontrarsi delle amplificazione dinamiche soprattutto con analisi di tipo Time-History. Infatti per tale frequenza il segnale presenta un'ampiezza circa pari a 0,3 m/s², tre volte maggiore rispetto al caso studio1.

7.6.3 Spettro relativo all'accelerogramma registrato

Di seguito si riporta lo spettro relativo alla registrazione dell'accelerogramma in termini di "g".

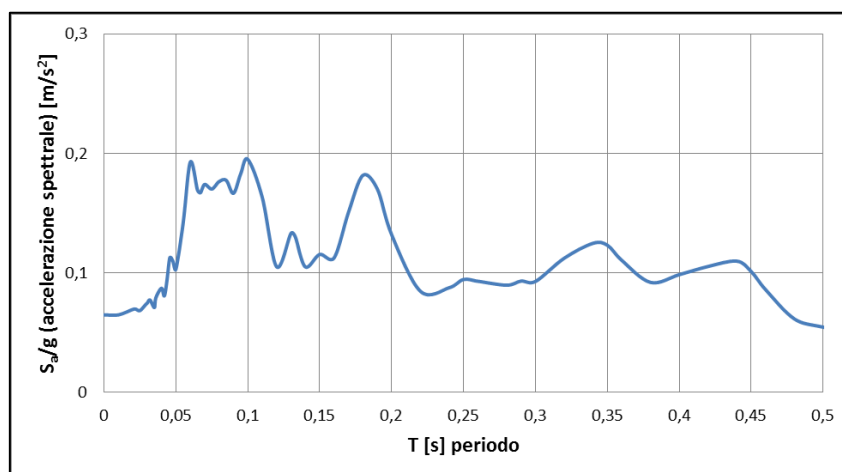


Figura 7.24 – Spettro relativo all'accelerogramma registrato



7.6.4 Verifiche allo scorrimento

Le verifiche nei confronti dello scorrimento tra i giunti di ripresa vengono effettuate impiegando un legame costitutivo alla Mohr-Coulomb, ipotizzando coesione nulla.

Per tener conto della variabilità dell'angolo di attrito si procede al calcolo del fattore di sicurezza allo scorrimento con valori che vanno da 30° a 60° per coprire un range di valori realistici. In linea generale è possibile affermare come per dighe esistenti assumere un angolo di attrito pari a 45° sia cautelativo, come consigliato dalle norme francesi CFBR (101). Inoltre le verifiche vengono condotte sia in assenza (caso puramente didattico) e presenza delle sottopressioni con drenaggio, come descritto nei precedenti paragrafi.

7.6.4.1 Al variare dell'angolo di attrito

Nel seguito del presente paragrafo vengono presentate le verifiche allo scorrimento considerando un range di valori dell'angolo di attrito che vanno da 30° a 60° , sotto le seguenti ipotesi:

- Fondazione rigida;
- Coefficiente di riflessione dell'onda $\alpha=1$ [sottofondo serbatoio completamente riflettente]

Per studiare in maniera esaustiva l'interazione fluido-struttura si utilizzano diversi programmi e quindi diverse trattazioni:

- Comsol (Analisi Time History)
 - Modellazione F.E.M con approccio acustico;
- Cadam (Analisi Spettrale)
 - Trattazione di Westergard;
 - Trattazione di Fenves e Chopra.
- Rs-Dam (Analisi Time History)
 - Trattazione di Westergard;

Ogni trattazione a seconda delle ipotesi sulla quale si basa porterà a risultati diversi, e soprattutto tratterà diversamente l'interazione fluido-struttura.

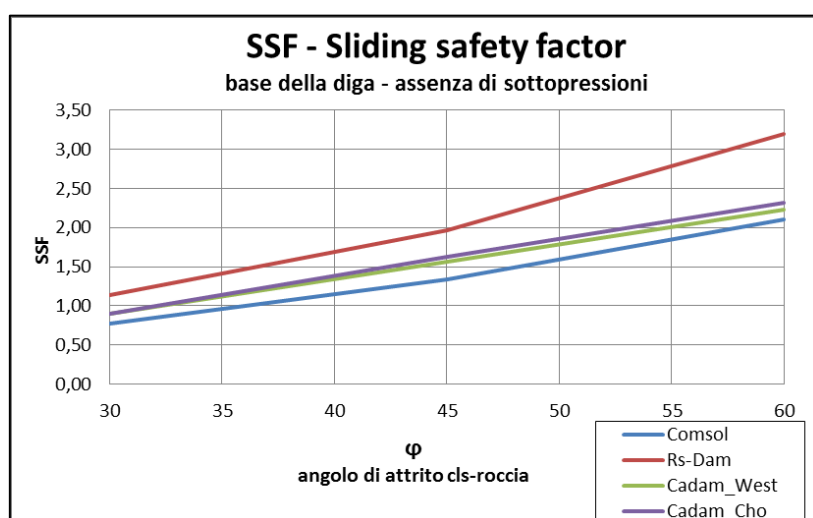


Figura 7.25 – Fattore di sicurezza allo scorrimento in assenza di sottopressioni al variare dell'angolo di attrito cls-roccia

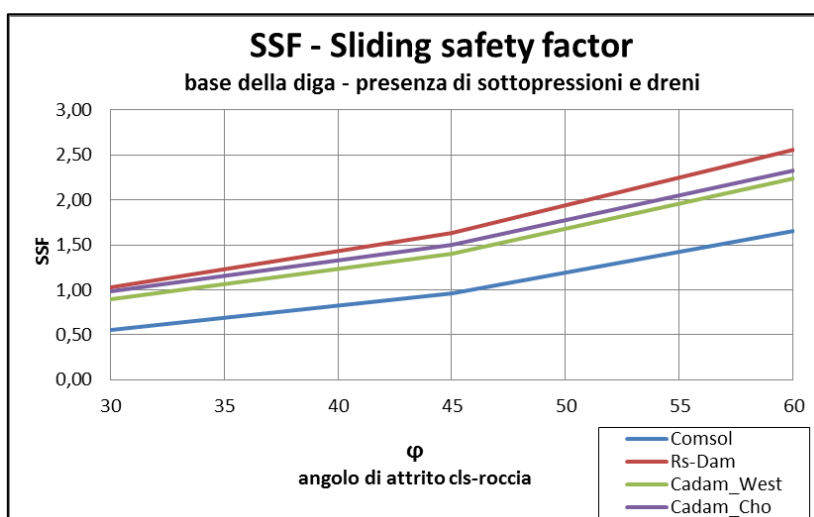


Figura 7.26 – Fattore di sicurezza allo scorrimento in assenza di sottopressioni al variare dell'angolo di attrito cls-roccia

L'interazione fluido-struttura presa in considerazione con il software Comsol agli elementi finiti porta a risultati con una differenza di 0,40 sul fattore di sicurezza allo scorrimento rispetto ai metodi semplificati come la trattazione di Westergard. Le cause di questa discrepanza sono da ricercare nella somiglianza tra le frequenze dominanti dell'accelerogramma e quelle del sistema diga-bacino, le quali comportano un'amplificazione della risposta sismica e non possono essere prese in considerazioni in trattazioni semplificate. In linea generale nelle figure 7.25 e 7.26 si mostra come per ottenere il soddisfacimento della verifica sia necessario un angolo di attrito pari a 45°, considerando interazione fluido-struttura e presenza di sottopressioni, ipotesi largamente realistica, anche in considerando di quanto affermato nelle CFBR (101).



7.6.4.2 Al variare del coefficiente di riflessione dell'onda

Nelle verifiche riportate di seguito si vuole studiare l'influenza che i sedimenti di fondo possiedono nei confronti della stabilità del sistema strutturale. Le verifiche vengono elaborate con i seguenti programmi:

- Comsol (Analisi Time History)
 - Modellazione F.E.M con approccio acustico;
- Cadam (Analisi Spettrale)
 - Trattazione di Westergard;
 - Trattazione di Fenves e Chopra.

Le verifiche vengono effettuate prendendo in considerazione un angolo di attrito pari a 45° , come consigliato dalla maggior parte dei codici normativi internazionali come CFBR (101).

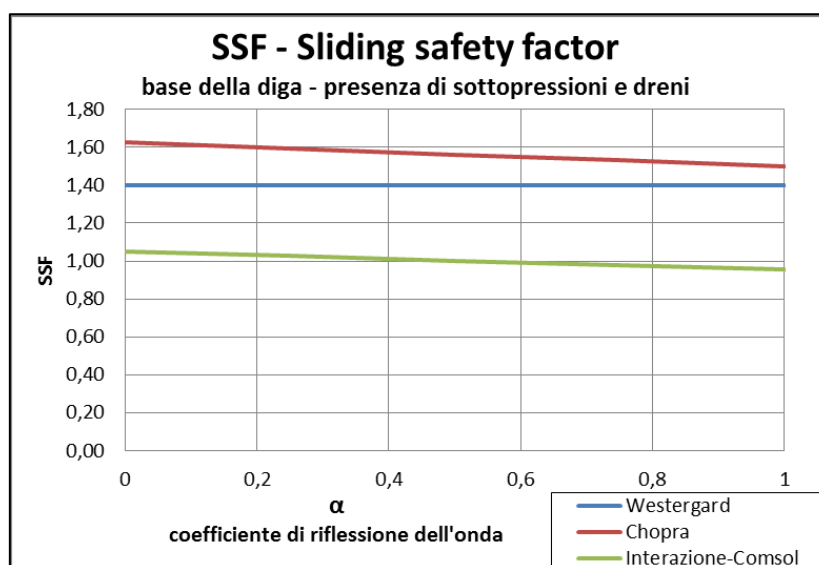


Figura 7.27 – Fattore di sicurezza allo scorrimento in assenza di sottopressioni al variare del coefficiente di riflessione dell'onda α

Nella figura 7.27 si nota come per il presente caso studio l'effetto dei sedimenti di fondo porti ad una differenza sul fattore di sicurezza pari circa a 0,1, sia considerando l'interazione fluido-struttura con Comsol agli elementi finiti che con la trattazione semplificata di Fenves e Chopra. Tuttavia il metodo di Fenves e Chopra si presenta ancora non cautelativo ai fini della risposta sismica, seppur in grado di considerare l'interazione fluido-struttura, poiché restituisce risultati



7.6.4.3 Al variare del rapporto di rigidezza tra la fondazione e la struttura

Nel presente paragrafo si sposta l'attenzione sull'influenza che la fondazione possiede nella risposta sismica del sistema diga-bacino-fondazione. Le verifiche vengono effettuate, variando il rapporto tra il modulo elastico della fondazione e della struttura con l'ipotesi di fondo serbatoio completamente riflettente ($\alpha=1$) ed angolo di attrito pari a 45° , come consigliato da CFBR (101). I programmi e le trattazioni che vengono utilizzate a tale scopo risultano essere le seguenti:

- Comsol (Analisi Time History)
 - Modellazione F.E.M con approccio acustico;
- Cadam (Analisi Spettrale)
 - Trattazione di Westergard;
 - Trattazione di Fenves e Chopra.

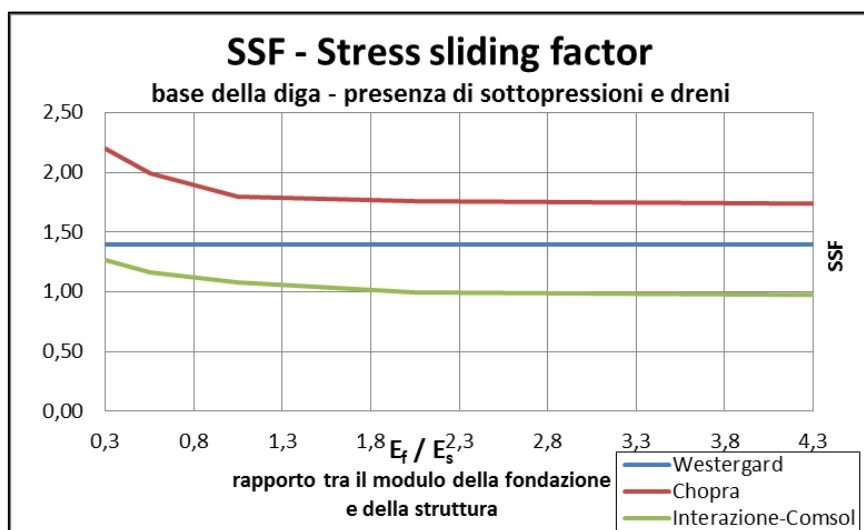


Figura 7.28 – Fattore di sicurezza allo scorrimento in presenza di sottopressioni e dreni al variare dell'angolo di attrito cls-roccia

Il fattore di sicurezza allo scorrimento considerando l'effetto della rigidezza della fondazione presenta una variazione pari circa a 0,3, considerando sia l'interazione fluido-struttura con il software agli elementi finiti Comsol Mutltiphsics, che il metodo semplificato di Fenves e Chopra. Tuttavia ancora una volta il risultato meno cautelativo risulta essere proprio quello restituito dalla trattazione di Chopra. Solitamente valori realistici di tale rapporto possono posizionarsi su un range che va da 1 a 4; pertanto in questo intervallo l'effetto della fondazione ha una rilevanza esigua.



7.6.5 Verifiche delle tensioni sul corpo diga

Il fattore di sicurezza nei confronti del raggiungimento della massima tensione viene calcolato ogni 10m a partire dalla sommità fino alla base, sia a monte che a valle, in funzione della resistenza del calcestruzzo. Di seguito vengono riportate le resistenze caratteristiche

Si riassumono di seguito le resistenze caratteristiche ai sensi delle NTC08, per un calcestruzzo C35/45:

- resistenza a compressione: $f_{ck} = 37,35 \text{ N/mm}^2$
- resistenza a trazione: $f_{ctm} = 3,35 \text{ N/mm}^2$

Viene utilizzato il software Cadam, con le trattazioni di Westergard e Chopra. Inoltre per migliorare l'interpretazione dell'influenza dell'interazione fluido-struttura, come per le precedenti verifiche, si esamina l'andamento del fattore di sicurezza al variare dei parametri chiave quali la rigidità della fondazione e l'effetto dei sedimenti di fondo.



7.6.5.1 Al variare del coefficiente di riflessione dell'onda

In questo paragrafo si esamina l'influenza dell'assorbimento dei sedimenti di fondo, sotto l'ipotesi di diga rigida, nei confronti del fattore di sicurezza al raggiungimento della massima tensione. Le verifiche vengono effettuate al variare del valore del coefficiente di riflessione delle onde α .

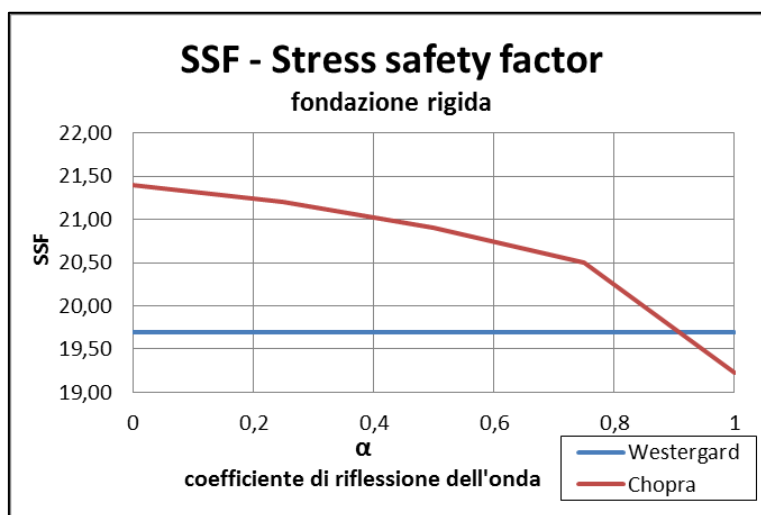


Figura 7.29 – Fattore di sicurezza sullo stato tensionale in assenza di sottopressioni al variare del coefficiente di riflessione delle onde α

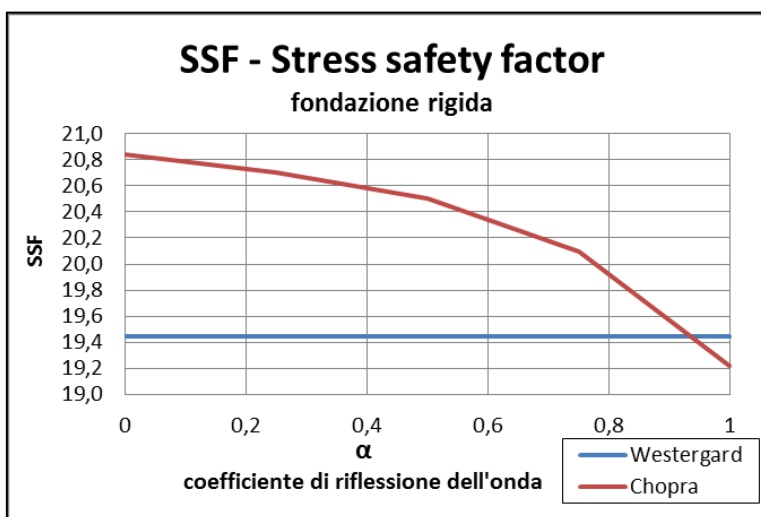


Figura 7.30 – Fattore di sicurezza sullo stato tensionale in presenza di sottopressioni e dreni al variare del coefficiente di riflessione delle onde α

L'introduzione nelle analisi dell'assorbimento dei sedimenti di fondo comporta una variazione del presente fattore di sicurezza nei confronti del raggiungimento della massima tensione pari circa a 1,5 in entrambe i casi con la trattazione di Fenves e Chopra. Tuttavia la trattazione di Westergard restituisce risultati cautelativi (forse fin troppo) per quasi l'intero range di variazione del parametro α .



7.6.5.2 Al variare del rapporto di rigidezza tra la fondazione e la struttura

Nel seguito si presentano le verifiche effettuate sul fattore di sicurezza nei confronti del raggiungimento della massima tensione al variare del rapporto di rigidezza tra la fondazione e la struttura.

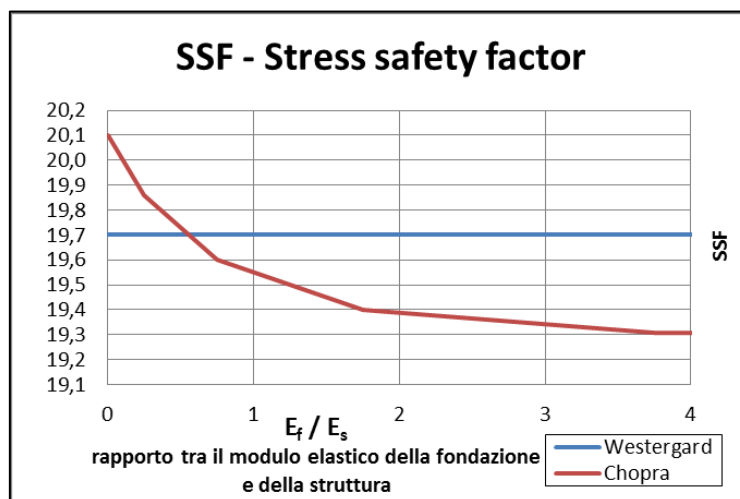


Figura 7.31 – Fattore di sicurezza sullo stato tensionale in assenza di sottopressioni al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura

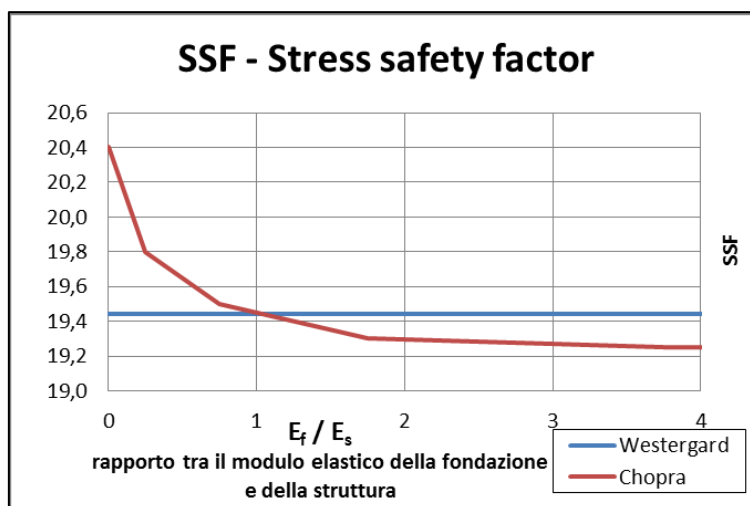


Figura 7.32 – Fattore di sicurezza sullo stato tensionale in presenza di sottopressioni e dreni al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura

Dalle figure 7.31 e 7.32 si nota come l'influenza della fondazione nell'interazione comporta una variazione del fattore di sicurezza pari a circa a 0,9, con la trattazione di Fenves e Chopra. Tuttavia è interessante osservare come per valori realistici del rapporto tra il modulo elastico della fondazione da 1 a 4 le due trattazioni si discostano di poco, seppur basate su ipotesi diverse.



7.6.6 Verifica a Ribaltamento

Lo studio del presente meccanismo di collasso viene condotto in corrispondenza di ogni giunto di ripresa, nell'ipotesi cautelativa che sia fessurato, ed alla base del corpo strutturale. Ancora una volta, per mettere in luce gli aspetti chiave dell'interazione fluido-struttura le verifiche vengono effettuate al variare del coefficiente di riflessione dell'onda α e del rapporto di rigidezza tra fondazione e struttura. Vengono eseguite analisi spettrali relative allo stato limite di collasso, con il programma Cadam attraverso la trattazione di Westergard e di Chopra.

7.6.6.1 Al variare del coefficiente di riflessione α

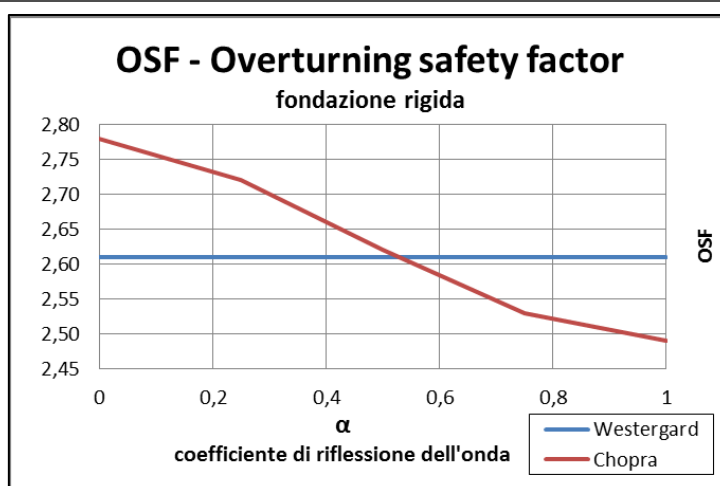


Figura 7.33 – Fattore di sicurezza a ribaltamento in assenza di sottopressioni al variare del coefficiente di riflessione α

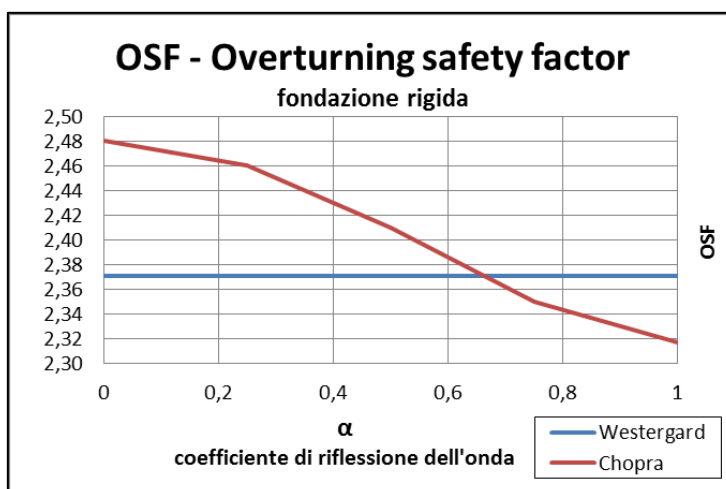


Figura 7.34 – Fattore di sicurezza a ribaltamento in presenza di sottopressioni e dreni al variare del coefficiente di riflessione α



7.6.6.2 Al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura

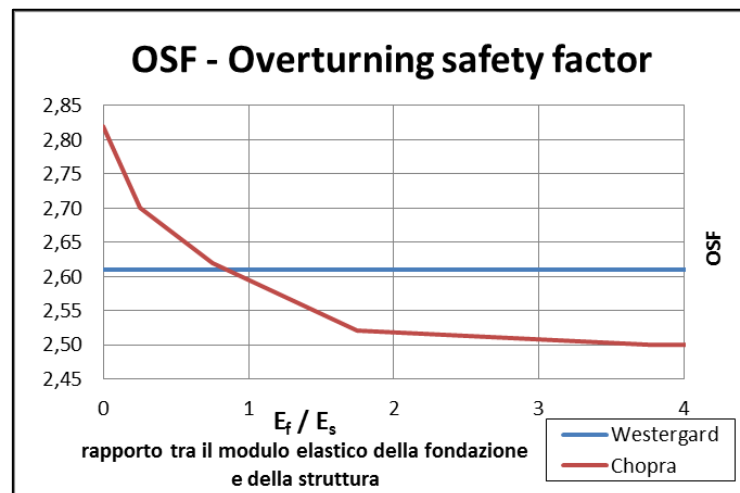


Figura 7.35 – Fattore di sicurezza a ribaltamento in assenza di sottopressioni al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura

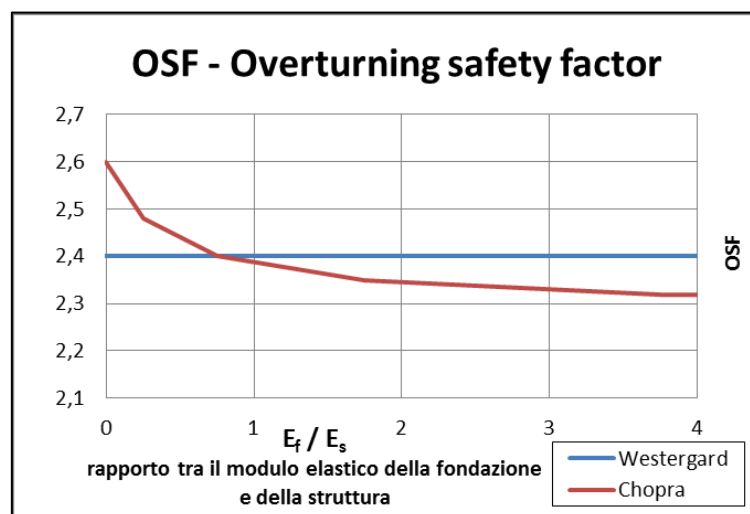


Figura 7.36 – Fattore di sicurezza a ribaltamento in presenza di sottopressioni e dreni al variare del rapporto tra la rigidezza della fondazione e struttura



7.7 Interpretazione delle verifiche

Le verifiche sismiche condotte sono state effettuate per due eccitazioni sismiche: nel primo caso studio è stato esaminato lo spettro allo stato limite di collasso imposto dalle attuali norme NTC08 e nel secondo caso un accelerogramma registrato sul sito in esame. Sono state elaborate analisi di tipo spettrale e Time-History, cercando di mettere in luce i principali aspetti dell'interazione fluido-struttura.

E' doveroso sottolineare che i due sismi presi in esame sono caratterizzati da parametri diversi: l'accelerogramma spettro-compatibile di norma risulta avere una PGA quattro volte maggiore, mentre il secondo possiede frequenze dominanti vicine a quelle del sistema diga-bacino.

7.7.1 Fattore di sicurezza

7.7.1.1 SSF – Sliding Safety Factor

Il fattore di sicurezza allo scorrimento nelle ipotesi di fondazione rigida e assorbimento dei sedimenti di fondo nullo, assume risultati diversi a seconda del sisma considerato. Nel primo caso, (Sisma ai sensi delle NTC08) si ottiene un valore unitario del fattore di sicurezza con un angolo di attrito almeno pari a 60° , mentre nel secondo caso sono necessari 45° . Le norme francesi CFBR (101) si pronunciano in merito, dichiarando che assumere un angolo di attrito pari a 45° risulta essere cautelativo, poiché valori realistici si aggirano dai 50° ai 60° .

- | | | | |
|-----------|-------------------------|-----|--------------------|
| - Caso 1: | Sliding Safety Factor=1 | per | $\varphi=60^\circ$ |
| - Caso 2: | Sliding Safety Factor=1 | per | $\varphi=45^\circ$ |

7.7.1.2 SSF – Stress Safety Factor

Il meccanismo di collasso nei confronti del raggiungimento della massima tensione sul paramento di monte e valle della diga in entrambe i casi possiede fattori di sicurezza al di sopra dell'unità: nel primo caso con fondazione rigida e con completa riflessione da parte dei sedimenti di fondo si ottengono valori che si aggirano intorno a 2, mentre nel secondo caso valori pari a 20. Naturalmente si riscontrano incrementi del fattore di sicurezza considerando la fondazione con la propria rigidezza e l'assorbimento del fondo serbatoio



7.7.1.3 OSF – Overturning Safety Factor

Il calcolo del fattore di sicurezza nei confronti del ribaltamento di un giunto di ripresa, o alla base del corpo strutturale risulta assumere valore unitario solo per il sisma registrato (caso 2). I valori assunti risultano essere pari a circa 0,7 nel primo caso, e 2,40 nel secondo. Naturalmente l'entità della *peak ground acceleration* gioca un ruolo fondamentale nella verifica.

7.7.1 Metodi di analisi

Le verifiche sono state effettuate con diverse tipologie di analisi per esaltare i principali fattori chiave dell'interazione fluido-struttura. Di seguito vengono riportate schematicamente le analisi elaborate:

- Analisi Time-History
 - Trattazione di *Westergard* mediante il software *RS-Dam*
 - F.E.M. mediante il programma *Comsol Multiphysics*
- Analisi Spettrali
 - Trattazione di *Westergard* mediante il software *Cadam*
 - Trattazione di *Fenves e Chopra* mediante il software *Cadam*

L'interazione fluido-struttura tra queste tipologie di analisi e metodi utilizzati viene presa in considerazione solo attraverso gli elementi finiti ed in maniera semplificata dal metodo di Fenves e Chopra. In linea generale è possibile affermare come questo requisito si rende necessario qualora ci siano amplificazioni dinamiche causate da risonanze locali, oppure effetti di interazione dipendenti alla frequenza di eccitazione.

Infatti in tutte le verifiche eseguite, l'analisi Time-History con trattazione di Westergard mediante il software RS-Dam porti sempre a risultati con fattore di sicurezza maggiore rispetto a quella eseguita agli elementi finiti con *Comsol Multiphysics*. La causa è da ricercare senz'altro nella possibilità di considerare l'interazione fluido-struttura, e quindi di generare le dovute amplificazioni dinamiche.

Le analisi spettrali, invece, nella maggior parte delle verifiche effettuate, tendono a restituire fattori di sicurezza che posizionano nel mezzo, tra Comsol e Rs-Dam. Questo tipo di analisi sono in grado di prendere in considerazione amplificazioni dinamiche solo attraverso il passaggio per lo spettro di progetto; infatti essendo analisi semplificate non possono essere in grado di descrivere il sistema diga-bacino accuratamente, ma in ogni caso presentano fattori di sicurezza che si discostano all'incirca di un 20% in difetto



rispetto alla trattazione agli elementi finiti. Non sempre tale valore risulta essere piccolo, e quindi risulta accettabile la schematizzazione con metodi semplificati come quello di Westergard e di Fenves e Chopra.



Bibliografia

1. **H. K. Westergaard.** *"Water Pressures on Dams During Earthquakes"*. 1933. Vols. ASCE, Vol. 98, 418-433.
2. **(FERC), Federal Energy Regulatory Commission.** *Federal Energy Regulatory Commission (FERC), Federal Guidelines for Dam Safety, "Gravity Dam", capitolo III*, revisione (2002).
3. **USACE - US Army Corps of Engineers.** *EM 1110-2-6050, "Gravity Dam Design"*. Washington, D.C. (1995) : s.n.
4. **USACE - US Army Corps of Engineers.** *EM 1110-2-6050, "Response Spectra and Seismic Analysis for Concrete Hydraulic Structures"*. Washington, D.C. (1999) : s.n.
5. **USACE - US Army Corps of Engineers.** *EM 1110-2-6051, "Time-History Dynamic Analysis of Concrete Hydraulic Structures"*. Washington, D.C. (2003) : s.n.
6. **USACE - US Army Corps of Engineers.** *EM 1110-2-6053, "Earthquake Design and Evaluation of Concrete Hydraulic Structures"*. Washington, D.C. (2007) : s.n.
7. **P. W. Werner, K.J. Sundquist.** *"On Hydrodynamic Earthquake Effect"*. s.l. : ASCE, Vol. 30 (1949).
8. **G. W. Housner.** *"Dynamic Pressure on Accelerated Fluid Containers"*. s.l. : Bulletin of the Seismological of America, 15-35 (1957).
9. **C. N. Zangar.** *"Hydrodynamic Pressures on Dam due to Horizontal Earthquake Effects"*. s.l. : Proc. Soc. Exper. Stress Analysis, Vol. 10, No. 2 (1953).
10. **A. K. Chopra.** *"Hydrodynamic Pressures on Dams During Earthquakes"*, *Journal of the Engineering Mechanics Division*. s.l. : ASCE, Vol. 93, No. EM 6, 205-223 (1967).
11. **A. K. Chopra.** *"Reservoir-Dam Interaction During Earthquakes"*, *Bulletin of the Seismological Society of America*. s.l. : Vol. 57, No. 4, 675-687 (1967).
12. **A. K. Chopra.** *"Earthquake Behavior of Reservoir-Dam Systems"*, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, s.l. : ASCE, Vol. 94, No. EM 6, 1475-1500 (1968).
13. **A. K. Chopra.** *"Earthquake Resistant Design of Concrete Gravity Dams"*, *Journal of the Structural Division*. s.l. : ASCE, Vol. 104, No.6, 953-971 (1978).
14. **G. Fenves, A. K. Chopra.** *"Simplified Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dam"*, *Journal of Structural Engineering*. s.l. : ASCE, Vol. 113, 1688-1708 (1987).
15. **A.T. Chwang.** *"Nonlinear Hydrodynamic Pressure on an Accelerating Plate"*, *Institute of Hydraulic Research, Physic Fluids*. s.l. : Vol. 26, No. 2, 383-389 (1982).



16. **B.F.Chen.** *"Nonlinear hydrodynamic effects on concrete dam"*. s.l.: Engineering Structures, Vol. 18, pp. 201-212, 1996.
17. **L.Fronteddu, Liu P.,.** *"Hydrodynamic pressures on rigid dams during earthquakes"*. s.l.: Journal of Engineering Mechanics, ASCE, pp.1054-1061,1986.
18. **J.Avilès, Sànchez-Sesma.,** *"Hydrodynamic pressures on dams with nonvertical upstream face"*. s.l.: Journal of Engineering Mechanics, ASCE, pp. 1054-1061, 1986.
19. **Tsai C.S.** *"Semi-analytical solution for hydrodynamic pressures on dams with arbitrary upstream face considering water compressibility"*. s.l.: Computers and Structures, pp. 497-502, 1992.
20. **S.Sharan.** *"Efficient finite element analysis for hydrodynamic pressure on dams"*. s.l.: Computers and Structures, pp.713-723, 1992.
21. **A.K.Chopra, J.F. Hall and.** *"Two dimensional dynamic analysis of concrete gravity and embankment dams including hydrodynamic effects"*. s.l.: Earthquake Engineering and Structural Dynamics, pp. 305-332, 1982.
22. **G.Fenves and A.K.Chopra.** *"Effects of reservoir bottom absorption on earthquake response of concrete gravity dams"*. s.l.: Earthquake Engineering and Structural Dynamics, pp. 809-829,1983.
23. **L.Xiangyue, J. Aviles and.** *"Analytical-Numerical solution for hydrodynamic pressures on dams with sloping face considering compressibility and viscosity of water"*. s.l.: Computers & Structures, Vol. 66, No.4, pp.481-488, 1998.
24. **E.Rosenblueth, N.M. Newmark -.** *"Fundamentals of Earthquake Engineering"*. s.l.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1971, pp. 177-212.
25. **S.Sharan.** *"Efficient finite element analysis of hydrodynamic pressure on dams"*. s.l.: Computers and Structures,1996,60, pp. 751-762.
26. **Xu, Ray P. and Hanzhong.** *"A simple and Accurate Added Mass Model for hydrodynamic fluid-structure interaction analysis"*. s.l.: J.Franklin Institute, Vol.333B, No. 6, pp. 929-945, 1996.
27. **P.V.Rao.** *"Calculation of added mass of circular and rectangular piers oscillating in water"*. s.l.: Proc. Fifth Symp. Earthquake Engineering, p.97,1974.
28. **S.Gupta, A.R.Chandrasekaran and.** *"Experimental verification of added mass concept as used for finding frequency of reservoir-dam systems"*. s.l.: Proc. Fifth Symp. Earthquake Engineering, p.103,1974.
29. **F.T.Mavis, T.E.Stelson and.** *"Virtual mass and acceleration in fluids"*. s.l.: Trans.ASCE, Vol.122,p.518,1957.



30. **A.K.Chopra, S.Gupta,** *"Hydrodynamic and foundation interaction effects in earthquake response of a concrete gravity dam"*. s.l. : Journal of Structural Engineering, ASCE, pp. 363-383, 1981.
31. **V.Lofti, Roeset,J. M. & Tassoulas,** *"A technique fot the analysis of respose of dams to earthquakes"*. s.l. : Eartquake Engineering and Structural Dynamics, pp.463-490.
32. **G.Waas.** *"Linear two-dimensional analysis of soil dynaminìcs problems in semi-infinte layered media"*. s.l. : Ph.D thesis, UNiversity of California, Berkley, CA, 1972.
33. **F. Guan & I. D.Moore.** *"New techniques for modelling reservoir-dam and foundation-dam interaction"*. s.l. : Soil Dynamics and Eartquake Engineering 16, pp. 285-293, 1997.
34. **M.Yazdchi, N. Khalili , S. Valliappan.** *"Dynamic soli-structure interaction analysis via coupled finite-element-boundary-element method"*. s.l. : Soil Dynamics and Eartquake Engineering, pp.499-517, 1999.
35. **F.Y.Lu, N.Bouaanani -.** *"Assessment of potential-based fluid finte elements for seismic analysis of dam-reservoir systems"*. s.l. : Computers and Structures 87 (2009) , pp.206-224, 2009.
36. **G. Fenves, A. K. Chopra.** *"Earthquake Analysis of Concreate Gravity Dam Including Reservoir Bottom Absorption and Dam-Water-Foundation Rock Interaction"*, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. s.l. : Vol. 12, No. 5, 663-680 (1984).
37. **B.Miquel-N.Bouaanani.** *"Simplified evaluation of the vibration period and seismic response of gravity dam-water systems"*. s.l. : Engineering Structures 32(2010), pp.2488-2502, 2010.
38. **I.Gogoi-D.Maity.** *"A novel procedure for determination of hydrodynamic pressure along upstream face of dams due to eartquakes"*. s.l. : Computers and Structures 88(2012), pp.539-548, 2010.
39. **S.Kucukarslan-S.B.Coskun-B.Taskin.** *"Transient analysis of dam-reservoir interaction including the reservoir bottom effects"*. s.l. : Journal of Fluids and Structures 20 (2005), pp.1073-1084, 2005.
40. **A.K.Chopra-Hall J.F.** *"Two-dimensional analysis of concrete gravity and embankment dams including hydrodynamic effects."* s.l. : Eartquake Eng Struct Dynam 10 (1982) , pp.32-305, 1982.
41. **I.Gogoi-D.Maity.** *"A non-reflecting boundary condition fot the finite element modelling of infinite reservoir with layered sediment"*. s.l. : Advances in water resources 29 (2006) , pp.1515-1527 , 2006.
42. **A.Sommerfield.** *"Partial differential equations in physics"*. s.l. : New York. Academic Press, 1949.



43. **A.H.Akhavessy-M.Malekshahi.** *"Transient analysis of Dam-Reservoir Interaction"*. s.l. : IACSIT Press, Singapore, vol.28, 2012.
44. **O.Rescher.** *"Importance of cracking in concrete dams"*. s.l. : Engng Fract. Mech. , pp. 35(3):503-24,1990.
45. **R.Tinawi, F.Ghrib.** *"An application of damage mechanics for seismic analysis of concrete gravity dams"*. s.l. : Earthquake Engng Struct, pp.155-177,1983.
46. **D.Wepf - G. Feltrin - H.Bachmann.** *"Influence of time-domain dam-reservoir interaction on cracking of concrete gravity dams."*. s.l. : Earthquake Engng Struct Dyn, pp.82-573,1993.
47. **G. Fenves, A. K. Chopra.** *"EAGD-84: A computer program for earthquake analysis of concrete gravity dams"*. s.l. : Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1984.
48. **P.Léger-R.Tinawi, F.Javanmardi.** *"Seismic structural stability of concrete gravity dams considering transient uplift pressures in cracks"*. s.l. : Eng Struct 27(4) 2005; pp.28-615,2005.
49. **V.Lohti, H.Arabshahi.** *"Earthquake response of concrete gravity dams including dam-foundation interface nonlinearities."*. s.l. : Eng Struct 30(11)2008, pp. 3065-3073 , 2008.
50. **Oh, P.Bazant - BH.** *"Crack band theory for fracture of concrete"*. s.l. : Mater Struct pp.77-155,1983.
51. **L.Vargas Loli - G.Fenves.** *"Effects of concrete cracking on earthquake response of dams"*. s.l. : Earth Eng Struct Dyn 22(11) 1993, pp. 991-1007, 1993.
52. **P.Léger, SS. Bhattacharjee.** *"Seismic cracking and energy dissipation in concrete gravity dams"*. s.l. : Earthquake Engng Struct Dyn, pp.991-1007, 1993.
53. **A.Ghobarah, M.Ghaemian -.** *"Nonlinear seismic response of concrete gravity dams with dam-reservoir interaction"*. s.l. : McMaster University, Engineering Structures, pp.306-315,1999.
54. **V.Lohti-R.Espandar.** *"Seismic analysis of concrete arch dams by combined discrete crack and non-orthogonal smeared crack technique"*. s.l. : Eng Struct 26(1) 2004, pp.27-37, 2004.
55. **J.Oliver-R.Faria, M. Cervera -.** *"Seismic evaluation of concrete dams via continuum damage models"*. s.l. : Earthq Eng Struct Dyn 25(9) 1996 , pp. 987-1010, 1996.
56. **J.Lee - G.Fenves.** *"Plastic-damage model for cycling loading of concrete structures"*. s.l. : Journal Eng Mech ASCE 124(8) 1998, PP.892-900, 1998.
57. **A.Niwa-RW.Clough.** *"Non-linear seismic response of arch dams"*. s.l. : Earthq Eng Struct Dyn 10(2)1982,pp.267-281,1982.



58. **G.Lin-J.Zhou-C.Y.Fen.** *"Dynamic model rupture test and safety evaluation of concrete gravity dams"*. s.l. : Dam Eng 4(3) 1993, pp.144-173, 1993.
59. **T.Dolen, D.W.Harris-N. Snorteland -.** *"Shaking table 2-d models of a concrete gravity dam"*. s.l. : Earthq Eng Struct Dyn 29(6) 2000, pp. 769-787, 2000.
60. **YC Long - CH Zhang - F.Jin.** *"Numerical simulation of reinforcement strengthening for high-arch dams to resist strong earthquakes"*. s.l. : Earthq Eng Struct Dyn 37(15) 2008 , pp. 1739-1761, 2008.
61. **RI Gilbert-RF Warner.** *"Tension stiffening in reinforced concrete slabs"*. s.l. : Journal Struct Div ASCE 104(ST12) 1978, pp.1885-1901, 1978.
62. **H.Okamura, X An - K.Maekawa -.** *"Numerical simulation of size effect in shear streghnt of RC beams"*. s.l. : J Mater Concr Struct Pavemt JSCE 35(564)1997 , pp.297-316, 1997.
63. **HG. Kwak-FC.Filippou.** *"Finite element analysis of reinforced concrete structures under monotonic loads"*. s.l.: Report no. UCB/SEMM-90-14. Berkley:Department of Civil Enginnering. University of California;1990.
64. **HG. Kwak-FC.Filippou.** *"New reinforcing steel model with bond-slip"*. s.l. : Struct Eng Mech 3(4) 1995, pp.299-312, 1995.
65. **L.Yuchan-Z.Chuahan-X.Yanjie.** *"Nonlinear seismic response analyses of a high gravity dam with and without the presence of reinforcement"*. s.l.: Engineering Structures 31(2009), pp. 2486-2494,2009.
66. **G.Cipolla, P.Léger - R.Tinawi - M.Leclerc -.** *"Seismic safety of Gravity Dams: from shake table experiments to numerical analyses"*. s.l. : Journal of Structural Engineering, 2000.126 , pp.518-529, 2000.
67. **Y.Calayir-M.Karaton.** *"Seismic fracture analysis of concrete gravity dams including dam-reservoir interaction"*. s.l. : Computers and Structures 83 (2005) pp.1595-1606,2005.
68. **V.Lofti, H.Arabshahi -.** *"Earthquake response of concrete gravity dams including dam-foundation interface nonlinearities"*. s.l. : Engineering Structures 30 (2008), pp. 3065-3073, 2008.
69. **M.Rehak, H. Benaroya -.** *"Finite element methods in probabilistic structural analysis: a selective review"*. s.l. : Applied Mech. Rev.,pp. 201-213,1988.
70. **M. Shinozuka, Y.K.Wen.,** *"Monte Carlo solution nonlinear vibrations"*. s.l. : "AIAA Journal, pp.456-462,1972".
71. **B.Navayineya-J.Vaseghi Amiri-M.Alijani Ardeshir.** *"A closed form solution for hydrodynamic pressure of gravity dams reservoir with effect of viscosity under dynamic loading"*. s.l. : World Academy of Science, Engineering and Technology Vol:3 2009, pp.10-27,2009.



72. **I.Aydin-E.Demirel.** *Hydrodynamic Modelling of Dam-Reservoir Response during earthquakes*. s.l. : Journal of Engineering Mechanics (138)2012, pp.164,174,2012.
73. **E.Demirel.** *"Hydrodynamic Analysis of Earthquake excited Dam-Reservoirs with sloping face"*. s.l. : World Congress on Engineering and Computer Science, Vol. II, 2012.
74. **E.Varoglu, W.D.L.Finn -** *"Dynamics of gravity dam-reservoir systems"*. s.l. : Comput Struct, pp.913-924 , 1973.
75. **O.C.Zienkiewicz, S.S.Saini - P.Bettess -** *"Coupled hydrodynamic response of concrete gravity dams using finite and infinite elements"*. s.l. : Eartquake Eng. Struct. Dyn , pp.363-374,1978.
76. **A.A.Dumanoglu, E.J.Greeves -** *"The implementation of an efficient computer analysis for fluid-structure interaction using the Eulerian approach within SAP-IV"*. s.l. : Report No. UCB/EE 89-10, Deparment of Civil Engineering, University of Bristol, 1989.
77. **A.C.Singhal.** *"Comparison of computer codes for seismic analysis of dams"*. s.l. : Comput. Struct, pp.107-112,1991.
78. **E.J.Greeves.** *"The modelling and analysis of linear and nonlinear fluid-structure systems with particular reference to concrete dams"*. s.l. : Ph.D. THesis, Department of Civil Engineering, University of Bristol, 1991.
79. **Y.Calayir - A.A.Dumanoglu - A.Bayraktar.** *"Eartquake analysis of gravity dam - reservoir systems using the Eulerian and Lagrangian approaches"*. s.l. : Comput. Struct., pp.877-890, 1996.
80. **Y.Calayir, A.Bayraktar - A.A.Dumanoglu -** *"Asynchronous dynamic analysis of dam-reservoir-foundation systems by the Lagrangian approaches"*. s.l. : Comput. Struct.58(5), pp.925-935,1996.
81. **A.Bayraktar-E.Hancer.A.A.Dumanoglu.** *"Comparison of stochastic and deterministic dynamic responses of gravity dam-reservoir systems using fluid finite elements"*. s.l. : Finite Elements in Analysis and Design 41 (2005), pp.1365-1376.
82. **M.Akkose, A. Bayraktar - E.Hancer -** *"Influence of base-rock characteristics on stochastic dynamic response of dam-reservoir-foundation systems"*. s.l. : Engineering Structures 27 (2005) , pp. 1498-1508, 2005.
83. **Y.Bilici-A.Bayraktar-K.Soyluk-K.Haciefendioglu-S.Ates-A.Adanur.** *"Stochastic dynamic response of dam-reservoir-foundation systems to spatially varying earthquake ground motions"*. s.l. : Soil Dynamics and Eartquake Engineering 29(2009), pp.444-458,2009.
84. **WE Daniell.CA Taylor.** *"Effective ambient vibration testing for validating numerical models of concrete dams"*. s.l. : Earthq ENg (15)1996; pp.465-483, 1996.



85. **YS Kim.** *"Prediction of relative crest settlement of concrete-faced rock fill dams analyzed using an artificial neural network model"*. s.l.: Comput Geotech (35)2008 , pp.313-322, 2008.
86. **V.Gikas-M.Sakellariou.** *"Settlement analysis of the Mornos earth dam (Greece):evidence from numerical modelling and geodetic monitoring"*. s.l.: Eng Struct (30)2008, pp.3074-3081,2008.
87. **I.Karimi-N.Khaji-M.T.Ahmadi-M.Mirzayee.** *"System identification of concrete gravity dams using artificial neural networks based on hybrid finite element-boundary element approach"*. s.l.: Engineering Structures 32(2010), pp.3583-3591, 2010.
88. **A. K. Chopra.** *"Estimating seismic demands for structures in engineering practice:constrained by computer software, building codes,and building evaluation guidelines"*. 2005.
89. **Omid Omid, Somasundaram Valliappan , Vahid Lofti.** *"Seismic cracking of concrete gravity dams by plastic–damage model using different damping mechanisms"*. s.l.: Finite Elements in Analysis and Design, Volume 63, January 2013, pag.80-97.
90. **Xu, Q.Xu - J.Y.Chen - J.Li - G.** *"Coupled elasto-plasticity damage constitutive models for concrete"*. s.l.: Appl. Phys & Eng 14(4): 256-267:2013.
91. **G.Zenz.** *"Modelling of discrete Joints in concrete gravity and arch dams"*. s.l.: 2001.
92. **L.Fronteddu, P.Léger, R.Tinawi.** *"Static and Dynamic behavior of concrete lift joint interfaces"*. s.l.: Journal of Structural Engineering 12/1998, 124(12), DOI 10.1061/(ASCE)0733-9445(1998).
93. **M.Azmi, P.Paultre.** *"Three dimensional analysis of concrete dams including contraction joint non-linearity"*. s.l.: Engineering Structures, Volume 24, Issue 6, June 2002, Pages 757-771.
94. **Z.Bofang.** *"Thermal stresses in gravity dams"*. s.l.: Thermal stresses and temperature control of mass concrete",2014, pag.267-285.
95. **J.Zhang, C.Huang,C.Lu,L.Han,P.Wang,G.Li.** *"Automatic thermal analysis of gravity dams with fast boundary face method"*. s.l.: Engineering analysis with boundary elements, Vol.41, Aprile 2014, pag.111-121.
96. **Z.Shi, M.Nakano,Y.Nakamura,C.Liu.** *"Discrete crack analysis of concrete gravity dams based on the known inertia force field of linear reponse analysis"*. s.l.: Engineering fracture mechanics, Vol.115, Jan.2014, Pag.122-136.
97. **M.A.Hariri, Ardebili,S.M.Seyed,Kolbadi.** *"Seismic cracking and instability of concrete dams:smeared crack approach"*. s.l.: Engineering failure analysis in press, available online 11 March 2015.



98. **COMSOL.** *"Comsol Multiphysics - Acoustics Module User's Guide"*. 2013.
99. **A.K.Chopra.** *"Dam-Foundation Interaction during Earthquake"*. 1969.
100. **ITCOLD.** *"La verifica sismica delle dighe"*. s.l. : Roma, 1998.
101. **CFBR, Comité Francais de Barrages et Reservoirs.** *"Recommandations pour la justification de la stabilité des barrages-poids"*. 2012.
102. **ADINA.** *"Theory and modelling guide"*. s.l. : REPORT ARD 06-7. ADINA R& D, Inc.; 2006.
103. **Valliappan S., Tabatabais J.Zhao.** *"Effect of impervious members and reservoir bottom sediment on the dynamic response of embankment dams"*. s.l. : Soil Dynamics and Earthquake Engineering, pp.199-208,1993.
104. **A.C.Singhal.** *"Comparison of computer codes for seismic analysis of dams"*. s.l. : Comput Struct, pp.89-271, 1991..
105. **B.F.Chen.** *"Nonlinear hydrodynamic pressures by earthquakes on dam faces with arbitrary reservoir shapes"*. s.l. : Journal of Hydraulic Research, Vol. 32 - 1994, No.3.
106. **B.F.Chen, Tin-Kan Hung.** *"Dynamic Pressure of Water and Sediment on rigid dam"*. s.l. : Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No. 7, July 1993, ASCE.



Conclusioni

In questo lavoro il problema dell'interazione fluido-struttura per le dighe a gravità è stato affrontato inizialmente con un *excursus storico* delle trattazioni analitiche che offrono metodi semplificati, oggi alla base delle indicazioni normative internazionali. Fino agli anni '70 le metodologie di calcolo trascurano sostanzialmente gli effetti dell'interazione fluido-struttura, restituendo risultati talvolta non conservativi. Le prime trattazioni che affrontano realmente il problema si associano agli studi di Chopra degli anni '70-'80, le cui evoluzioni negli anni seguenti hanno fornito una corretta valutazione della risposta sismica che si è concretizzata nella redazione dei software EAGD-84 e EAC3D-96. Tutte le teorie post anni '90 non hanno apportato alcun sostanziale miglioramento nel calcolo sismico dell'interazione fluido-struttura, ma la diffusione del metodo degli elementi finiti con i nuovi strumenti di calcolo ha dato vita ad una serie di simulazioni, volte, da un lato, a studiare il comportamento dinamico della struttura con diversi legami costitutivi del materiale, dall'altro, a valutare gli effetti delle ipotesi semplificative adottate.

In questa tesi è stato dimostrato che lo studio di interazione fluido-struttura porta a risultati più gravosi in termini di azioni sulla costruzione, rispetto ai metodi semplificati.

In particolare, attraverso una modellazione raffinata dell'interazione, che simula la struttura deformabile e l'acqua comprimibile, sono state apprezzate le frequenze caratteristiche del bacino e dell'interazione, sia mediante analisi parametriche che modali. A questo proposito si osserva che gli schemi tradizionali semplificati non colgono gli aspetti fondamentali del comportamento dinamico del complesso. Il metodo delle masse aggiunte, proveniente dalla teoria di Westergaard, e il metodo semplificato di Chopra e Fenves riescono a cogliere solo il primo modo di vibrare dell'interazione, a prezzo di errori di poche unità percentuali rispetto a modellazioni più raffinate, mentre non colgono affatto i modi di vibrare relativi al bacino e tutti quelli successivi al primo che coinvolgono la struttura. Ciò comporta errate valutazioni della spinta idrodinamica da parte dei modelli semplificati che possono compromettere l'attendibilità di un'analisi spettrale e anche di un'analisi dinamica nel dominio del tempo.

L'analisi di interazione agli elementi finiti è stata utilizzata anche per valutare gli effetti della flessibilità della fondazione, dell'assorbimento dei sedimenti di fondo e dello smorzamento strutturale. In relazione alla deformabilità della fondazione, i risultati mostrano un aumento del primo periodo del sistema al crescere del rapporto di



deformabilità fondazione-struttura. In relazione alla capacità di assorbimento dei sedimenti di fondo, si osserva che l'effetto in termini di pressioni idrodinamiche dipende fortemente dalla frequenza della forzante: per frequenze di eccitazione vicine alla risonanza, l'effetto smorzante è maggiore, invece, in presenza di forzanti a bassa frequenza, la pressione idrodinamica coincide con la soluzione di liquido incompressibile.

In altri termini, l'effetto dei sedimenti di fondo è quello di fornire uno smorzamento crescente nel caso di diga rigida, mentre ciò può non avvenire quando la diga è flessibile.

In relazione agli effetti dello smorzamento strutturale, al crescere di questo il periodo della struttura aumenta, come confermato dalla teoria della dinamica delle strutture, ma tale effetto è estremamente ridotto nei casi correnti. L'osservazione più interessante riguarda invece l'abbattimento delle frequenze di eccitazione al variare del livello di riempimento. In particolare, a bacino pieno la presenza dello smorzamento strutturale comporta il prevalente abbattimento delle frequenze caratteristiche del serbatoio, che sono inferiori a quella dell'interazione. Il contrario avviene nel caso in cui il livello di invaso scenda al di sotto del 50% del massimo, quando le frequenze abbattute sono in prevalenza quelle relative all'interazione.

Dopo aver analizzato le principali caratteristiche del sistema di interazione, è stato affrontato un caso studio emblematico del patrimonio italiano in termini di grandi dighe a gravità. Per le dimensioni usuali di tale categoria di opere, la frequenza dell'interazione diga-bacino si colloca tra le frequenze caratteristiche delle tipiche eccitazioni sismiche. In questo caso è stato dimostrato che il fattore di sicurezza determinato con metodi numerici agli elementi finiti di tipo acustico, considerando quindi gli effetti di interazione fluido struttura, è sempre inferiore a quello determinato con metodi semplificati.

Nonostante che la modellazione dell'interazione non venga richiesta esplicitamente nei codici normativi e di pratica internazionali, questo studio ha mostrato la notevole importanza di valutare la risposta dinamica del sistema accoppiato bacino-struttura.



Ringraziamenti

Dopo i cinque anni più importanti e più significativi della mia vita, mi trovo a scrivere quelle pagine che da tanto desidero. Al termine di questo percorso è doveroso porgere i più sentiti ringraziamenti alla mia relatrice Prof.ssa Anna De Falco per il supporto costante nei mesi dedicati alla realizzazione di questo lavoro. Inoltre ritengo doveroso ringraziare il mio correlatore Ing. Gianluca Angelini per avermi spesso indicato la strada giusta nei momenti di dubbio.

Una menzione particolare va ai miei compagni di università con la quale ho condiviso molti esami e molte battaglie che difficilmente dimenticherò. Mi ricordo come se fosse oggi, il primo giorno che approdai a Pisa...non conoscevo nessuno, ma piano piano, esame dopo esame, ho avuto modo di lavorare con molte persone delle quali porterò con me bei ricordi.

Desidero infine ringraziare i miei genitori, la mia ragazza e l'intera famiglia per il supporto costante che mi ha permesso di terminare la mia carriera universitaria.

Pisa, Maggio 2015

Gianluca